01. 대푯값과 산포도

9쪽 A 풀이 9쪽 **01** × **02** ×
03 × **04** ○ **05** × **06** $\frac{7}{2}$ **07** 8
08 4 **09** $\frac{15}{2}$ **10** 5 **11** 2, 6 **12** 없다.
13 × **14** ○ **15** ○ **16** ×
17 평균 : 5, 분산 : 5, 표준편차 : $\sqrt{5}$
18 평균 : 6, 분산 : 8, 표준편차 : $2\sqrt{2}$
19 표는 풀이 참조, 20회 **20** 75 **21** $5\sqrt{3}$ 회

10~17쪽 B 풀이 9쪽 **THEME 01** 알고 있나요?
1 ①-㉣, ②-㉡, ③-㉢, ④-㉠
01 ④ **02** 13 **03** 75점 **04** 4.5개 **05** ④
06 ① **07** ④ **08** ① **09** 평균
10 (평균)<(중앙값)=(최빈값) **11** ③ **12** ①
13 ③ **14** 21개 **15** ②, ⑤ **16** ③ **17** ②, ④

THEME 02 알고 있나요?
1 각 자료의 값이 평균 근처에 모여 있다.
2 각 자료의 값이 평균으로부터 멀리 흩어져 있다.
01 24점 **02** -2 **03** ⑤ **04** 4 kg **05** ①
06 $\sqrt{11.6}$ **07** 3.5 **08** ④ **09** $\sqrt{1.2}$점 **10** 89
11 $2\sqrt{10}$점 **12** ④ **13** ③ **14** ⑤ **15** -25
16 70 **17** 92 **18** ③ **19** ④ **20** ③
21 ① **22** 180 **23** ① **24** ③ **25** ⑤
26 ⑤ **27** 재석 **28** ㄱ **29** ②

18~19쪽 C 풀이 14쪽 **01** ④ **02** ⑤
03 6 **04** ③ **05** 8 **06** ④
07 $a=7$, $b=20$, 표준편차 : $\sqrt{1.3}$회 **08** 54 **09** ④
10 17 **11** ⑤ **12** ④

20쪽 쉬어가기

02. 피타고라스 정리

23, 25쪽 A 풀이 15쪽 **01** 4 **02** $\sqrt{21}$
03 $\sqrt{6}$ **04** 5 **05** $x=4$, $y=2$
06 $x=6$, $y=17$ **07** 100 cm^2
08 24 cm **09** 36 cm^2 **10** 8 cm^2 **11** 73 **12** 61
13 (가) : □CFGH, (나) : $(a-b)^2$, (다) : a^2+b^2 **14** ○
15 × **16** ○ **17** × **18** ㄷ, ㅂ **19** ㄴ, ㅁ
20 ㄱ, ㄹ **21** $x=2\sqrt{6}$, $y=2\sqrt{10}$ **22** $x=2\sqrt{15}$, $y=\sqrt{85}$
23 (가) : $\overline{CP}^2$, (나) : a^2+c^2, (다) : b^2+c^2, (라) : $\overline{DP}^2$
24 (가) : $\overline{DE}^2$, (나) : $\overline{BC}^2$, (다) : $\overline{BE}^2$, (라) : $\overline{CD}^2$ **25** $\sqrt{3}$
26 $4\sqrt{2}$ **27** $2\pi\text{ cm}^2$ **28** 37 cm^2

26~37쪽 B 풀이 16쪽 **THEME 03** 알고 있나요?
1 직각삼각형 **2** $a^2+b^2=c^2$
01 6 **02** $2\sqrt{10}$ cm **03** 5 **04** 30 cm^2
05 5 **06** ③ **07** ⑤ **08** ④
09 (1) 6 (2) $2\sqrt{7}$ (3) $(24+6\sqrt{7})\text{ cm}^2$ **10** ⑤ **11** ①
12 ② **13** ③ **14** 2 **15** $1+\sqrt{6}+\sqrt{7}$
16 ⑤ **17** $4-2\sqrt{3}$ **18** ③ **19** ⑤ **20** ④
21 $(12+2\sqrt{30})\text{ cm}^2$ **22** ③ **23** ⑤ **24** ②

THEME 04 알고 있나요?
1 △LBF, □BFML, △LGC, □LMGC, □ACHI
01 ③ **02** 9 cm^2 **03** ③ **04** ④ **05** 25 cm^2
06 $\sqrt{34}$ cm **07** (1) 6 cm (2) 56 cm **08** 49 cm^2 **09** 2 cm
10 ④ **11** ④ **12** ⑤ **13** $3\sqrt{10}$ cm **14** 15
15 ② **16** ② **17** $\frac{7\sqrt{3}}{3}$, $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

THEME 05 알고 있나요? **1** ①-㉡, ②-㉠, ③-㉢
2 (1) ax (2) ay (3) xy
01 ③ **02** ③ **03** ③ **04** 6개 **05** $\frac{40}{3}$
06 20 cm^2 **07** ④ **08** ① **09** 12 **10** ①
11 ④ **12** ② **13** ③ **14** ② **15** 9 cm
16 4.2억 원 **17** ⑤ **18** $4\sqrt{5}$ cm **19** 54 cm^2 **20** ③
21 $\frac{5}{2}$ **22** 25 cm^2 **23** $\frac{3}{2}$ cm **24** ⑤
25 $\frac{2\sqrt{13}}{3}$ cm **26** ① **27** ①

38~39쪽 C 풀이 20쪽 **01** 2 **02** ②
03 ① **04** $4\sqrt{15}$ **05** ④ **06** ③ **07** 예각
08 $\frac{27}{8}\text{ cm}^2$ **09** ⑤
10 연못의 깊이 : 6자, 연 줄기의 길이 : 10자

11 $\left(\frac{9}{5}, \frac{12}{5}\right)$　**12** ⑤

03. 피타고라스 정리의 활용

41, 43쪽 A 풀이 21쪽

01 $3\sqrt{13}$ cm
02 $5\sqrt{2}$ cm　**03** $4\sqrt{2}$　**04** $3\sqrt{2}$
05 $h=2\sqrt{3}$ cm, $S=4\sqrt{3}$ cm^2
06 $h=3\sqrt{3}$ cm, $S=9\sqrt{3}$ cm^2
07 $4\sqrt{3}$ cm　**08** 10 cm　**09** $4\sqrt{2}$ cm
10 $8\sqrt{2}$ cm^2　**11** $x=4$, $y=4\sqrt{2}$　**12** $x=6\sqrt{3}$, $y=12$
13 $2\sqrt{2}$ cm　**14** 4 cm　**15** $\sqrt{13}$
16 $2\sqrt{5}$　**17** $\sqrt{13}$　**18** $\sqrt{26}$
19 $\sqrt{13}$
20 $\angle A=90^\circ$이고 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형
21 $6\sqrt{5}$ cm　**22** $3\sqrt{3}$ cm　**23** $3\sqrt{3}$ cm
24 $2\sqrt{3}$ cm　**25** $2\sqrt{6}$ cm　**26** $9\sqrt{3}$ cm^2
27 $18\sqrt{2}$ cm^3　**28** $6\sqrt{2}$ cm　**29** $3\sqrt{2}$ cm
30 $3\sqrt{7}$ cm　**31** 36 cm^2　**32** $36\sqrt{7}$ cm^3
33 $5\sqrt{5}$ cm　**34** $\frac{500\sqrt{5}}{3}\pi$ cm^3　**35** 3, 5, 2, 7, $\sqrt{58}$
36 5π, 6π, 6π, $\sqrt{61}\pi$

44~57쪽 B 풀이 22쪽

THEME 06 알고 있나요?

1 $\sqrt{a^2+b^2}$　**2** $\sqrt{2}\,a$　**3** $\frac{\sqrt{3}}{2}a$, $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$

01 6 cm　**02** ④　**03** $30\sqrt{2}$ cm　**04** $\sqrt{2}$
05 $\sqrt{5}$ m　**06** $\frac{24}{5}$ cm　**07** ③　**08** $\frac{21}{5}$　**09** ⑤
10 $4\sqrt{3}$　**11** 8 cm　**12** ①　**13** ②　**14** ④
15 ②　**16** ②　**17** ③　**18** $3\sqrt{7}$ cm^2
19 ①　**20** 36 cm　**21** ⑤　**22** ⑤　**23** 840000원

THEME 07 알고 있나요?

1 $\sqrt{2}$, 1, 2, $\sqrt{3}$
2 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

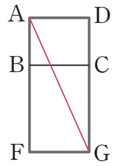
01 ④　**02** $\sqrt{3}$　**03** $3\sqrt{6}$　**04** $2(\sqrt{3}+3)$ cm^2
05 $4(3+\sqrt{6})$ cm　**06** ③　**07** 36　**08** $32\sqrt{3}$ cm^2
09 ①　**10** $(9\pi-18)$ cm^2　**11** ⑤　**12** 2
13 ⑤　**14** 1　**15** P(2, 0)　**16** ②
17 (1) $\overline{AB}=3\sqrt{5}$, $\overline{BC}=5\sqrt{5}$, $\overline{CA}=4\sqrt{5}$
(2) $\overline{BC}$를 빗변으로 하는 직각삼각형
18 5　**19** ②　**20** $\sqrt{5}$　**21** ③　**22** ④
23 ②　**24** 5

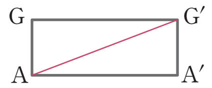
THEME 08 알고 있나요?

1 무게중심　**2** 두 대각선의 교점

01 7 cm　**02** 54 cm^2　**03** ②
04 (1) $2\sqrt{6}$ cm (2) $18\sqrt{2}$ cm^3　**05** ②　**06** ④
07 $\frac{9\sqrt{2}}{4}$ cm^3　**08** ①　**09** $36\sqrt{7}$ cm^3
10 (1) $6\sqrt{2}$ cm (2) 6 cm (3) 6 cm　**11** $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ cm^3
12 16π　**13** (1) 3 (2) $3\sqrt{15}$ (3) $9\sqrt{15}\pi$　**14** $\sqrt{11}$ cm
15 ①　**16** ②　**17** 24π cm^3

THEME 09 알고 있나요?

1


2


01 $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm　**02** (1) $10\sqrt{2}$ cm (2) 10 cm (3) $5\sqrt{2}$ cm
03 30 cm^2　**04** ②　**05** $6\sqrt{3}$ cm^2　**06** $4\sqrt{2}$ cm
07 ③　**08** (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) 2 cm (3) $3\sqrt{11}$ cm^2
09 $\sqrt{205}$ cm　**10** ③　**11** $\sqrt{85}$ cm　**12** $2\sqrt{73}\pi$ cm
13 $2\sqrt{85}\pi$ cm　**14** 12 cm　**15** $4\sqrt{7}$ cm　**16** ②
17 $6\sqrt{3}$ cm

58~59쪽 C 풀이 29쪽

01 ②　**02** ①
03 $\frac{2}{3}$ cm　**04** ④　**05** 2　**06** $\frac{4}{3}$ cm^3　**07** ②
08 8　**09** 10 cm　**10** ①　**11** ③　**12** ③

60쪽 쉬어가기

04. 삼각비

63, 65쪽 A 풀이 31쪽

01 $\frac{5}{13}$ **02** $\frac{12}{13}$

03 $\frac{5}{12}$ **04** $\frac{12}{13}$ **05** $\frac{5}{13}$ **06** $\frac{12}{5}$ **07** $\frac{4}{5}$

08 $\frac{3}{5}$ **09** $\frac{4}{3}$ **10** $\sqrt{17}$

11 $\sin B=\frac{4\sqrt{17}}{17}$, $\cos B=\frac{\sqrt{17}}{17}$, $\tan B=4$ **12** 12

13 $\sin a=\frac{3}{5}$, $\cos a=\frac{4}{5}$, $\tan a=\frac{3}{4}$

14 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ **15** $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$

16 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$ **17** $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, $\overline{BD}$

18 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$ **19** $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$

20 0 **21** $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ **22** $\frac{5}{2}$ **23** $\frac{7}{4}$ **24** 1

25 45° **26** 20° **27** $x=6\sqrt{3}$, $y=6$

28 $x=6\sqrt{2}$, $y=6\sqrt{2}$ **29** $\overline{AB}$, 0.69

30 $\overline{OB}$, 0.72 **31** $\overline{CD}$, 0.97 **32** 0

33 1 **34** ㅂ, ㄴ, ㄹ, ㅁ, ㄷ, ㄱ **35** 0.6820

36 43 **37** 42

66~75쪽 B 풀이 31쪽

THEME 10 알고 있나요?

1 (1) a (2) c (3) b (4) b (5) c (6) a

01 ③ **02** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **03** 6

04 $\overline{AC}=4$ cm, $\overline{BC}=2\sqrt{5}$ cm **05** $4\sqrt{21}$ cm^2

06 $\frac{5\sqrt{6}}{12}$ **07** (1) 6 (2) $\frac{2+\sqrt{5}}{3}$ **08** $\frac{16}{15}$ **09** ④

10 ④ **11** $\frac{3}{4}$ **12** $\frac{5}{12}$ **13** ③ **14** $\frac{1}{5}$

15 $\frac{6}{5}$ **16** $\frac{3}{5}$ **17** $\frac{4}{5}$ **18** $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **19** 6

20 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **21** $\frac{\sqrt{6}}{6}$ **22** ④ **23** ②

THEME 11 알고 있나요?

1 풀이 참조

01 ② **02** 1 **03** 1 **04** 10° **05** 60°

06 30° **07** ④ **08** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm **09** $2\sqrt{6}$

10 ⑤ **11** ③ **12** ① **13** ① **14** $\frac{\sqrt{11}}{4}$

15 ③ **16** ③ **17** $\frac{5}{3}$ **18** ②

THEME 12 알고 있나요?

1 (1) $\overline{AB}$ (2) $\overline{OB}$ (3) $\overline{CD}$

01 ① **02** ③ **03** 60° **04** ② **05** ⑤

06 ⑤ **07** ③ **08** $\sqrt{3}$ **09** ⑤ **10** ③

11 ②, ④ **12** ⑤ **13** 2 **14** ⑤ **15** 1.0222

16 35° **17** 83.87

76~77쪽 C 풀이 36쪽

01 ⑤ **02** ① **03** $\frac{12}{13}$ **04** ⑤

05 $18\sqrt{3}$ cm^2 **06** ① **07** ④ **08** $2+\sqrt{3}$

09 $\frac{8}{15}$ **10** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ **11** ④ **12** $\frac{14\sqrt{7}}{3}$

05. 삼각비의 활용

79, 81쪽 A 풀이 38쪽

01 8, 8, 4.56

02 8, 8, 6.56 **03** 5, 5, $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ **04** 5, 5, $\frac{5\sqrt{3}}{3}$

05 $11\sin 64^\circ$ **06** $7\tan 32^\circ$

07 4, $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, 4, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{7}$ **08** $3\sqrt{3}$

09 3 **10** 9 **11** $6\sqrt{3}$

12 $6\sqrt{2}$, 60, $4\sqrt{6}$ **13** 60, 45, 60, 45, $\sqrt{3}$, $4(\sqrt{3}-1)$

14 60, 30, 60, 30, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$, $4\sqrt{3}$ **15** $72\sqrt{2}$ cm^2

16 $48\sqrt{3}$ cm^2 **17** $\frac{1}{2}ab\sin x$, $ab\sin x$ **18** $28\sqrt{3}$ cm^2

19 $42\sqrt{2}$ cm^2 **20** $ab\sin x$, $\frac{1}{2}ab\sin x$ **21** $24\sqrt{3}$ cm^2

22 $20\sqrt{3}$ cm^2

82~89쪽 B 풀이 38쪽

THEME 13 알고 있나요?

1 (1) c (2) A (3) b (4) b (5) A (6) a

01 $2+2\sqrt{3}$ **02** ⑤ **03** 6.691

04 $\frac{3\sqrt{34}}{34}$ **05** $72\sqrt{3}\pi$ cm^3 **06** $\frac{\sqrt{6}}{3}$

07 ② **08** 9 m **09** $9\sqrt{3}$ m

10 $10\sqrt{3}$ m **11** $5(\sqrt{3}+1)$ m **12** ⑤

13 ④ **14** $1500(\sqrt{3}-1)$ m **15** ④

16 ⑤ **17** $10\sqrt{7}$ km **18** ④

19 $2\sqrt{39}$ cm **20** ⑤ **21** $12\sqrt{2}$ cm

22 ④ **23** 463 m **24** ③

THEME 14 알고 있나요?

1 $\frac{1}{2}ab\sin x$ **2** $ab\sin x$ **3** $\frac{1}{2}ab\sin x$

01 ⑤ **02** ④ **03** ①

04 $\frac{15(3-\sqrt{3})}{2}$ **05** $25(3-\sqrt{3})\,\text{cm}^2$ **06** ②
07 $100(3+\sqrt{3})\,\text{m}$ **08** ① **09** $10\sqrt{3}$
10 8 cm **11** 60° **12** $10\sqrt{2}\,\text{cm}^2$
13 ⑤ **14** ③ **15** $3(5\pi-3)\,\text{cm}^2$
16 $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **17** $125\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **18** ⑤
19 $50\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ **20** ③ **21** ③
22 $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **23** ③ **24** $24\,\text{cm}^2$

90~91쪽 C 풀이 43쪽

01 ④ **02** $15\sqrt{3}\,\text{m}$ **03** $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{4}$
04 $\frac{3}{5}$ **05** ④ **06** $\frac{18\sqrt{3}}{5}\,\text{cm}^2$
07 ② **08** $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ **09** ⑤
10 $48(\sqrt{3}-1)$ **11** 10 **12** $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

92쪽 쉬어가기

06. 원과 직선

95쪽 A 풀이 45쪽

01 ○ **02** ×
03 ○ **04** (가) : $\overline{\text{OB}}$, (나) : $\overline{\text{OM}}$, (다) : RHS, (라) : $\overline{\text{BM}}$
05 4 **06** $2\sqrt{2}$ **07** 5 **08** 3 **09** 40°
10 65° **11** 55° **12** 5 **13** $\sqrt{21}$
14 $x=4,\ y=11$ **15** $x=7,\ y=5$

96~103쪽 B 풀이 45쪽

THEME 15 알고 있나요?

1 (1) $\triangle$OBM (2) 10 cm (3) 16 cm (4) 16 cm

01 $4\sqrt{10}\,\text{cm}$ **02** $10\sqrt{3}\,\text{cm}$ **03** 3 cm
04 10 cm **05** 5 cm **06** $4\sqrt{6}\,\text{cm}^2$
07 $6\sqrt{3}\,\text{cm}$ **08** ③ **09** ④
10 $4\sqrt{6}\,\text{cm}$ **11** 8 cm **12** $4\sqrt{7}$
13 6 cm **14** 8 cm **15** $48\,\text{cm}^2$
16 70° **17** ③ **18** $36\pi\,\text{cm}^2$

THEME 16 알고 있나요?

1 (1) 90 (2) $\triangle$PBO (3) 4

01 64° **02** 36° **03** ②
04 $8\sqrt{2}\,\text{cm}$ **05** ③ **06** ④
07 $\frac{15}{2}\pi\,\text{cm}$ **08** ⑤
09 $\left(16\sqrt{3}-\frac{16}{3}\pi\right)\text{cm}^2$ **10** ④
11 26 cm **12** $\frac{9}{2}\,\text{cm}$ **13** ⑤
14 12 cm **15** $48\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ **16** 8
17 15 cm **18** 75° **19** ③
20 ② **21** $30\,\text{cm}^2$ **22** 30 cm
23 ④ **24** $42\,\text{cm}^2$ **25** 4 cm
26 ⑤ **27** ① **28** 4 cm
29 ② **30** $36\pi\,\text{cm}^2$

104~105쪽 C 풀이 49쪽

01 ③ **02** $\left(\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}\right)\text{cm}^2$ **03** ④ **04** $\sqrt{5}\,\text{cm}$
05 ④ **06** $x=10,\ y=\frac{10\sqrt{3}}{3}$ **07** $(24-4\pi)\,\text{cm}^2$
08 ② **09** ④ **10** 3.1 cm **11** 12 cm **12** ②

07. 원주각

107, 109쪽 A 풀이 51쪽

01 60° **02** 210°
03 90° **04** 30° **05** 32° **06** 30° **07** 7
08 3 **09** 35° **10** 50° **11** 68° **12** 87°
13 $\angle x=115^\circ,\ \angle y=70^\circ$
14 $\angle x=65^\circ,\ \angle y=115^\circ$
15 $\angle x=85^\circ,\ \angle y=75^\circ$ **16** $\angle x=80^\circ,\ \angle y=80^\circ$
17 원에 내접하지 않는다. **18** 원에 내접한다.
19 원에 내접하지 않는다. **20** 원에 내접한다.
21 65° **22** 70° **23** 130° **24** 50° **25** 35°
26 50° **27** (가) : 90, (나) : $\angle$PAB **28** 8
29 6 **30** 3 **31** 4 **32** $\angle$PBT **33** $\triangle$PBT
34 6 **35** 6 **36** 8 **37** $\sqrt{39}$ **38** 9

110~125쪽 B 풀이 51쪽 THEME 17 알고 있나요?

1 $\angle a=\angle c$이고 $\angle b=2\angle a=2\angle c$이다.

2 $\angle \mathrm{APB}=\angle \mathrm{CQD}$

01 240° 02 40° 03 $9\pi\,\mathrm{cm}^2$ 04 ② 05 ②

06 65° 07 ③ 08 ③ 09 ② 10 25°

11 36° 12 ② 13 ④ 14 $48\pi\,\mathrm{cm}^2$

15 $3(3+\sqrt{3})\,\mathrm{cm}$ 16 46° 17 58° 18 ④

19 80° 20 ③ 21 ① 22 23° 23 ③

24 50° 25 $6\pi\,\mathrm{cm}$ 26 ② 27 80° 28 ④

29 ④ 30 65° 31 35°

THEME 18

01 50° 02 ③ 03 $\angle x=80^\circ$, $\angle y=105^\circ$

04 100° 05 85° 06 73° 07 ② 08 60°

09 ① 10 35° 11 ④ 12 45°

THEME 19 알고 있나요?

1 $\angle \mathrm{ATP}$ 2 $\angle \mathrm{ABT}$ 3 40°

01 35° 02 40° 03 84° 04 75° 05 ②

06 ③ 07 95° 08 ② 09 110° 10 26°

11 30° 12 62° 13 ③ 14 60° 15 58°

16 ② 17 ⑤

THEME 20 알고 있나요?

1 $\overline{\mathrm{PC}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$ 2 $\overline{\mathrm{PT}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$

01 ③ 02 $4\,\mathrm{cm}$ 03 $3\,\mathrm{cm}$ 04 ② 05 16

06 ③ 07 $\frac{13}{2}\,\mathrm{cm}$ 08 $100\pi\,\mathrm{cm}^2$ 09 ③

10 ⑤ 11 $81\pi\,\mathrm{cm}^2$ 12 $\frac{13}{2}\,\mathrm{cm}$ 13 $6\pi\,\mathrm{cm}$ 14 $2\,\mathrm{cm}$

15 ④ 16 $x=4$, $y=6$ 17 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

18 ② 19 ③ 20 ① 21 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

22 $10\,\mathrm{cm}$ 23 $12\,\mathrm{cm}$ 24 ⑤ 25 ④ 26 $10\,\mathrm{cm}$

27 ③ 28 ② 29 $6\,\mathrm{cm}$ 30 $3\sqrt{10}\,\mathrm{cm}$

31 ③ 32 $\frac{9}{4}\,\mathrm{cm}$ 33 ② 34 ②

126~127쪽 C 풀이 58쪽 01 15° 02 18°

03 55° 04 ① 05 ⑤ 06 ② 07 $\frac{45}{2}\,\mathrm{cm}$

08 ③ 09 $6\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$ 10 75° 11 $1\,\mathrm{cm}$

12 $(-5+5\sqrt{5})\,\mathrm{cm}$

실전북 빠른 정답

01. 대푯값과 산포도

4쪽 THEME 01 1회 풀이 60쪽 01 6

02 ⑤ 03 ④ 04 ⑤ 05 ② 06 ②

07 38

5쪽 THEME 01 2회 풀이 60쪽 01 ④

02 ⑤ 03 ③ 04 ⑤ 05 $164\,\mathrm{cm}$ 06 28

07 1

6~7쪽 THEME 02 1회 풀이 61쪽 01 ④

02 ⑤ 03 5 04 ②

05 평균 : 14시간, 표준편차 : 4시간 06 ①

07 ⑤ 08 ① 09 $\sqrt{2}$ 10 ④ 11 ②

12 ③

8~9쪽 THEME 02 2회 풀이 62쪽 01 ⑤

02 ② 03 7 04 ① 05 (1) 6 (2) 5점 (3) 4.4

06 ③ 07 24 08 ③ 09 ② 10 ②

11 ⑤ 12 ①

10~13쪽 중단원 실전 평가 풀이 63쪽

01 ① 02 ③ 03 0 04 ⑤ 05 ③

06 ② 07 ② 08 ①

09 $A=8$, 표준편차 : $2\sqrt{34}$ 회 10 ① 11 75

12 ③ 13 ② 14 ③

15 평균 : 3, 표준편차 : $\sqrt{3}$ 16 ④

17 ② 18 ② 19 10세 20 (1) $(a-1)$점 (2) 12

21 (1) 90 g (2) 풀이 참조

22 A의 평균 : 8점, A의 분산 : $\frac{4}{9}$,

B의 평균 : 8점, B의 분산 : $\frac{20}{9}$

풀이 참조

02. 피타고라스 정리

14쪽 THEME 03 1회 풀이 66쪽
01 $2\sqrt{5}$
02 $3\sqrt{6}$ 03 ③ 04 ④ 05 120 06 6

15쪽 THEME 03 2회 풀이 66쪽
01 ④
02 $\sqrt{61}$ 03 $2\sqrt{3}$ 04 $\frac{49}{2}$ cm^2 05 ① 06 15개

16쪽 THEME 04 1회 풀이 66쪽
01 144 cm^2
02 ① 03 ④ 04 ③ 05 $\frac{225}{2}$ cm^2
06 $6+2\sqrt{5}$

17쪽 THEME 04 2회 풀이 67쪽
01 ③
02 121 cm^2 03 ③ 04 50 cm^2 05 17 cm^2 06 ③

18~19쪽 THEME 05 1회 풀이 67쪽
01 ③
02 $2\sqrt{13}<a<10$ 03 ② 04 $\frac{60}{13}$ cm 05 109
06 ④ 07 ④ 08 36π cm^2 09 ④ 10 $\frac{3}{2}$ cm
11 ③ 12 ④

20~21쪽 THEME 05 2회 풀이 68쪽
01 ②
02 ⑤ 03 ④ 04 $x=3\sqrt{2}$, $y=\sqrt{14}$ 05 ③
06 $\sqrt{43}$ 07 ⑤ 08 ② 09 28π cm^2 10 ⑤
11 75 cm^2 12 ②

22~25쪽 중단원 실전 평가 풀이 69쪽
01 ② 02 ② 03 ④ 04 20 cm 05 $\frac{10}{3}$
06 $\sqrt{3}$ 07 ⑤ 08 6 09 ② 10 ③
11 ④ 12 2개 13 17 cm 14 ④ 15 ②
16 ② 17 ③ 18 ⑤ 19 $\frac{16}{3}$ m 20 6
21 $18\pi+96$ 22 (1) $4\sqrt{5}$ cm (2) 5 cm (3) $\sqrt{5}$ cm

03. 피타고라스 정리의 활용

26쪽 THEME 06 1회 풀이 71쪽
01 $4\sqrt{5}$ cm
02 $3\sqrt{2}$ cm 03 ③ 04 4 : 3 05 14 cm^2 06 336 cm^2
07 $3\sqrt{7}$ cm

27쪽 THEME 06 2회 풀이 71쪽
01 ②
02 ③ 03 ④ 04 $15\sqrt{7}$ cm^2 05 ③
06 ③

28쪽 THEME 07 1회 풀이 72쪽
01 ④
02 $4\sqrt{3}$ cm 03 ⑤ 04 ⑤ 05 $\sqrt{13}$ 06 $\frac{16\sqrt{3}}{3}$
07 ⑤

29쪽 THEME 07 2회 풀이 72쪽
01 $9+3\sqrt{6}$
02 ③ 03 ④ 04 ⑤ 05 $5\sqrt{2}$ 06 ③

30쪽 THEME 08 1회 풀이 73쪽
01 ③
02 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ cm (3) $\sqrt{6}$ cm (4) $2\sqrt{3}$ cm (5) 9 cm^3
03 $3\sqrt{2}$ cm^2 04 $4\sqrt{7}$ cm 05 96π cm^3 06 18 cm 07 $8\sqrt{3}$ cm

31쪽 THEME 08 2회 풀이 73쪽
01 ④
02 $\frac{8\sqrt{2}}{3}$ 03 ③ 04 ① 05 ③ 06 $16\sqrt{6}$
07 ③

32~33쪽 THEME 09 1회 풀이 74쪽
01 ④
02 ② 03 ③ 04 $\sqrt{3}$ cm 05 $18\sqrt{6}$ cm^2
06 $2\sqrt{2}$ cm 07 ④ 08 ④ 09 $4\sqrt{11}$ cm^2
10 ④ 11 $3\sqrt{7}$ cm 12 ①

34~35쪽 THEME 09 2회 풀이 75쪽
01 $\frac{7\sqrt{13}}{13}$ 02 6 cm 03 ⑤ 04 ⑤ 05 ②
06 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 07 $4\sqrt{2}$ 08 ③ 09 ② 10 ②
11 $6\sqrt{2}$ cm 12 ⑤

36~39쪽 중단원 실전 평가 풀이 76쪽
01 ② 02 $10\sqrt{2}$ 03 ③ 04 $36\sqrt{3}$ cm^2
05 ③ 06 ⑤ 07 ② 08 $2\sqrt{14}$ cm^2
09 $\frac{27\sqrt{2}}{2}$ 10 $4\sqrt{3}$ cm^2 11 ③ 12 ② 13 ④
14 $\frac{27\sqrt{2}}{4}$ cm^2 15 ① 16 ③ 17 ①
18 ② 19 ㈏
20 (1) $\sqrt{10}$ (2) 4 (3) $3\sqrt{2}$ (4) 예각삼각형
21 100 m
22 (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

04. 삼각비

40~41쪽 THEME 10 1회 풀이 79쪽

01 ② 02 ⑤ 03 6 cm 04 $\sqrt{11}$ 05 ④ 06 $\frac{\sqrt{34}}{17}$ 07 $\frac{7}{10}$ 08 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ 09 $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ 10 $\frac{1}{2}$ 11 $3\sqrt{3}$ 12 $\frac{2\sqrt{2}}{9}$

42~43쪽 THEME 10 2회 풀이 80쪽

01 ② 02 ② 03 8 cm 04 ② 05 ② 06 $\frac{12}{13}$ 07 $\frac{3}{10}$ 08 $\frac{5}{13}$ 09 $\frac{7}{3}$ 10 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 11 ① 12 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

44쪽 THEME 11 1회 풀이 81쪽

01 ⑤ 02 $30°$ 03 ① 04 $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ cm 05 $\frac{2}{3}$ 06 ④ 07 ③

45쪽 THEME 11 2회 풀이 81쪽

01 (1) $\frac{3-\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{3}{4}$ 02 ④ 03 ⑤ 04 $60°$ 05 $3\sqrt{2}-\sqrt{6}$ 06 $2-\sqrt{3}$

46쪽 THEME 12 1회 풀이 82쪽

01 ③ 02 ②, ③ 03 $\frac{5}{2}$ 04 ③ 05 16.196 cm 06 ② 07 ③

47쪽 THEME 12 2회 풀이 82쪽

01 ② 02 ⑤ 03 ⑤ 04 ③ 05 $35°$ 06 ③ 07 $60°$

48~51쪽 중단원 실전 평가 풀이 83쪽

01 $\frac{2}{5}$ 02 ⑤ 03 ④ 04 $\frac{25}{74}$ 05 $\frac{17}{13}$ 06 3개 07 ⑤ 08 $45°$ 09 $\frac{1}{2}$ 10 $60°$ 11 $\frac{\sqrt{6}}{3}$ cm 12 $\frac{1}{2}$ 13 ③ 14 $\sqrt{3}$ 15 (1) ㄱ (2) ㄹ (3) ㅁ 16 13.928 17 ②, ⑤ 18 ⑤ 19 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ 20 7 21 6 cm 22 20.71

05. 삼각비의 활용

52~53쪽 THEME 13 1회 풀이 85쪽

01 ② 02 ② 03 ④ 04 15.6 m 05 ② 06 ④ 07 $2(\sqrt{2}+1)$ 08 ③ 09 4.76 10 $4(3+5\sqrt{3})$ cm^2 11 $5(2-\sqrt{3})$ cm 12 ①

54~55쪽 THEME 13 2회 풀이 86쪽

01 ⑤ 02 10 03 ④ 04 ① 05 $10(3+\sqrt{3})$ m 06 ⑤ 07 $3(\sqrt{2}+\sqrt{6})$ cm 08 $\frac{100\sqrt{6}}{3}$ m 09 $45°$ 10 $\frac{7}{2}$ m 11 $2\sqrt{109}$ cm 12 ②

56쪽 THEME 14 1회 풀이 87쪽

01 ⑤ 02 $6\sqrt{3}$ cm^2 03 12 cm^2 04 $2\sqrt{6}$ 05 ④ 06 ④

57쪽 THEME 14 2회 풀이 88쪽

01 $6(3-\sqrt{3})$ m 02 ② 03 ⑤ 04 ② 05 $6\sqrt{2}$ cm^2 06 $25(\sqrt{3}+1)$ 07 ①

58~61쪽 중단원 실전 평가 풀이 88쪽

01 $\sqrt{3}$ 02 ② 03 $12\sqrt{3}$ cm^3 04 12 cm 05 $9\sqrt{3}$ 06 ② 07 $4(3+\sqrt{3})$ km 08 ③ 09 $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ m 10 ① 11 ② 12 $24\sqrt{3}$ 13 $4(\sqrt{3}-1)$ 14 24 15 ② 16 6 17 6 18 $\sqrt{3}$ 19 $10\sqrt{3}$ cm 20 $(6\pi-9\sqrt{3})$ cm^2 21 $3\sqrt{3}$ cm^2 22 $9\sqrt{2}$ cm^2

06. 원과 직선

62쪽 THEME 15 1회 풀이 91쪽

01 24 cm 02 10 cm 03 ④ 04 ④ 05 16π cm^2 06 12

63쪽 THEME 15 2회 풀이 92쪽

01 ① 02 $4\sqrt{7}$ cm 03 ③ 04 ① 05 $\sqrt{13}$ cm 06 $(12\pi+18\sqrt{3})$ cm^2

64~65쪽 THEME 16 1회 풀이 92쪽

01 $4\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 02 ⑤ 03 ④ 04 $3\,\text{cm}$ 05 $\sqrt{93}\,\text{cm}$ 06 ⑤ 07 $\pi\,\text{cm}^2$ 08 ② 09 ④ 10 ③ 11 $12\,\text{cm}$ 12 ②

66~67쪽 THEME 16 2회 풀이 93쪽

01 55° 02 ② 03 30° 04 $6\,\text{cm}$ 05 ② 06 $5\,\text{cm}$ 07 ② 08 ④ 09 ⑤ 10 $18\,\text{cm}$ 11 $\frac{144}{25}\pi\,\text{cm}^2$ 12 $\frac{18}{7}\,\text{cm}$

68~71쪽 중단원 실전 평가 풀이 94쪽

01 ③ 02 $2\sqrt{21}\,\text{cm}^2$ 03 $13\,\text{cm}$ 04 $8\sqrt{3}\,\text{cm}$ 05 ④ 06 ③ 07 ② 08 ② 09 ⑤ 10 ③ 11 ① 12 ④ 13 ② 14 15 15 ③ 16 ② 17 $6\,\text{cm}^2$ 18 $16\,\text{cm}^2$ 19 $16\pi\,\text{cm}$ 20 $30\sqrt{3}\,\text{cm}$ 21 $6\,\text{cm}$ 22 $\sqrt{6}\,\text{cm}$

07. 원주각

72~73쪽 THEME 17 1회 풀이 97쪽

01 ② 02 ② 03 ④ 04 35° 05 ③ 06 $\angle x=30^\circ$, $\angle y=45^\circ$ 07 51° 08 ⑤ 09 ⑤ 10 $12\pi\,\text{cm}$ 11 ③ 12 $4\pi\,\text{cm}$

74~75쪽 THEME 17 2회 풀이 97쪽

01 ④ 02 $16\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ 03 ③ 04 ① 05 ⑤ 06 $6\,\text{cm}$ 07 ⑤ 08 ② 09 55° 10 ④ 11 28° 12 $6\,\text{cm}$

76쪽 THEME 18 1회 풀이 98쪽

01 ③ 02 ③ 03 40° 04 85° 05 113° 06 61°

77쪽 THEME 18 2회 풀이 99쪽

01 $\angle x=60^\circ$, $\angle y=120^\circ$ 02 ③ 03 ⑤ 04 ④ 05 95° 06 260°

78쪽 THEME 19 1회 풀이 99쪽

01 28° 02 48° 03 72° 04 ④ 05 ③ 06 ④

79쪽 THEME 19 2회 풀이 100쪽

01 80° 02 ① 03 ⑤ 04 70° 05 ⑤ 06 $12\pi\,\text{cm}^2$

80~81쪽 THEME 20 1회 풀이 100쪽

01 ⑤ 02 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 03 $15\,\text{cm}$ 04 $8\,\text{cm}$ 05 $\sqrt{21}\,\text{cm}$ 06 ⑤ 07 $4\,\text{cm}$ 08 ③ 09 $9\,\text{cm}$ 10 $12\,\text{cm}$ 11 $6\,\text{cm}$ 12 $2\sqrt{7}\,\text{cm}$

82~83쪽 THEME 20 2회 풀이 101쪽

01 ④ 02 ⑤ 03 ② 04 $6\,\text{cm}$ 05 ② 06 $x=4\sqrt{3}$, $y=8$ 07 $\frac{32}{5}\,\text{cm}$ 08 ③ 09 $6\,\text{cm}$ 10 $2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 11 $\frac{32\sqrt{2}}{3}\,\text{cm}$ 12 ④

84~87쪽 중단원 실전 평가 풀이 102쪽

01 ④ 02 46° 03 ① 04 28° 05 ② 06 ① 07 ④ 08 ④ 09 25° 10 67° 11 110° 12 $3\sqrt{3}\,\text{cm}$ 13 130° 14 ③ 15 ② 16 ② 17 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 18 ① 19 $24\,\text{m}$ 20 $16\,\text{cm}$ 21 $\frac{36}{5}\,\text{cm}$ 22 $32-8\sqrt{11}$

유형북

01. 대푯값과 산포도

A 핵심 개념 ALL 9쪽

01 자료의 중심적인 경향을 하나의 수로 나타내어 전체 자료를 대표하는 값을 대푯값이라 한다. 답 ×

02 평균은 변량의 총합이 커질수록 커진다. 답 ×

03 최빈값은 자료에 따라 없을 수도 있고, 두 개 이상일 수도 있다. 답 ×

04 답 ○

05 대푯값으로는 평균이 가장 많이 쓰이지만 극단적으로 크거나 작은 값이 포함된 자료에서는 중앙값이 자료의 특징을 더 잘 나타낸다. 답 ×

06 (평균)$=\dfrac{1+2+3+4+5+6}{6}=\dfrac{21}{6}=\dfrac{7}{2}$ 답 $\dfrac{7}{2}$

07 (평균)$=\dfrac{6+7+7+8+8+12}{6}=\dfrac{48}{6}=8$ 답 8

08 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 1, 2, 2, 4, 6, 6, 7의 7개이므로 중앙값은 4번째 자료의 값인 4이다. 답 4

09 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면 6, 7, 7, 8, 8, 12의 6개이므로 중앙값은 3번째 자료와 4번째 자료의 값의 평균인
$\dfrac{7+8}{2}=\dfrac{15}{2}$ 답 $\dfrac{15}{2}$

10 답 5

11 답 2, 6

12 답 없다.

13 편차의 총합은 항상 0이다. 답 ×

14 답 ○

15 답 ○

16 평균보다 큰 변량의 편차는 양수이다. 답 ×

17 (평균)$=\dfrac{2+4+6+8}{4}=\dfrac{20}{4}=5$

(분산)$=\dfrac{(2-5)^2+(4-5)^2+(6-5)^2+(8-5)^2}{4}=\dfrac{20}{4}=5$

(표준편차)$=\sqrt{5}$

답 평균 : 5, 분산 : 5, 표준편차 : $\sqrt{5}$

18 (평균)$=\dfrac{3+4+5+7+11}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

(분산)
$=\dfrac{(3-6)^2+(4-6)^2+(5-6)^2+(7-6)^2+(11-6)^2}{5}$
$=\dfrac{40}{5}=8$

(표준편차)$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

답 평균 : 6, 분산 : 8, 표준편차 : $2\sqrt{2}$

19

윗몸일으키기(회)	도수(명)	(계급값)×(도수)	(편차)^2×(도수)
$0^{이상}$ ~ $10^{미만}$	2	$5\times2=10$	$(-15)^2\times2=450$
10 ~ 20	9	$15\times9=135$	$(-5)^2\times9=225$
20 ~ 30	6	$25\times6=150$	$5^2\times6=150$
30 ~ 40	3	$35\times3=105$	$15^2\times3=675$
합계	20	400	1500

∴ (평균)$=\dfrac{400}{20}=20$(회) 답 20회

20 (분산)$=\dfrac{1500}{20}=75$ 답 75

21 (표준편차)$=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$(회) 답 $5\sqrt{3}$회

B 유형 BIBLE 10~17쪽

THEME 01 대푯값 10~12쪽

알고 있나요?

1 ①-㉣, ②-㉡, ③-㉢, ④-㉠

01 (평균)$=\dfrac{5+8+2+9+6}{5}$
$=\dfrac{30}{5}=6$(권) 답 ④

02 세 수 a, b, 5의 평균이 7이므로
$\dfrac{a+b+5}{3}=7$, $a+b+5=21$
∴ $a+b=16$
세 수 c, d, 9의 평균이 15이므로
$\dfrac{c+d+9}{3}=15$, $c+d+9=45$
∴ $c+d=36$
따라서 네 수 a, b, c, d의 평균은
$\dfrac{a+b+c+d}{4}=\dfrac{16+36}{4}=\dfrac{52}{4}=13$ 답 13

03 5회에 걸친 수학 시험 성적의 평균이 74점이므로 3회의 수학 시험 성적을 x점이라 하면
$\dfrac{78+75+x+70+72}{5}=74$
$\dfrac{295+x}{5}=74$, $295+x=370$
∴ $x=75$
따라서 3회의 수학 시험 성적은 75점이다. 답 75점

04 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 6, 8, 9의 12개이므로 중앙값은 6번째 자료와 7번째 자료의 평균인
$\dfrac{4+5}{2}=4.5$(개) 답 4.5개

05 줄기와 잎 그림에서 자료의 개수가 13개이므로 중앙값은 7번째 자료의 값인 15시간이다. 답 ④

06 주어진 표에서 도수가 가장 큰 것은 영화 감상이므로 최빈값은 영화 감상이다. 답 ①

07 최빈값이 15가 되기 위해서는 a의 값이 15가 되어야 한다. 답 ④

08 ① 중앙값 : 1, 최빈값 : 1

② 중앙값 : 2, 최빈값 : 1, 2

③ 중앙값 : 4, 최빈값 : 없다.

④ 중앙값 : $\frac{3+4}{2}=\frac{7}{2}$, 최빈값 : 없다.

⑤ 중앙값 : $\frac{0+0}{2}=0$, 최빈값 : 없다.

따라서 중앙값과 최빈값이 같은 것은 ①이다. 답 ①

09 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 8, 10, 11, 15, 15, 20, 22, 24, 34이므로

$(평균)=\frac{6+8+10+11+15+15+20+22+24+34}{10}$

$=\frac{165}{10}=16.5(시간)$

$(중앙값)=\frac{15+15}{2}=15(시간)$, (최빈값)$=$15시간

따라서 가장 큰 값을 갖는 대푯값은 평균이다. 답 평균

10 $(평균)=\frac{1\times2+2\times4+3\times5+4\times3+5\times1}{15}$

$=\frac{42}{15}=2.8(회)$ …❶

변량이 15개이므로 8번째 자료의 값이 중앙값이 된다.

∴ (중앙값)$=$3회 …❷

3회의 도수가 5명으로 가장 크므로

(최빈값)$=$3회 …❸

∴ (평균)$<$(중앙값)$=$(최빈값) …❹

답 (평균)$<$(중앙값)$=$(최빈값)

채점 기준	배점
❶ 평균 구하기	30%
❷ 중앙값 구하기	30%
❸ 최빈값 구하기	30%
❹ 평균, 중앙값, 최빈값의 대소 관계 구하기	10%

11 ㄱ. 이 자료의 중앙값은 4번째 자료와 5번째 자료의 평균인

$\frac{5+5}{2}=5$

추가된 변량을 a라 하자.

(i) 5보다 작은 변량을 추가한 경우

2, 4, a, 5, 5, 5, 7, 8, 9이므로

(중앙값)$=5$

(ii) 5를 추가한 경우

2, 4, 5, 5, 5, 5, 7, 8, 9이므로

(중앙값)$=5$

(iii) 5보다 큰 변량을 추가한 경우

2, 4, 5, 5, 5, 7, 8, 9, a이므로

(중앙값)$=5$

따라서 이 자료의 중앙값은 변하지 않는다.

ㄴ. 2, 4, 7, 8, 9 중 하나와 똑같은 수를 변량에 추가하여도 자료의 최빈값은 5로 변하지 않는다.

ㄷ. $(평균)=\frac{2+4+5+5+5+7+8+9}{8}=\frac{45}{8}$

이때 x를 변량으로 추가하면 평균은 $\frac{45+x}{9}$

따라서 이 자료의 평균은 x의 값에 따라 변할 수도 있다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ③

12 5명의 체육 실기 점수의 평균이 6점이므로

$\frac{1+3+6+x+10}{5}=6$

$\frac{x+20}{5}=6$, $x+20=30$

$\therefore x=10$

따라서 중앙값은 3번째 자료의 값인 6점이다. 답 ①

13 최빈값이 6시간이므로 운동 시간의 평균이 6시간이다.

$\frac{6+8+1+x+7+6+6}{7}=6$

$\frac{34+x}{7}=6$, $34+x=42$

$\therefore x=8$ 답 ③

14 ㈎ 중앙값이 15가 되기 위해서는 $a\geq15$

㈏ 중앙값이 38이 되기 위해서 변량을 작은 값부터 크기순으로 나타내면 다음과 같다.

(i) 11, 35, a, 41, 48, 52일 때

3번째 자료와 4번째 자료의 평균은

$\frac{a+41}{2}=38$, $a+41=76$

$\therefore a=35$

(ii) 11, a, 35, 41, 48, 52일 때

3번째 자료와 4번째 자료의 평균은

$\frac{35+41}{2}=38$

$\therefore a\leq35$

따라서 ㈎, ㈏를 모두 만족하는 자연수 a는 15, 16, …, 35의 21개이다. 답 21개

15 ② 1, 2, 3, 4의 중앙값은 $\frac{2+3}{2}=2.5$이므로 중앙값이 항상 주어진 자료 중에 존재하는 것은 아니다.

⑤ 자료 중에서 극단적인 값이 있는 경우에는 평균보다 중앙값이 자료 전체의 특징을 더 잘 나타낼 수도 있다.

따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다. 답 ②, ⑤

16 자료에서 가장 많이 나타나는 값을 조사할 때는 대푯값으로 최빈값을 사용한다. 답 ③

17 ①, ②, ⑤ 자료의 값 중 24분이라는 극단적으로 큰 값이 존재하므로 자료의 대푯값으로는 중앙값이 가장 적절하다.

③ 최빈값은 존재하지 않는다.

④ 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 24

$(중앙값)=\frac{4+5}{2}=\frac{9}{2}=4.5(분)$

$(평균)=\frac{3+2+5+24+1+7+4+6}{8}=\frac{52}{8}=6.5(분)$

이므로 평균이 중앙값보다 크다.

따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

THEME 02 분산과 표준편차 13~17쪽

알고 있나요?

1 각 자료의 값이 평균 근처에 모여 있다.

2 각 자료의 값이 평균으로부터 멀리 흩어져 있다.

01 편차의 합은 0이므로

$x+3+(-2)+1+(-1)=0$

$x+1=0 \quad \therefore x=-1$

즉, (A 학생의 점수)$-25=-1$이므로

(A 학생의 점수)$=24$점 답 24점

02 편차의 합은 0이므로

$-3+5+(-2)+1+1+x=0$

$2+x=0$

$\therefore x=-2$ 답 -2

03 ① 편차의 합은 0이므로

$-5+0+4+x+1+(-3)=0$

$x-3=0 \quad \therefore x=3$

② (수학 점수)=(평균)+(편차)이므로

편차가 가장 작은 학생 A의 점수가 가장 낮다.

③ 편차가 0이므로 학생 B의 점수는 평균과 같다.

④ 학생 C와 학생 F의 편차의 차가 7점이므로 점수 차도 7점이다.

⑤ 평균보다 점수가 높은 학생은 C, D, E의 3명이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

04 편차의 합은 0이므로

$-6+x+1+(-3)+5=0$

$x-3=0 \quad \therefore x=3$

$\therefore (분산)=\frac{(-6)^2+3^2+1^2+(-3)^2+5^2}{5}=\frac{80}{5}=16$

$(표준편차)=\sqrt{16}=4\,(\text{kg})$ 답 4 kg

05 $(평균)=\frac{11+6+9+10}{4}=\frac{36}{4}=9(시간)$

학생	지성	연아	청용	연재
편차(시간)	$11-9=2$	$6-9=-3$	$9-9=0$	$10-9=1$
$(편차)^2$	4	9	0	1

$\therefore (분산)=\frac{4+9+0+1}{4}=\frac{14}{4}=3.5$ 답 ①

06 평균이 9이므로

$\frac{7+10+x+(x+3)+(x+10)}{5}=9$

$\frac{3x+30}{5}=9,\ 3x+30=45$

$3x=15 \quad \therefore x=5$ …❶

변량	7	10	5	8	15
편차	$7-9=-2$	$10-9=1$	$5-9=-4$	$8-9=-1$	$15-9=6$
$(편차)^2$	4	1	16	1	36

$\therefore (분산)=\frac{4+1+16+1+36}{5}=\frac{58}{5}=11.6$ …❷

$(표준편차)=\sqrt{11.6}$ …❸

답 $\sqrt{11.6}$

채점 기준	배점
❶ x의 값 구하기	60%
❷ 분산 구하기	30%
❸ 표준편차 구하기	10%

07

계급값(시간)	도수(명)	편차(시간)	$(편차)^2\times(도수)$
1	3	-3	$(-3)^2\times3=27$
3	4	-1	$(-1)^2\times4=4$
5	7	1	$1^2\times7=7$
7	2	3	$3^2\times2=18$
합계	16		56

$\therefore (분산)=\frac{56}{16}=3.5$ 답 3.5

08 $(평균)=\frac{6\times1+7\times2+8\times4+9\times2+10\times1}{10}$

$=\frac{80}{10}=8(점)$

점수(점)	도수(명)	편차(점)	$(편차)^2\times(도수)$
6	1	-2	$(-2)^2\times1=4$
7	2	-1	$(-1)^2\times2=2$
8	4	0	$0^2\times4=0$
9	2	1	$1^2\times2=2$
10	1	2	$2^2\times1=4$
합계	10		12

$\therefore (분산)=\frac{12}{10}=1.2$

$(표준편차)=\sqrt{1.2}$ 점 답 ④

09

점수(점)	상대도수	도수(명)	편차(점)
6	0.1	$30\times0.1=3$	-2
7	0.2	$30\times0.2=6$	-1
8	0.4	$30\times0.4=12$	0
9	0.2	$30\times0.2=6$	1
10	0.1	$30\times0.1=3$	2
합계	1	30	

$(평균)=\frac{6\times3+7\times6+8\times12+9\times6+10\times3}{30}$

$=\frac{240}{30}=8(점)$

$(분산)=\frac{(-2)^2\times3+(-1)^2\times6+0^2\times12+1^2\times6+2^2\times3}{30}$

$=\frac{36}{30}=1.2$

$\therefore (표준편차)=\sqrt{1.2}$ 점 답 $\sqrt{1.2}$점

10

계급값(점)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(점)	(편차)^2×(도수)
65	6	$65\times6=390$	-11	$(-11)^2\times6=726$
75	8	$75\times8=600$	-1	$(-1)^2\times8=8$
85	4	$85\times4=340$	9	$9^2\times4=324$
95	2	$95\times2=190$	19	$19^2\times2=722$
합계	20	1520		1780

(평균)$=\dfrac{1520}{20}=76$(점)

$\therefore$ (분산)$=\dfrac{1780}{20}=89$ 답 89

11

계급값(점)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(점)	(편차)^2×(도수)
70	2	$70\times2=140$	-10	$(-10)^2\times2=200$
80	6	$80\times6=480$	0	$0^2\times6=0$
90	2	$90\times2=180$	10	$10^2\times2=200$
합계	10	800		400

(평균)$=\dfrac{800}{10}=80$(점)

(분산)$=\dfrac{400}{10}=40$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$(점) 답 $2\sqrt{10}$점

12 7점 이상 8점 미만인 계급의 도수를 x회라 하면 도수의 합은 10회이므로

$3+x+1+1=10$ $\quad\therefore x=5$

계급값(점)	도수(회)	(계급값)×(도수)	편차(점)	(편차)^2×(도수)
6.5	3	$6.5\times3=19.5$	-1	$(-1)^2\times3=3$
7.5	5	$7.5\times5=37.5$	0	$0^2\times5=0$
8.5	1	$8.5\times1=8.5$	1	$1^2\times1=1$
9.5	1	$9.5\times1=9.5$	2	$2^2\times1=4$
합계	10	75		8

(평균)$=\dfrac{75}{10}=7.5$(점)

(분산)$=\dfrac{8}{10}=0.8$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{0.8}$ 점 답 ④

13 평균이 6이므로

$\dfrac{4+x+8+y+5}{5}=6,\ x+y+17=30$

$\therefore x+y=13$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

분산이 3이므로

$\dfrac{(4-6)^2+(x-6)^2+(8-6)^2+(y-6)^2+(5-6)^2}{5}=3$

$4+(x-6)^2+4+(y-6)^2+1=15$

$x^2-12x+y^2-12y+81=15$

$x^2+y^2-12(x+y)+66=0$

$x^2+y^2-12\times13+66=0$ ($\because$ ㉠)

$\therefore x^2+y^2=90$ 답 ③

14 표준편차가 $2\sqrt{2}$이므로 분산은 8이다. 즉,

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=8$

$\therefore (a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2=32$ 답 ⑤

15 편차의 합은 0이므로

$x+(-3)+(-2)+1+y=0$

$\therefore x+y=4$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠ $\cdots$❶

표준편차가 4이므로 분산은 16이다. 즉,

$\dfrac{x^2+(-3)^2+(-2)^2+1^2+y^2}{5}=16$

$\dfrac{x^2+y^2+14}{5}=16,\ x^2+y^2+14=80$

$\therefore x^2+y^2=66$ $\cdots$❷

$(x+y)^2-2xy=66$

$16-2xy=66$ ($\because$ ㉠)

$2xy=-50$

$\therefore xy=-25$ $\cdots$❸

답 -25

채점 기준	배점
❶ 평균을 이용하여 x, y 사이의 관계식 구하기	40%
❷ 분산을 이용하여 x, y 사이의 관계식 구하기	40%
❸ xy의 값 구하기	20%

16 세 수 x_1, x_2, x_3의 평균이 8이므로

$\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}=8$

$\therefore x_1+x_2+x_3=24$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

표준편차가 $\sqrt{6}$이므로 분산은 6이다. 즉,

$\dfrac{(x_1-8)^2+(x_2-8)^2+(x_3-8)^2}{3}=6$

$\dfrac{x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}-16(x_1+x_2+x_3)+64\times3}{3}=6$

$\dfrac{x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}-16\times24+64\times3}{3}=6$ ($\because$ ㉠)

$\dfrac{x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}-192}{3}=6$

$x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}-192=18$

$\therefore x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}=210$

따라서 $x_1^{\ 2}$, $x_2^{\ 2}$, $x_3^{\ 2}$의 평균은

$\dfrac{x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}}{3}=70$ 답 70

17 모서리 12개의 길이의 평균이 4이므로

$\dfrac{4(4+a+b)}{12}=4,\ 4+a+b=12$

$\therefore a+b=8$ $\quad\cdots\cdots$ ㉠

분산이 $\dfrac{4}{3}$이므로

$\dfrac{4\{(4-4)^2+(a-4)^2+(b-4)^2\}}{12}=\dfrac{4}{3}$

$(a-4)^2+(b-4)^2=4$

$a^2+b^2-8(a+b)+28=0$

$(a+b)^2-2ab-8(a+b)+28=0$

$8^2-2ab-8\times8+28=0$ ($\because$ ㉠)

$\therefore ab=14$

$\therefore$ (직육면체의 겉넓이)$=2(4a+4b+ab)$

$=8(a+b)+2ab$

$=8\times8+2\times14=92$ 답 92

18 편차의 합은 0이므로

$-4+a+(-1)+3+b=0$

$\therefore a+b=2$ …… ㉠

표준편차가 $\sqrt{7}$ cm이므로 분산은 7이다. 즉,

$\dfrac{(-4)^2+a^2+(-1)^2+3^2+b^2}{5}=7$

$\therefore a^2+b^2=9$ …… ㉡

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$에 ㉠, ㉡을 대입하면

$2^2=9+2ab,\ 2ab=-5$

$\therefore ab=-\dfrac{5}{2}$ 답 ③

19 학생 7명의 수학 점수를 모두 0.7점씩 올려주면 평균은 0.7점 올라가고 표준편차는 그대로이다. 답 ④

20 $a \longrightarrow 4a-1$로 변한 것처럼 평균도 변한다.

$\therefore m \longrightarrow 4m-1$ 답 ③

| 다른 풀이 | 변량 $a,\ b,\ c$의 평균이 m이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=m$

$\therefore a+b+c=3m$ …… ㉠

따라서 변량 $4a-1,\ 4b-1,\ 4c-1$의 평균은

$$\begin{aligned}\frac{(4a-1)+(4b-1)+(4c-1)}{3}&=\frac{4(a+b+c)-3}{3}\\&=\frac{12m-3}{3}\ (\because ㉠)\\&=4m-1\end{aligned}$$

21 평균이 10이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=10$

$\therefore a+b+c=30$ …… ㉠

분산이 9이므로

$\dfrac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2}{3}=9$ …… ㉡

변량 $2a,\ 2b,\ 2c$의 평균은

$$\begin{aligned}m&=\frac{2a+2b+2c}{3}=\frac{2(a+b+c)}{3}\\&=\frac{2\times30}{3}=20\ (\because ㉠)\end{aligned}$$

분산은

$$\begin{aligned}n&=\frac{(2a-20)^2+(2b-20)^2+(2c-20)^2}{3}\\&=4\times\frac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2}{3}\\&=4\times9=36\ (\because ㉡)\end{aligned}$$

$\therefore n-m=36-20=16$ 답 ①

22 민선이네 반의 분산이 100이므로 민선이네 반의 (편차)^{2}의 총합은

$30\times100=3000$

세진이네 반의 분산이 300이므로 세진이네 반의 (편차)^{2}의 총합은

$20\times300=6000$

따라서 두 반 전체에 대한 분산은

$\dfrac{3000+6000}{30+20}=\dfrac{9000}{50}=180$ 답 180

23 A 모둠의 표준편차가 $\sqrt{6}$시간이므로 A 모둠의 (편차)^{2}의 총합은 $14\times(\sqrt{6})^2=84$

B 모둠의 표준편차가 3시간이므로 B 모둠의 (편차)^{2}의 총합은 $16\times3^2=144$

따라서 두 모둠 전체에 대한 분산은

$\dfrac{84+144}{14+16}=\dfrac{228}{30}=7.6$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{7.6}$ 시간 답 ①

24 학생 6명의 분산이 10이므로 (편차)^{2}의 총합은

$6\times10=60$

평균이 68 kg이므로 몸무게가 68 kg인 학생의 편차는 0이다.
즉, 6명 중에서 몸무게가 68 kg인 학생이 한 명 빠졌을 때, 나머지 학생 5명의 (편차)^{2}의 총합은 60이다.

따라서 구하는 분산은

$\dfrac{60}{5}=12$ 답 ③

25 ①, ② 평균이 같으므로 어느 반이 더 우수하다고 말할 수 없다.

③ 알 수 없다.

④ 민수네 반의 성적의 표준편차가 더 작으므로 평균을 중심으로 변량이 더 모여 있다.

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

26 표준편차가 작을수록 변량이 평균 주위에 더 모여 있다.
따라서 성적이 가장 고른 반은 5반이다. 답 ⑤

27 표준편차가 클수록 수면 시간이 불규칙하므로 수면 시간이 가장 불규칙한 사람은 재석이다. 답 재석

28 ㄱ. A반의 평균이 더 높으므로 A반 학생들이 공부를 더 잘한다.

ㄴ. 성적이 우수한 학생은 B반보다 A반에 더 많이 있다.

ㄷ. A반 학생들의 수학 성적의 분포가 더 흩어져 있으므로 A반의 분산이 B반의 분산보다 크다.

따라서 옳은 것은 ㄱ이다. 답 ㄱ

29 태환이의 자유투 성공 횟수의 평균은

$\dfrac{7+5+6+6}{4}=\dfrac{24}{4}=6$(회)

이므로 분산은

$\dfrac{(7-6)^2+(5-6)^2+(6-6)^2+(6-6)^2}{4}=\dfrac{2}{4}=0.5$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{0.5}$ 회

지원이의 자유투 성공 횟수의 평균은

$\dfrac{10+2+9+3}{4}=\dfrac{24}{4}=6$(회)

이므로 분산은

$\dfrac{(10-6)^2+(2-6)^2+(9-6)^2+(3-6)^2}{4}=\dfrac{50}{4}=12.5$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{12.5}$ 회

ㄱ. 두 학생의 평균은 6회로 같다.

ㄴ. 두 학생의 표준편차는 같지 않다.

ㄷ, ㄹ. 지원이의 표준편차가 태환이의 표준편차보다 크므로 태환이의 자유투 성공 횟수가 더 고르고, 평균에서 흩어진 정도가 더 심한 것은 지원이다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ②

C 발전 문제 CLEAR 18~19쪽

01 갑, 을, 병의 봉사활동 시간을 각각 a, b, c라 하면

$\frac{a+b}{2}=9$ $\quad \therefore a+b=18$ $\quad$ …… ㉠

$\frac{b+c}{2}=12$ $\quad \therefore b+c=24$ $\quad$ …… ㉡

$\frac{c+a}{2}=15$ $\quad \therefore c+a=30$ $\quad$ …… ㉢

㉠+㉡+㉢을 하면

$2(a+b+c)=72$ $\quad \therefore a+b+c=36$

따라서 세 사람의 봉사활동 시간의 평균은

$\frac{a+b+c}{3}=\frac{36}{3}=12$(시간) 답 ④

02 3학년 학생들의 성적의 평균을 x점이라 하면 1학년과 2학년 학생들의 성적의 평균은 각각 $(x-6)$점이다.

3개 학년 전체의 성적의 평균이 50점이므로

$\frac{(x-6)\times15+(x-6)\times35+x\times50}{100}=50$

$15x-90+35x-210+50x=5000$

$100x=5300$ $\quad \therefore x=53$

따라서 3학년 학생들의 성적의 평균은 53점이다. 답 ⑤

03 평균이 6개이므로

$\frac{1+2+3+8+14+a+b}{7}=6$

$28+a+b=42$ $\quad \therefore a+b=14$

변량의 개수가 홀수이므로 한 개의 변량이 중앙값을 나타낸다. 주어진 변량 중에 값이 4인 변량이 없으므로 a 또는 b가 4가 되어야 한다.

이때 $a<b$이므로 $a=4$, $b=10$

$\therefore b-a=10-4=6$ 답 6

04 중앙값이 9이고 변량의 개수가 홀수이므로 x, y, z 중 하나가 9가 되어야 한다. 이때 $x=9$라 하면 최빈값이 10이고 변량 7의 개수가 2개이므로 나머지 y, z 모두 10이 되어야 한다.

$\therefore y=z=10$

$\therefore x+y+z=9+10+10=29$ 답 ③

05 중앙값이 15이므로 세 개의 자연수 중 하나는 15이어야 한다.

세 개의 자연수를 a, 15, $b(a<15<b)$로 놓으면

평균이 12이므로

$\frac{15+a+b}{3}=12$, $15+a+b=36$

$\therefore a+b=21$

따라서 $a+b=21$이고 $a<15<b$인 자연수 a, b 중에서

$b-a$의 최댓값은 $a=1$, $b=20$일 때이므로

$b-a=20-1=19$

$b-a$의 최솟값은 $a=5$, $b=16$일 때이므로

$b-a=16-5=11$

따라서 $b-a$의 최댓값과 최솟값의 차는

$19-11=8$ 답 8

06 자료 A의 중앙값이 8이므로 $a=8$ 또는 $b=8$

이때 $b=8$이면 3, 7, a, 8, 12이므로 중앙값이 8이 아니다.

$\therefore a=8$

자료 A, B를 섞은 자료에서 b, $b+1$이 8과 11 사이에 있을 때 중앙값이 9가 될 수 있으므로 전체 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 6, 7, 7, 8, b, $b+1$, 11, 12, 15

$\frac{8+b}{2}=9$이어야 하므로

$8+b=18$ $\quad \therefore b=10$

(자료 A의 평균)$=\frac{8+7+12+10+3}{5}=\frac{40}{5}=8$

$\therefore$ (자료 A의 분산)$=\frac{0^2+(-1)^2+4^2+2^2+(-5)^2}{5}$

$=\frac{46}{5}=9.2$ 답 ④

07 $3+3+6+a+1=b$에서

$a-b=-13$ $\quad$ …… ㉠

평균이 3회이므로

$\frac{1\times3+2\times3+3\times6+4\times a+5\times1}{b}=3$

$4a-3b=-32$ $\quad$ …… ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=7$, $b=20$

성공 횟수(회)	학생 수(명)	편차(회)	(편차)^2×(도수)
1	3	-2	$(-2)^2\times3=12$
2	3	-1	$(-1)^2\times3=3$
3	6	0	$0^2\times6=0$
4	7	1	$1^2\times7=7$
5	1	2	$2^2\times1=4$
합계	20		26

(분산)$=\frac{26}{20}=1.3$ $\quad \therefore$ (표준편차)$=\sqrt{1.3}$ 회

답 $a=7$, $b=20$, 표준편차 : $\sqrt{1.3}$회

08 추가된 두 개의 변량을 x, y라 하면 평균이 9이므로

$\frac{8+10+12+x+y}{5}=9$

$30+x+y=45$ $\quad \therefore x+y=15$ $\quad$ …… ㉠

분산이 4이므로

$\frac{(8-9)^2+(10-9)^2+(12-9)^2+(x-9)^2+(y-9)^2}{5}=4$

$(x-9)^2+(y-9)^2=9$

$x^2-18x+81+y^2-18y+81=9$

$x^2+y^2-18(x+y)+153=0$

$(x+y)^2-2xy-18(x+y)+153=0$

$15^2-2xy-18\times15+153=0$ ($\because$ ㉠)

$\therefore xy=54$

따라서 추가한 두 개의 변량의 곱은 54이다. 답 54

09 자료 A의 변량을 x라 하면 자료 B의 변량은 $4x$와 같다. 변량에 일정한 수를 곱하면 곱하는 수의 제곱배만큼 분산이 변하므로 $16a=b$이다. 답 ④

10 $a<b<c<d$이므로

$\frac{a+b+c}{3}=12$ $\therefore a+b+c=36$ …… ㉠

$\frac{a+b+d}{3}=16$ $\therefore a+b+d=48$ …… ㉡

$\frac{a+c+d}{3}=19$ $\therefore a+c+d=57$ …… ㉢

$\frac{b+c+d}{3}=21$ $\therefore b+c+d=63$ …… ㉣

㉠+㉡+㉢+㉣을 하면

$3(a+b+c+d)=204$ $\therefore a+b+c+d=68$

따라서 네 수 a, b, c, d의 평균은

$\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{68}{4}=17$ 답 17

11 잘못 채점했을 때와 제대로 채점된 점수들의 합이 같으므로 수행 평가 점수의 총합은 변화가 없다.

따라서 수행 평가 실제 점수의 평균도 8점이다.

잘못 채점했을 때의 점수를 a점, b점, c점, 8점, 7점이라 하면 분산이 6이므로

$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(8-8)^2+(7-8)^2}{5}=6$

$(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2=29$ …… ㉠

따라서 실제 점수의 분산은

$\frac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(9-8)^2+(6-8)^2}{5}$

$=\frac{29+1+4}{5}$ ($\because$ ㉠)

$=\frac{34}{5}=6.8$ 답 ⑤

12 평균이 5이므로

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=5$

$\therefore a+b+c+d+e=25$ …… ㉠

표준편차가 3이므로 분산이 9이다. 즉,

$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2}{5}=9$

$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-10(a+b+c+d+e)+125=45$

$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-10\times25+125=45$ ($\because$ ㉠)

$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=170$ …… ㉡

$\therefore f(x)$

$=(a-x)^2+(b-x)^2+(c-x)^2+(d-x)^2+(e-x)^2$

$=5x^2-2(a+b+c+d+e)x+(a^2+b^2+c^2+d^2+e^2)$

$=5x^2-50x+170$ ($\because$ ㉠, ㉡)

$=5(x-5)^2+45$

따라서 함수 $f(x)$의 최솟값은 45이다. 답 ④

02. 피타고라스 정리

A 핵심 개념 ALL

23쪽, 25쪽

01 $x^2+3^2=5^2$, $x^2=16$ $\therefore x=4$ ($\because x>0$) 답 4

02 $x^2+2^2=5^2$, $x^2=21$ $\therefore x=\sqrt{21}$ ($\because x>0$) 답 $\sqrt{21}$

03 $(\sqrt{10})^2+x^2=4^2$, $x^2=6$ $\therefore x=\sqrt{6}$ ($\because x>0$) 답 $\sqrt{6}$

04 $x^2=2^2+(\sqrt{21})^2=25$ $\therefore x=5$ ($\because x>0$) 답 5

05 $3^2+x^2=5^2$ $\therefore x=4$ ($\because x>0$)

$4^2+y^2=(2\sqrt{5})^2$ $\therefore y=2$ ($\because y>0$) 답 $x=4$, $y=2$

06 $8^2+x^2=10^2$ $\therefore x=6$ ($\because x>0$)

$15^2+8^2=y^2$ $\therefore y=17$ ($\because y>0$) 답 $x=6$, $y=17$

07 □BFGC=□BADE+□ACHI

$=36+64=100\ (\text{cm}^2)$ 답 $100\ \text{cm}^2$

08 $\overline{AB}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$, $\overline{BC}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$, $\overline{CA}=\sqrt{64}=8\,(\text{cm})$

△ABC의 둘레의 길이는 $6+10+8=24$ (cm) 답 24 cm

09 □BFML=□BADE$=6\times6=36\ (\text{cm}^2)$ 답 $36\ \text{cm}^2$

10 △AML$=\frac{1}{2}$□ACHI$=\frac{1}{2}\times4\times4=8\,(\text{cm}^2)$ 답 $8\ \text{cm}^2$

11 $\overline{EF}^2=3^2+8^2=73$이므로 □EFGH=73 답 73

12 $\overline{HG}^2=7^2+(2\sqrt{3})^2=61$ $\therefore$ □EFGH=61 답 61

13 답 (가) : □CFGH, (나) : $(a-b)^2$, (다) : a^2+b^2

14 $6^2+8^2=10^2$이므로 직각삼각형이다. 답 ○

15 $10^2+12^2\neq15^2$이므로 직각삼각형이 아니다. 답 ×

16 $2^2+(2\sqrt{3})^2=4^2$이므로 직각삼각형이다. 답 ○

17 $7^2+9^2\neq11^2$이므로 직각삼각형이 아니다. 답 ×

18 ㄷ. $6^2<5^2+(3\sqrt{2})^2$

ㅂ. $(\sqrt{5})^2<(\sqrt{3})^2+2^2$ 답 ㄷ, ㅂ

19 ㄴ. $4^2=2^2+(2\sqrt{3})^2$

ㅁ. $(2\sqrt{13})^2=4^2+6^2$ 답 ㄴ, ㅁ

20 ㄱ. $(\sqrt{6})^2>1^2+2^2$

ㄹ. $7^2>3^2+5^2$ 답 ㄱ, ㄹ

21 $x^2=3\times(3+5)=24$ $\therefore x=2\sqrt{6}$ ($\because x>0$)

$y^2=5\times(3+5)=40$ $\therefore y=2\sqrt{10}$ ($\because y>0$)

답 $x=2\sqrt{6}$, $y=2\sqrt{10}$

22 $x^2=12\times5=60$ $\therefore x=2\sqrt{15}$ ($\because x>0$)

$2\sqrt{51}\times y=17\times2\sqrt{15}$ $\therefore y=\sqrt{85}$

답 $x=2\sqrt{15}$, $y=\sqrt{85}$

23 답 (가) : $\overline{CP}^2$, (나) : a^2+c^2, (다) : b^2+c^2, (라) : $\overline{DP}^2$

24 답 (가) : $\overline{DE}^2$, (나) : $\overline{BC}^2$, (다) : $\overline{BE}^2$, (라) : $\overline{CD}^2$

25 $4^2+6^2=x^2+7^2$ $\therefore x=\sqrt{3}$ ($\because x>0$) 답 $\sqrt{3}$

26 $5^2+4^2=x^2+3^2$ $\therefore x=4\sqrt{2}$ ($\because x>0$) 답 $4\sqrt{2}$

27 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times4^2=8\pi\ (\text{cm}^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$10\pi-8\pi=2\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $2\pi\,\text{cm}^2$

28 $\triangle ABC=20+17=37\,(\text{cm}^2)$ 답 $37\,\text{cm}^2$

B 유형 BIBLE 26~37쪽

THEME 03 피타고라스 정리 26~29쪽

알고 있나요?

1 직각삼각형 2 $a^2+b^2=c^2$

01 $8^2+x^2=(x+4)^2$, $x^2+64=x^2+8x+16$

$8x=48$ $\therefore x=6$ 답 6

02 $\overline{BC}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}\,(\text{cm})$ 답 $2\sqrt{10}\,\text{cm}$

03 $\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{29})^2-2^2}=\sqrt{25}=5$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\times5=5$ 답 5

04 $\overline{BC}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AC}=30-(5+x)=25-x\,(\text{cm})$이므로

$(25-x)^2=5^2+x^2$, $625-50x+x^2=25+x^2$

$50x=600$ $\therefore x=12$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times5=30\,(\text{cm}^2)$ 답 $30\,\text{cm}^2$

05 $\overline{AC}$의 길이는 $(18-x)\,\text{m}$이므로 …❶

$x^2+12^2=(18-x)^2$ …❷

$x^2+144=x^2-36x+324$

$36x=180$ $\therefore x=5$ …❸

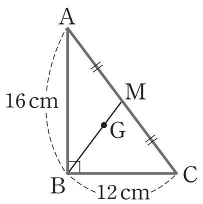
답 5

채점 기준	배점
❶ $\overline{AC}$의 길이를 x를 이용하여 나타내기	20%
❷ 피타고라스 정리 이용하기	50%
❸ x의 값 구하기	30%

06 $\overline{AC}=\sqrt{12^2+16^2}=\sqrt{400}=20\,(\text{cm})$

직각삼각형 ABC에서 빗변 AC의 중점인 M은 삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{AC}=10\,(\text{cm})$



$\therefore \overline{BG}=\frac{2}{3}\overline{BM}=\frac{2}{3}\times10$

$=\frac{20}{3}\,(\text{cm})$ 답 ③

07 $\triangle ABD$에서 $x=\sqrt{20^2-16^2}=\sqrt{144}=12$

$\triangle ADC$에서 $y=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5$

$\therefore x+y=12+5=17$ 답 ⑤

08 $\triangle ADC$에서 $\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-6^2}=\sqrt{16}=4$

$\triangle ABD$에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5$ 답 ④

09 (1) $\triangle ABD$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

$x=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$ …❶

(2) $\triangle ADC$가 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해

$y=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ …❷

(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}$

$=\frac{1}{2}\times(8+2\sqrt{7})\times6$

$=24+6\sqrt{7}\,(\text{cm}^2)$ …❸

답 (1) 6 (2) $2\sqrt{7}$ (3) $(24+6\sqrt{7})\,\text{cm}^2$

채점 기준	배점
❶ $\triangle ABD$에서 x의 값 구하기	30%
❷ $\triangle ADC$에서 y의 값 구하기	30%
❸ $\triangle ABC$의 넓이 구하기	40%

10 $\triangle ABD$에서 $x=\sqrt{17^2-15^2}=\sqrt{64}=8$

$\triangle ABC$에서 $y=\sqrt{15^2+20^2}=\sqrt{625}=25$

$\therefore xy=8\times25=200$ 답 ⑤

11 $\triangle ABD$에서 $x=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

$\triangle ABC$에서 $4^2+(3+y)^2=(\sqrt{65})^2$

$16+y^2+6y+9=65$, $y^2+6y-40=0$

$(y+10)(y-4)=0$ $\therefore y=4$ ($\because y>0$) 답 ①

12 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\overline{CD}=x$라 하면 $\overline{BD}=8-x$이므로

$10:6=(8-x):x$, $10x=48-6x$

$16x=48$ $\therefore x=3$ $\therefore \overline{CD}=3$ 답 ②

13 $\overline{AC}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{AD}=\sqrt{1+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{AE}=\sqrt{1+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2\,(\text{cm})$ 답 ③

14 $\overline{BD}=\overline{BE}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overline{BF}=\overline{BG}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BH}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$ 답 2

15 $\overline{OB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overline{OC}=\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$

$\overline{OD}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2$

$\overline{OE}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

$\overline{OF}=\sqrt{1^2+(\sqrt{5})^2}=\sqrt{6}$

$\overline{OG}=\sqrt{1^2+(\sqrt{6})^2}=\sqrt{7}$

$\therefore$ ($\triangle OFG$의 둘레의 길이)$=\overline{OF}+\overline{FG}+\overline{GO}$

$=\sqrt{6}+1+\sqrt{7}$ 답 $1+\sqrt{6}+\sqrt{7}$

16 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}$

$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+1^2}=\sqrt{7}$

$\overline{AF}=\sqrt{(\sqrt{7})^2+1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AG}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{9}=3$ 답 ⑤

17 $\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\overline{BI}=\overline{BH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4$

$\therefore \overline{GI}=\overline{BI}-\overline{BG}=4-2\sqrt{3}$ 답 $4-2\sqrt{3}$

18 $\overline{AB}=a$라 하면

$\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$

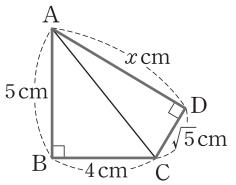
$\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{(\sqrt{2}a)^2+a^2}=\sqrt{3}a$

$\overline{BI}=\overline{BH}=\sqrt{(\sqrt{3}a)^2+a^2}=2a$

$\triangle JBI=\frac{1}{2}\times\overline{BI}\times\overline{JI}=\frac{1}{2}\times 2a\times a=27$이므로

$a^2=27 \quad \therefore \square ABCD=a^2=27$ 답 ③

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ABC$에서

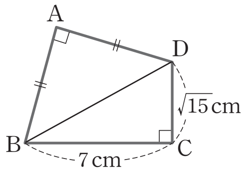
$\overline{AC}=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$ (cm)

$\triangle ACD$에서

$x=\sqrt{(\sqrt{41})^2-(\sqrt{5})^2}=\sqrt{36}=6$

답 ⑤

20 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\triangle BCD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{7^2+(\sqrt{15})^2}=\sqrt{64}$

$=8$ (cm)

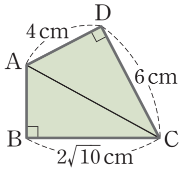
$\overline{AB}=\overline{AD}=x$ cm라 하면

$\triangle ABD$에서

$x^2+x^2=64,\ x^2=32 \quad \therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{AB}=4\sqrt{2}$ cm 답 ④

21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$ (cm)

$\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-(2\sqrt{10})^2}=\sqrt{12}$

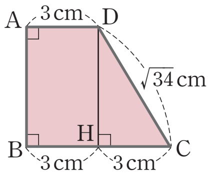
$=2\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore \square ABCD=\triangle ACD+\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 6+\frac{1}{2}\times 2\sqrt{10}\times 2\sqrt{3}$

$=12+2\sqrt{30}$ (cm²) 답 $(12+2\sqrt{30})$ cm²

22 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



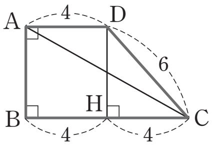
$\triangle DCH$는 직각삼각형이고

$\overline{CH}=3$ cm이므로

$\overline{DH}=\sqrt{(\sqrt{34})^2-3^2}=\sqrt{25}=5$ (cm)

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(3+6)\times 5=\frac{45}{2}$ (cm²) 답 ③

23 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



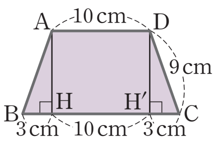
$\triangle DHC$는 직각삼각형이고

$\overline{CH}=4$이므로

$\overline{DH}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{8^2+(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$ 답 ⑤

24 오른쪽 그림과 같이 점 A와 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\triangle ABH\equiv\triangle DCH'$ (RHA 합동)

즉, $\overline{BH}=\overline{CH'}=3$ cm이므로

$\overline{AH}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ (cm)

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(10+16)\times 6\sqrt{2}$

$=78\sqrt{2}$ (cm²) 답 ②

THEME 04 피타고라스 정리의 설명 30~32쪽

알고 있나요?

1 $\triangle LBF$, $\square BFML$, $\triangle LGC$, $\square LMGC$, $\square ACHI$

---

01 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이므로 $P=Q+R$

$\therefore R=P-Q=42-24=18$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ (cm) 답 ③

02 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{AC}^2$이므로

$\square BFGC=\square ADEB-\square ACHI$

$=25-16=9$ (cm²) 답 9 cm²

03 $\triangle BFL=\frac{1}{2}\square BFML=\frac{1}{2}\square ADEB$

$=\frac{1}{2}\times 12^2=72$ (cm²) 답 ③

04 $\triangle EBC=\triangle ABF$ ($\because \triangle EBC\equiv\triangle ABF$)

$\triangle EBC=\triangle EBA$ ($\because \overline{EB}\,/\!/\,\overline{DC}$)

$\triangle ABF=\triangle JBF$ ($\because \overline{BF}\,/\!/\,\overline{AK}$)

$\triangle JBF=\triangle FKJ$이므로

$\triangle EBC=\triangle ABF=\triangle EBA=\triangle FKJ$ 답 ④

05 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$이므로

$\square EFGH$는 정사각형이다.

$\overline{DH}=\overline{AE}=4$ cm이므로 $\overline{AH}=7-4=3$ (cm)

$\square EFGH=\square ABCD-4\triangle AEH$

$=7^2-4\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 3\right)$

$=49-24=25$ (cm²) 답 25 cm²

06 $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$ (SAS 합동)이므로

$\overline{BF}=\overline{AE}=5$ cm, $\overline{EB}=8-5=3$ (cm)

$\therefore \overline{EF}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$ (cm) 답 $\sqrt{34}$ cm

07 (1) $\triangle AEH\equiv\triangle BFE\equiv\triangle CGF\equiv\triangle DHG$이므로

$\square EFGH$는 정사각형이다.

$\therefore \overline{EH}=\sqrt{100}=10$ (cm) …❶

$\triangle AEH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$ (cm) …❷

(2) $\overline{AD}=\overline{AH}+\overline{DH}=6+8=14$ (cm)이므로

$\square ABCD$의 둘레의 길이는 $4\times 14=56$ (cm) …❸

답 (1) 6 cm (2) 56 cm

채점 기준	배점
❶ $\overline{EH}$의 길이 구하기	40%
❷ $\overline{AH}$의 길이 구하기	30%
❸ $\square ABCD$의 둘레의 길이 구하기	30%

08 $\triangle ABQ\equiv\triangle BCR\equiv\triangle CDS\equiv\triangle DAP$이므로

$\overline{BQ}=\overline{CR}=8$ cm

$\therefore \overline{AQ}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15$ (cm)

이때 $\overline{AP}=8$ cm이므로 $\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=15-8=7$ (cm)

$\therefore \square PQRS=7^2=49$ (cm²) 답 49 cm²

09 네 개의 직각삼각형이 모두 합동이므로

$\overline{AD}=2\sqrt{5}$ cm, $\overline{HD}=2$ cm

$\triangle DAH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=\sqrt{16}=4\ (cm)$

이때 $\overline{AE}=2\,cm$이므로 $\overline{EH}=4-2=2\ (cm)$ 답 $2\,cm$

10 ① $\triangle ABQ$에서 $\overline{BQ}=1\,cm$이므로 $\overline{AQ}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}\,(cm)$

②, ⑤ $\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=\sqrt{3}-1\ (cm)$이므로 $\square PQRS$는 한 변의 길이가 $(\sqrt{3}-1)\,cm$인 정사각형이다.

$\therefore \square PQRS=(\sqrt{3}-1)^2=4-2\sqrt{3}\,(cm^2)$

③ $\triangle ABQ=\frac{1}{2}\times\overline{BQ}\times\overline{AQ}=\frac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{2}\,(cm^2)$

④ $\square ABCD=2^2=4\ (cm^2)$이므로 $\square PQRS\neq\frac{1}{4}\square ABCD$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

11 ① $\triangle ABC\equiv\triangle EAD$ (SSS 합동)이므로 $\angle CAB=\angle DEA$

② $\angle CAB+\angle EAD=90^\circ$이므로 $\angle BAE=90^\circ$

④ $\triangle BAE=\frac{1}{2}c^2$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

12 $\triangle DBA$는 $\angle DBA=90^\circ$인 직각이등변삼각형이므로

$\overline{DB}=x\,cm$라 하면

$\frac{1}{2}x^2=\frac{25}{2}$, $x^2=25$ $\quad\therefore x=5\ (\because x>0)$

이때 $\overline{DE}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,(cm)$이므로

$\square ADEC=\frac{1}{2}\times(3+4)\times7=\frac{49}{2}\,(cm^2)$ 답 ⑤

13 $\triangle AED\equiv\triangle EBC$이므로 $\overline{CE}=\overline{AD}=3\,cm$

$\triangle BCE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\,(cm)$

$\therefore \overline{AE}=\overline{BE}=3\sqrt{5}\,cm$ …❶

$\angle AEB=90^\circ$이므로 $\triangle ABE$에서

$\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2+(3\sqrt{5})^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}\ (cm)$ …❷

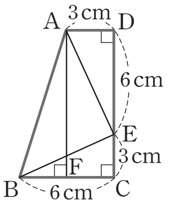
답 $3\sqrt{10}\,cm$

| 다른 풀이 | $\triangle AED\equiv\triangle EBC$이므로

$\overline{CE}=\overline{AD}=3\,cm$, $\overline{DE}=\overline{CB}=6\,cm$

$\therefore \overline{CD}=3+6=9\,(cm)$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 F라 하면



$\overline{BF}=6-3=3\,(cm)$

$\triangle ABF$에서 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+9^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}\ (cm)$

채점 기준	배점
❶ $\overline{AE}$, $\overline{BE}$의 길이 구하기	50%
❷ $\overline{AB}$의 길이 구하기	50%

14 가장 긴 변의 길이는 $(x+5)\,cm$이므로

$(x+5)^2=(x-3)^2+(x+1)^2$

$x^2+10x+25=x^2-6x+9+x^2+2x+1$

$x^2-14x-15=0$, $(x+1)(x-15)=0$

$\therefore x=-1$ 또는 $x=15$ $\quad\therefore x=15\,(\because x>3)$ 답 15

15 ① $4^2+4^2\neq6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

② $3^2+(3\sqrt{3})^2=6^2$이므로 직각삼각형이다.

③ $6^2+7^2\neq9^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

④ $7^2+8^2\neq14^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

⑤ $12^2+15^2\neq18^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

따라서 직각삼각형인 것은 ②이다. 답 ②

16 $4^2=2^2+(2\sqrt{3})^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 4인 직각삼각형이다.

따라서 구하는 삼각형의 넓이는

$\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ 답 ②

17 (i) $2x>7$이면 가장 긴 변의 길이가 $2x$이므로

$(2x)^2=x^2+7^2$, $3x^2=49$

$x^2=\frac{49}{3}$ $\quad\therefore x=\frac{7\sqrt{3}}{3}\ \left(\because \frac{7}{2}<x<7\right)$

(ii) $7>2x$이면 가장 긴 변의 길이가 7이므로

$7^2=x^2+(2x)^2$, $49=5x^2$

$x^2=\frac{49}{5}$ $\quad\therefore x=\frac{7\sqrt{5}}{5}\ \left(\because \frac{7}{3}<x<\frac{7}{2}\right)$

따라서 (i), (ii)에서 직각삼각형이 되도록 하는 x의 값은

$\frac{7\sqrt{3}}{3}$, $\frac{7\sqrt{5}}{5}$이다. 답 $\frac{7\sqrt{3}}{3}$, $\frac{7\sqrt{5}}{5}$

THEME 05 피타고라스 정리와 도형

33~37쪽

알고 있나요?

1 ①–㉡, ②–㉠, ③–㉢

2 (1) ax (2) ay (3) xy

01 ㄱ. $4^2>2^2+3^2$이므로 둔각삼각형이다.

ㄴ. $6^2<4^2+5^2$이므로 예각삼각형이다.

ㄷ. $8^2<5^2+7^2$이므로 예각삼각형이다.

ㄹ. $10^2<8^2+8^2$이므로 예각삼각형이다.

ㅁ. $(\sqrt{39})^2>(\sqrt{10})^2+5^2$이므로 둔각삼각형이다.

ㅂ. $15^2=9^2+12^2$이므로 직각삼각형이다.

따라서 예각삼각형인 것은 ㄴ, ㄷ, ㄹ이다. 답 ③

02 $7^2>5^2+3^2$이므로 $\angle B>90^\circ$인 둔각삼각형이다. 답 ③

03 가장 긴 변의 길이가 x이므로

$8<x<8+6$ $\quad\therefore 8<x<14$ …… ㉠

둔각삼각형이 되려면 $6^2+8^2<x^2$

$x^2>100$ $\quad\therefore x>10$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $10<x<14$

따라서 자연수 x는 11, 12, 13의 3개이다. 답 ③

04 (i) $x>10$일 때

삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$10<x<18$ …… ㉠

예각삼각형이 되려면 $x^2<10^2+8^2$, $x^2<164$

$\therefore 0<x<2\sqrt{41}$ …… ㉡

㉠, ㉡에서 $10<x<2\sqrt{41}$이므로 자연수 x는 11, 12이다.

(ii) $x<10$일 때

삼각형이 되기 위한 조건에 의하여

$2<x<10$ …… ㉢

예각삼각형이 되려면 $10^2<x^2+8^2$, $x^2>36$

$\therefore x>6\ (\because x>0)$ …… ㉣

㉢, ㉣에서 $6<x<10$이므로 자연수 x는 7, 8, 9이다.

(iii) $x=10$일 때

$10^2<10^2+8^2$이므로 예각삼각형이다.

따라서 예각삼각형은 모두 6개이다. 답 6개

05 $\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$에서

$8^2=6\times\overline{CH}\quad \therefore \overline{CH}=\frac{32}{3}$

$x^2=\overline{CH}\times\overline{CB}=\frac{32}{3}\times\left(\frac{32}{3}+6\right)=\frac{1600}{9}$

$\therefore x=\frac{40}{3}$ ($\because x>0$) 답 $\frac{40}{3}$

06 $\triangle CDB$에서 $\overline{BD}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=\sqrt{64}=8$ (cm)

$\overline{CD}^2=\overline{BD}\times\overline{AD}$에서 $4^2=8\times\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=2$ cm

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times(8+2)\times4=20\,(\text{cm}^2)$ 답 $20\,\text{cm}^2$

07 $\triangle DBC$에서 $\overline{DB}=\sqrt{4^2+6^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$ (cm)

$\overline{CD}^2=\overline{DE}\times\overline{DB}$이므로

$16=\overline{DE}\times2\sqrt{13}\quad \therefore \overline{DE}=\frac{8\sqrt{13}}{13}$ cm 답 ④

08 $\overline{DC}^2+\overline{BE}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$7^2+5^2=\overline{DE}^2+8^2,\ \overline{DE}^2=10$

$\therefore \overline{DE}=\sqrt{10}$ cm ($\because \overline{DE}>0$) 답 ①

09 $\triangle ADE$에서 $\overline{DE}=\sqrt{1^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2$

$\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{CD}^2$에서

$2^2+\overline{BC}^2=4^2+\overline{CD}^2$

$\therefore \overline{BC}^2-\overline{CD}^2=16-4=12$ 답 12

10 $\overline{DB}=\overline{AD}=a,\ \overline{BE}=\overline{EC}=b$라 하면

$\triangle DBE$에서 $7^2=a^2+b^2\quad \therefore a^2+b^2=49$ …… ㉠

$\triangle ABE$에서 $\overline{AE}^2=(2a)^2+b^2=4a^2+b^2$

$\triangle DBC$에서 $\overline{DC}^2=a^2+(2b)^2=a^2+4b^2$

$\therefore \overline{AE}^2+\overline{DC}^2=5(a^2+b^2)=5\times49=245$ ($\because$ ㉠) 답 ①

| 다른 풀이 | 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의하여

$\overline{AC}=2\overline{DE}=2\times7=14$

$\therefore \overline{AE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{AC}^2=7^2+14^2=245$

11 $\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{DC}^2$이므로

$5^2+x^2=6^2+8^2,\ x^2=75$

$\therefore x=5\sqrt{3}$ ($\because x>0$) 답 ④

12 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이고

$\overline{AD}^2=x^2+y^2$이므로 $3^2+6^2=x^2+y^2+5^2$

$\therefore x^2+y^2=20$ 답 ②

13 □ABCD가 등변사다리꼴이므로 $\overline{AB}=\overline{CD}$

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$에서

$2\overline{AB}^2=(\sqrt{15})^2+5^2,\ 2\overline{AB}^2=40$

$\therefore \overline{AB}^2=20\quad \therefore \overline{AB}=2\sqrt{5}$ cm ($\because \overline{AB}>0$) 답 ③

14 $\overline{CP}=x$라 하면 $\overline{AP}=8-x$

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$(8-x)^2+x^2=(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{7})^2$

$x^2-8x+12=0,\ (x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=6$

$\overline{CP}>\overline{AP}$이므로 $\overline{CP}=6$ 답 ②

15 $2^2+\overline{PC}^2=6^2+7^2$이므로

$\overline{PC}^2=81\quad \therefore \overline{PC}=9$ cm ($\because \overline{PC}>0$) 답 9 cm

16 공사비는 거리에 비례하므로

$\overline{OA}=3a,\ \overline{OB}=4a,\ \overline{OC}=5a\ (a>0)$라 하면

$\overline{OA}^2+\overline{OC}^2=\overline{OB}^2+\overline{OD}^2$

$(3a)^2+(5a)^2=(4a)^2+\overline{OD}^2$

$\overline{OD}^2=18a^2\quad \therefore \overline{OD}=3\sqrt{2}a$ ($\because \overline{OD}>0$)

D 도시까지의 공사비를 x억 원이라 하면

$3a : 3=3\sqrt{2}a : x,\ 3x=9\sqrt{2}$

$\therefore x=3\sqrt{2}=3\times1.4=4.2$ 답 4.2억 원

17 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$\frac{1}{2}\times\pi\times6^2=18\pi\,(\text{cm}^2)$

따라서 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이가 $36\pi\,\text{cm}^2$이므로

$\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$36\pi-18\pi=18\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

18 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$8\pi+2\pi=10\pi\,(\text{cm}^2)$

$\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=10\pi,\ \overline{BC}^2=80$

$\therefore \overline{BC}=4\sqrt{5}$ cm ($\because \overline{BC}>0$) 답 $4\sqrt{5}$ cm

19 (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times12\times9=54\,(\text{cm}^2)$ 답 $54\,\text{cm}^2$

20 $\overline{EF}=x$ cm라 하면

$\overline{AE}=10$ cm, $\overline{DF}=x$ cm이고 $\overline{CF}=(6-x)$ cm

$\triangle ABE$에서

$\overline{BE}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\,(\text{cm})$

$\overline{CE}=10-8=2\,(\text{cm})$

$\triangle FEC$에서 $x^2=2^2+(6-x)^2$

$x^2=4+36-12x+x^2,\ 12x=40$

$\therefore x=\frac{10}{3}\quad \therefore \overline{EF}=\frac{10}{3}$ cm 답 ③

21 $\triangle QCD$에서 $\overline{QC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$ …❶

$\triangle ADP\equiv\triangle QDP$ (SAS 합동)이므로 $\overline{PA}=\overline{PQ}$ …❷

$\overline{PQ}=x$라 하면 $\overline{PB}=4-x,\ \overline{BQ}=5-3=2$

$\triangle PBQ$에서 $x^2=(4-x)^2+2^2$

$x^2=16-8x+x^2+4,\ 8x=20$

$\therefore x=\frac{5}{2}\quad \therefore \overline{PQ}=\frac{5}{2}$ …❸

답 $\frac{5}{2}$

채점 기준	배점
❶ $\triangle QCD$에서 $\overline{QC}$의 길이 구하기	30%
❷ $\overline{PA}=\overline{PQ}$임을 알기	30%
❸ 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{PQ}$의 길이 구하기	40%

22 $\overline{AE}=\overline{AD}=10\,\text{cm}$이고
$\triangle ABE$에서
$\overline{BE}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$, $\overline{EC}=10-6=4\,(\text{cm})$
$\overline{DF}=\overline{EF}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{FC}=(8-x)\,\text{cm}$
$\triangle FEC$에서
$x^2=(8-x)^2+4^2$, $x^2=x^2-16x+80$
$16x=80 \quad \therefore x=5$
따라서 $\triangle AEF$는 $\angle AEF=90^\circ$인 직각삼각형이므로
$\triangle AEF=\frac{1}{2}\times10\times5=25\,(\text{cm}^2)$ 답 $25\,\text{cm}^2$

23 $\overline{ED}=\overline{CD}=2\,\text{cm}$이고, $\overline{EF}=x\,\text{cm}$라 하면
$\triangle FBD$가 이등변삼각형이므로 $\overline{FD}=\overline{FB}=(4-x)\,\text{cm}$
$\triangle EFD$에서 $x^2+2^2=(4-x)^2$
$x^2+4=x^2-8x+16$, $8x=12$
$\therefore x=\frac{3}{2} \quad \therefore \overline{EF}=\frac{3}{2}\,\text{cm}$ 답 $\frac{3}{2}\,\text{cm}$

24 $\overline{AF}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{DF}=\overline{BF}=(4-x)\,\text{cm}$
$\triangle ABF$에서 $(4-x)^2=x^2+3^2$
$16-8x+x^2=x^2+9$, $8x=7 \quad \therefore x=\frac{7}{8}$
$\therefore \triangle FBD=\triangle ABD-\triangle ABF$
$=\frac{1}{2}\times3\times4-\frac{1}{2}\times3\times\frac{7}{8}$
$=\frac{75}{16}\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

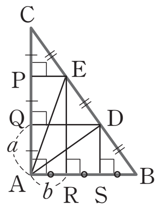
25 $\overline{BE}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{DE}=x\,\text{cm}$이므로 $\overline{AE}=(6-x)\,\text{cm}$
$\triangle ABE$에서 $x^2=4^2+(6-x)^2$
$x^2=16+36-12x+x^2$, $12x=52 \quad \therefore x=\frac{13}{3}$
$\triangle DBC$에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}\,(\text{cm})$이므로
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\sqrt{13}\,(\text{cm})$
$\triangle EBH$에서
$\overline{EH}=\sqrt{\left(\frac{13}{3}\right)^2-(\sqrt{13})^2}=\frac{2\sqrt{13}}{3}\,(\text{cm})$ 답 $\frac{2\sqrt{13}}{3}\,\text{cm}$

26 $\overline{CF}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{DF}=\overline{BF}=(25-x)\,\text{cm}$
$\triangle DFC$에서 $(25-x)^2=x^2+15^2$
$625-50x+x^2=x^2+225$, $50x=400 \quad \therefore x=8$
$\therefore \triangle DFC=\frac{1}{2}\times8\times15=60\,(\text{cm}^2)$ 답 ①

27 점 E에서 $\overline{FC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\triangle EFH$는 직각삼각형이므로 $\overline{FH}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$
$\triangle AFE$가 이등변삼각형이므로
$\triangle ABF\equiv\triangle AD'E$ (RHS 합동)
$\overline{D'E}=\overline{DE}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{BF}=x\,\text{cm}$
$\overline{AF}=\overline{FC}=\overline{FH}+\overline{HC}=6+x\,(\text{cm})$
$\triangle ABF$에서 $(x+6)^2=x^2+8^2$
$x^2+12x+36=x^2+64$, $12x=28 \quad \therefore x=\frac{7}{3}$
$\therefore \overline{BC}=\overline{BF}+\overline{FC}=2x+6=2\times\frac{7}{3}+6=\frac{32}{3}\,(\text{cm})$ 답 ①

C 발전 문제 CLEAR 38~39쪽

01 오른쪽 그림과 같이 점 E, D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하고 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 R, S라 하자.



$\overline{CP}=\overline{PQ}=\overline{QA}=a$,
$\overline{AR}=\overline{RS}=\overline{SB}=b$로 놓으면
$\triangle DAS$에서 $(2\sqrt{2})^2=(2b)^2+a^2$
$\therefore a^2+4b^2=8 \quad \cdots\cdots$ ㉠
$\triangle EAR$에서 $(2\sqrt{3})^2=b^2+(2a)^2$
$\therefore 4a^2+b^2=12 \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠+㉡을 하면 $5a^2+5b^2=20 \quad \therefore a^2+b^2=4$
$\therefore \overline{DE}=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{4}=2$ 답 2

02 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+15^2}=\sqrt{289}=17$
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{17}{2}$
점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로
$\overline{AG}=\frac{2}{3}\times\frac{17}{2}=\frac{17}{3}$
점 M에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하면
$\overline{MD}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times8=4$
$\triangle AGH$와 $\triangle AMD$는 닮음비가 $2:3$이므로
$\overline{GH}=\frac{2}{3}\overline{MD}=\frac{2}{3}\times4=\frac{8}{3}$
$\triangle AHG$에서 $\overline{AH}=\sqrt{\left(\frac{17}{3}\right)^2-\left(\frac{8}{3}\right)^2}=\frac{15}{3}=5$
$\therefore \triangle AHG=\frac{1}{2}\times5\times\frac{8}{3}=\frac{20}{3}$ 답 ②

03 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}=4:3$
즉, $\overline{AB}=4a$, $\overline{AC}=3a$ $(a>0)$라 하면
$(4a)^2=(3a)^2+7^2$, $16a^2=9a^2+49$
$7a^2=49$, $a^2=7 \quad \therefore a=\sqrt{7}\ (\because a>0)$
$\therefore \overline{AC}=3a=3\sqrt{7}$ 답 ①

04 $\overline{OA}=\overline{AB}=a$라 하면
(i) $\overline{OB}^2=\overline{OA}^2+\overline{AB}^2=a^2+a^2=2a^2 \quad \therefore \overline{OB}=\sqrt{2}a$
(ii) $\overline{OB}=\overline{OC}=\sqrt{2}a$이므로
$\overline{OD}^2=a^2+(\sqrt{2}a)^2=3a^2 \quad \therefore \overline{OD}=\sqrt{3}a$
(iii) $\overline{OD}=\overline{OE}=\sqrt{3}a$이므로
$\overline{OF}^2=a^2+(\sqrt{3}a)^2=4a^2 \quad \therefore \overline{OF}=2a$
(iv) $\overline{OF}=\overline{OG}=2a$이므로
$\overline{OH}^2=a^2+(2a)^2=5a^2 \quad \therefore \overline{OH}=\sqrt{5}a$
$\overline{OH}=20$이므로 $\sqrt{5}a=20 \quad \therefore a=4\sqrt{5}$
$\therefore \overline{OD}=\sqrt{3}a=\sqrt{3}\times4\sqrt{5}=4\sqrt{15}$ 답 $4\sqrt{15}$

05 $\overline{AB}^2=$(가)+(나), $\overline{AC}^2=$(다)+(라)이므로
(가)+(나)+(다)+(라)$=\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$
$=6^2=36\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

06 □PQRS$=49\,\text{cm}^2$이므로 $\overline{PQ}=7\,\text{cm}$

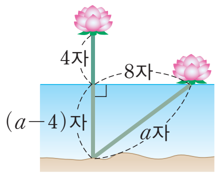
△ABQ에서 $\overline{BQ}=x\,\mathrm{cm}$, $\overline{AQ}=(x+7)\,\mathrm{cm}$이므로
$17^2=x^2+(x+7)^2$, $x^2+7x-120=0$
$(x+15)(x-8)=0$ $\quad\therefore x=8\ (\because x>0)$ 답 ③

07 $\overline{BC}^2=(m+2)^2=m^2+4m+4$ …… ㉠
$\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=m^2+(m+1)^2=m^2+m^2+2m+1$
$=2m^2+2m+1$ …… ㉡
㉡−㉠을 하면
$2m^2+2m+1-(m^2+4m+4)=m^2-2m-3$
$=(m+1)(m-3)$
이때 $m-3>0$이므로 $(m+1)(m-3)>0$
$\therefore \overline{BC}^2<\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$
따라서 ∠A는 예각이다. 답 예각

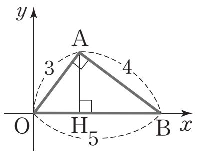
08 $\overline{BF}=x\,\mathrm{cm}$라 하면 $\overline{AF}=\overline{DF}=(6-x)\,\mathrm{cm}$, $\overline{BD}=3\,\mathrm{cm}$
△FDB에서 $(6-x)^2=x^2+3^2$
$36-12x+x^2=x^2+9$, $12x=27$ $\quad\therefore x=\frac{9}{4}$
$\therefore$ △FDB$=\frac{1}{2}\times3\times\frac{9}{4}=\frac{27}{8}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $\frac{27}{8}\,\mathrm{cm}^2$

09 점 B′이 $\overline{AD}$의 중점이므로 $\overline{AB'}=9$
$\overline{B'E}=\overline{EB}=x$라 하면 $\overline{AE}=18-x$
△AEB′에서 $x^2=9^2+(18-x)^2$
$x^2=81+324-36x+x^2$, $36x=405$
$\therefore x=\frac{45}{4}$ $\quad\therefore \overline{B'E}=\frac{45}{4}$ 답 ⑤

10 연 줄기의 길이를 a자라 하면 연못의 깊이는 $(a-4)$자이므로
$a^2=(a-4)^2+8^2$
$a^2=a^2-8a+16+64$
$8a=80$ $\quad\therefore a=10$
따라서 연 줄기의 길이는 10자, 연못의 깊이는 6자이다.
답 연못의 깊이 : 6자, 연 줄기의 길이 : 10자

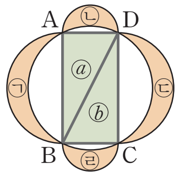


11 $3^2+4^2=5^2$이므로 △AOB는 ∠A=90°인 직각삼각형이다.
오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{OB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △AOB에서



$\frac{1}{2}\times\overline{AO}\times\overline{AB}=\frac{1}{2}\times\overline{OB}\times\overline{AH}$
$\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{1}{2}\times5\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\frac{12}{5}$
$\overline{AO}^2=\overline{OH}\times\overline{OB}$에서 $3^2=\overline{OH}\times5$
$\therefore \overline{OH}=\frac{9}{5}$
따라서 점 A의 좌표는 $\left(\frac{9}{5},\ \frac{12}{5}\right)$이다. 답 $\left(\frac{9}{5},\ \frac{12}{5}\right)$

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
㉠+㉡=ⓐ
㉢+㉣=ⓑ
따라서 색칠한 부분의 넓이는
ⓐ+ⓑ $=3\times6=18\,(\mathrm{cm}^2)$



답 ⑤

03. 피타고라스 정리의 활용

A 핵심 개념 ALL

41쪽, 43쪽

01 (대각선의 길이)$=\sqrt{6^2+9^2}=\sqrt{117}=3\sqrt{13}\,(\mathrm{cm})$
답 $3\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$

02 (대각선의 길이)$=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$ 답 $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

03 $2^2+x^2=6^2$, $4+x^2=36$, $x^2=32$
$\therefore x=4\sqrt{2}\ (\because x>0)$ 답 $4\sqrt{2}$

04 $x^2+x^2=6^2$, $2x^2=36$, $x^2=18$
$\therefore x=3\sqrt{2}\ (\because x>0)$ 답 $3\sqrt{2}$

05 $h=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
$S=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $h=2\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$, $S=4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

06 $h=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
$S=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $h=3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$, $S=9\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

07 정삼각형의 한 변의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{2}a=6$ $\quad\therefore a=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$

08 정삼각형의 한 변의 길이를 $a\,\mathrm{cm}$라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=25\sqrt{3}$, $a^2=100$
$\therefore a=10\ (\because a>0)$ 답 $10\,\mathrm{cm}$

09 점 H는 $\overline{BC}$의 중점이므로
$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=2\,\mathrm{cm}$
△ABH에서 피타고라스 정리에 의해
$\overline{AH}=\sqrt{6^2-2^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$ 답 $4\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

10 △ABC$=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$
$=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{2}=8\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $8\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

11 $4:x=1:1$이므로 $x=4$
$4:y=1:\sqrt{2}$이므로 $y=4\sqrt{2}$ 답 $x=4$, $y=4\sqrt{2}$

12 $x:6=\sqrt{3}:1$이므로 $x=6\sqrt{3}$
$y:6=2:1$이므로 $y=12$ 답 $x=6\sqrt{3}$, $y=12$

13 $\overline{AB}:\overline{AC}=\sqrt{3}:2$이므로
$\sqrt{6}:\overline{AC}=\sqrt{3}:2$, $\sqrt{3}\,\overline{AC}=2\sqrt{6}$
$\therefore \overline{AC}=2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ 답 $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

14 $\overline{AC}:\overline{AD}=1:\sqrt{2}$이므로 $2\sqrt{2}:\overline{AD}=1:\sqrt{2}$
$\therefore \overline{AD}=4\,\mathrm{cm}$ 답 $4\,\mathrm{cm}$

15 $\overline{AB}=\sqrt{(2-0)^2+(3-0)^2}=\sqrt{13}$ 답 $\sqrt{13}$

16 $\overline{CD}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(3-5)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

17 $\overline{AB}=\sqrt{\{(-3)-(-1)\}^2+(1-4)^2}=\sqrt{13}$ 답 $\sqrt{13}$

18 $\overline{BC}=\sqrt{\{2-(-3)\}^2+(2-1)^2}=\sqrt{26}$ 답 $\sqrt{26}$

19 $\overline{CA}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(2-4)^2}=\sqrt{13}$ 답 $\sqrt{13}$

20 $\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이고 $\overline{AB}=\overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이다.
답 $\angle A=90^\circ$이고 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 직각이등변삼각형

21 (대각선의 길이)$=\sqrt{4^2+8^2+10^2}=\sqrt{180}$
$=6\sqrt{5}$ (cm) 답 $6\sqrt{5}$ cm

22 (대각선의 길이)$=\sqrt{3^2+3^2+3^2}=\sqrt{27}$
$=3\sqrt{3}$ (cm) 답 $3\sqrt{3}$ cm

23 $\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$ (cm) 답 $3\sqrt{3}$ cm

24 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로
$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times 3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$ (cm) 답 $2\sqrt{3}$ cm

25 $\triangle AHD$에서
$\overline{AH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ (cm) 답 $2\sqrt{6}$ cm

26 $\triangle BCD=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=9\sqrt{3}$ (cm^2) 답 $9\sqrt{3}$ cm^2

27 (부피)$=\dfrac{1}{3}\times 9\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}=18\sqrt{2}$ (cm^3) 답 $18\sqrt{2}$ cm^3

28 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ (cm) 답 $6\sqrt{2}$ cm

29 점 H는 $\overline{BD}$의 중점이므로
$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BD}=\dfrac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ (cm) 답 $3\sqrt{2}$ cm

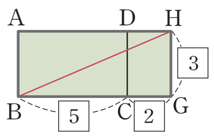
30 $\triangle OBH$에서
$\overline{OH}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}$ (cm) 답 $3\sqrt{7}$ cm

31 $\square ABCD=6\times 6=36$ (cm^2) 답 36 cm^2

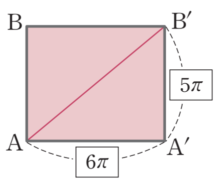
32 (부피)$=\dfrac{1}{3}\times 36\times 3\sqrt{7}=36\sqrt{7}$ (cm^3) 답 $36\sqrt{7}$ cm^3

33 원뿔의 높이를 h cm라 하면
$h=\sqrt{15^2-10^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$ (cm) 답 $5\sqrt{5}$ cm

34 (부피)$=\dfrac{1}{3}\times\pi\times 10^2\times 5\sqrt{5}$
$=\dfrac{500\sqrt{5}}{3}\pi$ (cm^3) 답 $\dfrac{500\sqrt{5}}{3}\pi$ cm^3

35


(최단 거리)$=\overline{BH}$
$=\sqrt{7^2+3^2}$
$=\sqrt{58}$
답 3, 5, 2, 7, $\sqrt{58}$

36


(최단 거리)$=\overline{AB'}$
$=\sqrt{(6\pi)^2+(5\pi)^2}$
$=\sqrt{61}\pi$
답 5π, 6π, 6π, $\sqrt{61}\pi$

B 유형 BIBLE 44~57쪽

THEME 06 피타고라스 정리의 평면도형에의 활용 (1) 44~47쪽

알고 있나요?

1 $\sqrt{a^2+b^2}$ 2 $\sqrt{2}a$
3 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$, $\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

---

01 가로와 세로의 길이를 각각 $2a$ cm, $3a$ cm $(a>0)$라 하면
$3\sqrt{13}=\sqrt{(2a)^2+(3a)^2}$, $13a^2=117$, $a^2=9$
$\therefore a=3$ ($\because a>0$)
따라서 가로의 길이는 $2\times 3=6$ (cm) 답 6 cm

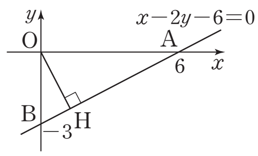
02 $8^2+a^2=11^2$, $a^2=121-64=57$
$b^2=5^2+5^2=50$
$\therefore a^2+b^2=57+50=107$ 답 ④

03 정사각형의 대각선이 원의 중심을 지나야 하므로
(정사각형의 대각선의 길이)=(원의 지름의 길이)=15 cm
정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\sqrt{2}x=15$ $\therefore x=\dfrac{15\sqrt{2}}{2}$
$\therefore$ (정사각형의 둘레의 길이)$=4\times\dfrac{15\sqrt{2}}{2}=30\sqrt{2}$ (cm)
답 $30\sqrt{2}$ cm

04 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면
$\overline{AB}=\sqrt{(3x)^2+x^2}=2\sqrt{5}$에서
$\sqrt{10}x=2\sqrt{5}$ $\therefore x=\sqrt{2}$
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{2}$이다. 답 $\sqrt{2}$

05 가장 큰 나무판은 (정사각형 모양의 나무판의 한 변의 길이)
=(직사각형 모양의 문의 대각선의 길이)일 때이므로
직사각형 모양의 문의 대각선의 길이를 x m라 하면
$x=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$ m

06 $\overline{BD}=\sqrt{8^2+6^2}=10$ (cm)
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로 $6\times 8=10\times\overline{AH}$
$\therefore \overline{AH}=\dfrac{24}{5}$ cm 답 $\dfrac{24}{5}$ cm

07 직선 $x-2y-6=0$에서 x절편이 6, y절편이 -3이므로
$A(6,\ 0)$, $B(0,\ -3)$
$\overline{AB}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$
$\overline{OA}\times\overline{OB}=\overline{AB}\times\overline{OH}$이므로


$6\times 3=3\sqrt{5}\times\overline{OH}$ $\therefore \overline{OH}=\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$ 답 ③

08 직각삼각형 ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{12^2+9^2}=15$
$\overline{AB}^2=\overline{BP}\times\overline{BD}$이므로 $9^2=\overline{BP}\times 15$ $\therefore \overline{BP}=\dfrac{27}{5}$
$\triangle ABP\equiv\triangle CDQ$ (RHA 합동)이므로 $\overline{DQ}=\overline{BP}=\dfrac{27}{5}$
$\therefore \overline{PQ}=15-(\overline{BP}+\overline{DQ})=15-\dfrac{54}{5}=\dfrac{21}{5}$ 답 $\dfrac{21}{5}$

09 정삼각형 ABC에서 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}=\frac{3}{2}$

$\overline{AD}$는 정삼각형 ADE의 한 변이므로

$\triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{\sqrt{3}}{4}\times\frac{9}{4}=\frac{9\sqrt{3}}{16}$ 답 ⑤

10 $\overline{CD}=a$라 하면

$\sqrt{2}a=4\sqrt{2}$ $\therefore a=4$

$\therefore \triangle CED=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}$ 답 $4\sqrt{3}$

11 $\triangle ABC$, $\triangle AED$, $\triangle AGF$의 한 변의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm라 하면

$\triangle AGF=\frac{\sqrt{3}}{4}c^2=9\sqrt{3}$

$c^2=36$ $\therefore c=6$ …❶

$\overline{AF}=\frac{\sqrt{3}}{2}b=6$ $\therefore b=4\sqrt{3}$ …❷

$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}a=4\sqrt{3}$ $\therefore a=8$

따라서 $\triangle ABC$의 한 변의 길이는 8 cm이다. …❸

답 8 cm

채점 기준	배점
❶ $\triangle AGF$의 한 변의 길이 구하기	40%
❷ $\triangle AED$의 한 변의 길이 구하기	30%
❸ $\triangle ABC$의 한 변의 길이 구하기	30%

12 $\overline{AG}:\overline{GH}=2:1$, $4:\overline{GH}=2:1$ $\therefore \overline{GH}=2$

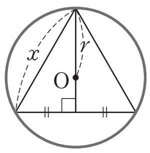
$\overline{AH}=4+2=6$이므로

$\triangle ABC$의 한 변의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=6$에서 $a=4\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2=12\sqrt{3}$ 답 ①

13 점 O는 정삼각형의 외심이면서 무게중심이므로



$r=$(정삼각형의 높이)$\times\frac{2}{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}x\times\frac{2}{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}x$

답 ②

14 $\overline{BE}=\overline{EC}=\overline{CF}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)

$\angle GEC=\angle GCE=60°$이므로 $\triangle GEC$는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형이다.

$\therefore \triangle GEC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}\,(cm^2)$

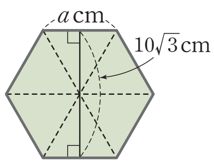
$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times12^2=36\sqrt{3}\,(cm^2)$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$2\triangle ABC-\triangle GEC=2\times36\sqrt{3}-9\sqrt{3}$

$=63\sqrt{3}\,(cm^2)$ 답 ④

15 정육각형은 오른쪽 그림과 같이 작은 정삼각형 6개로 나눌 수 있다. 작은 정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

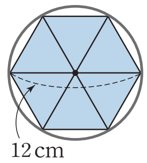


$\frac{\sqrt{3}}{2}a=5\sqrt{3}$ $\therefore a=10$

$\therefore$ (정육각형의 넓이)$=6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2\right)$

$=150\sqrt{3}\,(cm^2)$ 답 ②

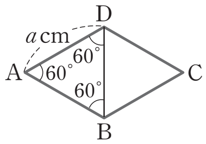
16 정육각형은 오른쪽 그림과 같이 작은 정삼각형 6개로 나눌 수 있다. 작은 정삼각형의 한 변의 길이가 6 cm이므로



(정육각형의 넓이)$=6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times6^2\right)$

$=54\sqrt{3}\,(cm^2)$ 답 ②

17 $\overline{BD}$를 그으면 $\triangle ABD$와 $\triangle BCD$는 정삼각형이다.



마름모의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\square ABCD=2\triangle ABD$

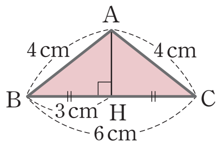
$=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2\right)=18\sqrt{3}$

$a^2=36$ $\therefore a=6$

따라서 $\square ABCD$의 둘레의 길이는

$4\times6=24$ (cm) 답 ③

18 오른쪽 그림과 같이 $\triangle ABC$를 그리고 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times\sqrt{7}$

$=3\sqrt{7}\,(cm^2)$ 답 $3\sqrt{7}\,cm^2$

참고 이등변삼각형의 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선은 밑변을 수직이등분한다.

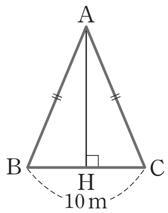
19 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ (cm)이므로

$\overline{BC}=2\overline{BH}=2\times2\sqrt{7}=4\sqrt{7}$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times4\sqrt{7}\times6=12\sqrt{7}\,(cm^2)$ 답 ①

20 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABC=60\,cm^2$이므로

$\frac{1}{2}\times10\times\overline{AH}=60$에서

$\overline{AH}=12$ cm …❶

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=5$ (cm)이므로

$\overline{AB}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$ (cm) …❷

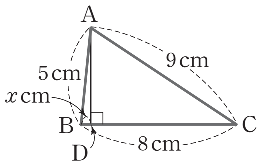
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)

$=2\overline{AB}+\overline{BC}=2\times13+10=36$ (cm) …❸

답 36 cm

채점 기준	배점
❶ $\triangle$ABC의 높이 구하기	40%
❷ $\overline{\text{AB}}$의 길이 구하기	40%
❸ $\triangle$ABC의 둘레의 길이 구하기	20%

21 오른쪽 그림과 같이 $\triangle$ABC를 그리고 꼭짓점 A에서 $\overline{\text{BC}}$에 내린 수선의 발을 D라 하고 $\overline{\text{BD}}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{\text{CD}}=(8-x)\,\text{cm}$



직각삼각형 ABD와 ADC에서 $\overline{\text{AD}}$는 두 직각삼각형의 공통인 변이므로 피타고라스 정리에 의해

$\overline{\text{AD}}^2=5^2-x^2$, $\overline{\text{AD}}^2=9^2-(8-x)^2$

$25-x^2=81-(64-16x+x^2)$, $16x=8$

$\therefore x=\dfrac{1}{2}$

$\overline{\text{AD}}^2=5^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{99}{4}$이므로

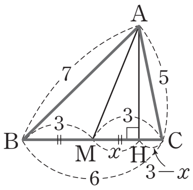
$\overline{\text{AD}}=\dfrac{3\sqrt{11}}{2}\,\text{cm}$ $(\because \overline{\text{AD}}>0)$

$\therefore$ (넓이)$=\dfrac{1}{2}\times8\times\dfrac{3\sqrt{11}}{2}=6\sqrt{11}\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

22 점 M이 $\overline{\text{BC}}$의 중점이므로

$\overline{\text{BM}}=\overline{\text{CM}}=3$

$\overline{\text{MH}}=x$라 하면 $\overline{\text{HC}}=3-x$



$\overline{\text{AH}}$는 두 직각삼각형 ABH와 AHC의 공통인 변이므로 피타고라스 정리에 의해

$\overline{\text{AH}}^2=7^2-(3+x)^2$, $\overline{\text{AH}}^2=5^2-(3-x)^2$

$49-(9+6x+x^2)=25-(9-6x+x^2)$

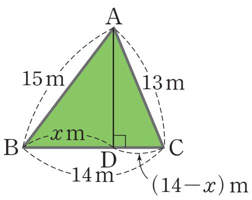
$12x=24$ $\quad\therefore x=2$

$\overline{\text{AH}}^2=25-1=24$이므로 $\overline{\text{AH}}=2\sqrt{6}$ $(\because \overline{\text{AH}}>0)$

따라서 $\triangle$AMH에서

$\overline{\text{AM}}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2+2^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ 답 ⑤

23 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{\text{BC}}$에 내린 수선의 발을 D라 하고 $\overline{\text{BD}}=x\,\text{m}$라 하면 $\overline{\text{CD}}=(14-x)\,\text{m}$



$\overline{\text{AD}}$는 두 직각삼각형 ABD와 ACD의 공통인 변이므로 피타고라스 정리에 의해

$\overline{\text{AD}}^2=15^2-x^2$, $\overline{\text{AD}}^2=13^2-(14-x)^2$

$225-x^2=169-(196-28x+x^2)$

$28x=252$ $\quad\therefore x=9$

$\overline{\text{AD}}^2=225-81=144$이므로 $\overline{\text{AD}}=12\,\text{m}$ $(\because \overline{\text{AD}}>0)$

$\therefore \triangle\text{ABC}=\dfrac{1}{2}\times14\times12=84\,(\text{m}^2)$

따라서 정원에 잔디를 모두 심는 데 드는 비용은

$84\times10000=840000$(원) 답 840000원

THEME 07 피타고라스 정리의 평면도형에의 활용 (2) 48~51쪽

알고 있나요?

1 $\sqrt{2}$, 1, 2, $\sqrt{3}$

2 $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

01 $\triangle$ABC에서 $\overline{\text{AC}}:\overline{\text{AB}}:\overline{\text{BC}}=2:1:\sqrt{3}$이고

$\overline{\text{AB}}=8$이므로 $\overline{\text{AC}}=16$

$\triangle$ACD에서 $\overline{\text{CD}}:\overline{\text{AC}}=1:\sqrt{2}$이므로

$x:16=1:\sqrt{2}$, $\sqrt{2}x=16$

$\therefore x=8\sqrt{2}$ 답 ④

02 $\overline{\text{AC}}:\overline{\text{BC}}:\overline{\text{AB}}=2:1:\sqrt{3}$이고

$\overline{\text{AC}}=6$이므로 $y=3$, $x=3\sqrt{3}$

$\therefore \dfrac{x}{y}=\dfrac{3\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

03 $\triangle$BCD에서 $\overline{\text{BC}}:\overline{\text{CD}}=\sqrt{3}:1$이고 $\overline{\text{CD}}=6$이므로

$\overline{\text{BC}}:6=\sqrt{3}:1$

$\therefore \overline{\text{BC}}=6\sqrt{3}$

$\triangle$ABC에서 $\overline{\text{AB}}:\overline{\text{BC}}=1:\sqrt{2}$이므로

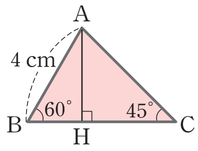
$\overline{\text{AB}}:6\sqrt{3}=1:\sqrt{2}$

$\therefore \overline{\text{AB}}=3\sqrt{6}$ 답 $3\sqrt{6}$

04 $\overline{\text{AB}}:\overline{\text{BH}}:\overline{\text{AH}}=2:1:\sqrt{3}$이고

$\overline{\text{AB}}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{\text{BH}}=2\,\text{cm}$, $\overline{\text{AH}}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$



$\triangle$ACH에서 $\overline{\text{AH}}=\overline{\text{CH}}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$이므로

$\overline{\text{BC}}=2+2\sqrt{3}=2(1+\sqrt{3})\,\text{cm}$

$\therefore \triangle\text{ABC}=\dfrac{1}{2}\times2(1+\sqrt{3})\times2\sqrt{3}=2(\sqrt{3}+3)\,(\text{cm}^2)$

답 $2(\sqrt{3}+3)\,\text{cm}^2$

05 $\triangle$ABC에서 $\overline{\text{BC}}:\overline{\text{AB}}:\overline{\text{AC}}=2:1:\sqrt{3}$이고

$\overline{\text{BC}}=8\,\text{cm}$이므로

$\overline{\text{AB}}=4\,\text{cm}$, $\overline{\text{AC}}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\triangle$ACD에서

$\overline{\text{CD}}:\overline{\text{AD}}:\overline{\text{AC}}=1:1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{\text{AD}}=\overline{\text{CD}}=2\sqrt{6}\,\text{cm}$

$\therefore$ ($\square$ABCD의 둘레의 길이)$=\overline{\text{AB}}+\overline{\text{BC}}+\overline{\text{CD}}+\overline{\text{AD}}$

$=4+8+2\sqrt{6}+2\sqrt{6}$

$=12+4\sqrt{6}$

$=4(3+\sqrt{6})\,(\text{cm})$

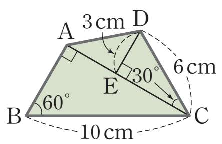
답 $4(3+\sqrt{6})\,\text{cm}$

06 직각삼각형 ABC에서

$\overline{\text{AB}}:\overline{\text{AC}}:\overline{\text{BC}}=1:\sqrt{3}:2$이므로

$\overline{\text{AB}}=5\,\text{cm}$, $\overline{\text{AC}}=5\sqrt{3}\,\text{cm}$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{\text{AC}}$에 내린 수선의 발을 E라 하면



$\triangle$DEC에서 $\overline{\text{DE}}:\overline{\text{DC}}=1:2$이므로

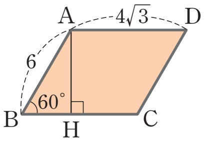
$\overline{\text{DE}}:6=1:2$ $\quad\therefore \overline{\text{DE}}=3\,\text{cm}$

$\therefore \square ABCD = \triangle ABC + \triangle DAC$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 5\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 5\sqrt{3} \times 3$

$= 20\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

07 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서

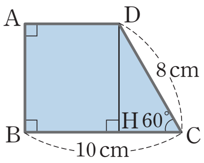


$\overline{AB} : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$이므로

$6 : \overline{AH} = 2 : \sqrt{3}$ $\quad \therefore \overline{AH} = 3\sqrt{3}$

$\therefore \square ABCD = 4\sqrt{3} \times 3\sqrt{3} = 36$ 답 36

08 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle DHC$에서



$\overline{DH} : \overline{HC} : \overline{DC} = \sqrt{3} : 1 : 2$이므로

$\overline{HC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{DH} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\overline{AD} = \overline{BH} = 10 - 4 = 6\,(\text{cm})$, $\overline{AB} = \overline{DH} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$ …❶

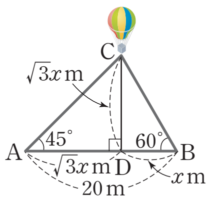
$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (\overline{AD} + \overline{BC}) \times \overline{AB}$

$= \frac{1}{2} \times (6+10) \times 4\sqrt{3} = 32\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ …❷

답 $32\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

채점 기준	배점
❶ $\overline{AD}$, $\overline{AB}$의 길이 구하기	60%
❷ $\square ABCD$의 넓이 구하기	40%

09 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 D라 하고 $\overline{BD} = x\,\text{m}$라 하면 $\triangle CDB$에서



$\overline{BD} : \overline{CD} = 1 : \sqrt{3}$이므로

$x : \overline{CD} = 1 : \sqrt{3}$

$\therefore \overline{CD} = \sqrt{3}x\,\text{m}$

$\triangle ADC$에서 $\overline{AD} = \overline{CD} = \sqrt{3}x\,\text{m}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD}$이므로

$\sqrt{3}x + x = 20$, $(\sqrt{3}+1)x = 20$ $\quad \therefore x = 10(\sqrt{3}-1)$

$\therefore \overline{CD} = \sqrt{3}x = 10\sqrt{3}(\sqrt{3}-1) = (30 - 10\sqrt{3})\,(\text{m})$ 답 ①

10 $\triangle AOH$에서 $\overline{OH} : \overline{AH} : \overline{OA} = 1 : 1 : \sqrt{2}$이므로

$6 : \overline{AH} : \overline{OA} = 1 : 1 : \sqrt{2}$에서

$\overline{AH} = 6\,\text{cm}$, $\overline{OA} = 6\sqrt{2}\,\text{cm}$

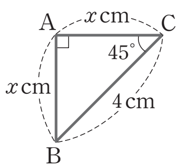
따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi \times (6\sqrt{2})^2 \times \frac{45}{360} - \frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 9\pi - 18\,(\text{cm}^2)$

답 $(9\pi - 18)\,\text{cm}^2$

11 정팔각형의 한 외각의 크기는 $\frac{360°}{8} = 45°$

잘라 낸 한 귀퉁이는 오른쪽 그림과 같고 $\overline{AC} = x\,\text{cm}$라 하면



$\sqrt{2}x = 4$ $\quad \therefore x = 2\sqrt{2}$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는

$4 + 2x = 4 + 4\sqrt{2} = 4(1+\sqrt{2})\,(\text{cm})$

답 ⑤

12 $\overline{AB} = \sqrt{(3-1)^2 + (t-1)^2} = \sqrt{5}$

양변을 제곱하면 $4 + (t-1)^2 = 5$, $(t-1)^2 = 1$

$t - 1 = \pm 1$ $\quad \therefore t = 0$ 또는 $t = 2$

따라서 점 A가 제1사분면 위의 점이므로 $t = 2$ 답 2

13 ① $\overline{PA} = \sqrt{\{-2-(-6)\}^2 + (3-1)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

② $\overline{PB} = \sqrt{\{-2-(-4)\}^2 + (3-6)^2} = \sqrt{13}$

③ $\overline{PC} = \sqrt{(-2-1)^2 + 3^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

④ $\overline{PD} = \sqrt{(-2-2)^2 + (3-2)^2} = \sqrt{17}$

⑤ $\overline{PE} = \sqrt{(-2-3)^2 + (3-4)^2} = \sqrt{26}$

따라서 점 E가 점 P에서 가장 멀리 떨어져 있다. 답 ⑤

14 $\overline{AB} = \sqrt{(-3-4)^2 + (6-2)^2} = \sqrt{65}$

$\overline{AC} = \sqrt{(-3-a)^2 + \{6-(-1)\}^2} = \sqrt{a^2 + 6a + 58}$

$\overline{AB} = \overline{AC}$에서 $\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2$이므로

$a^2 + 6a + 58 = 65$, $a^2 + 6a - 7 = 0$

$(a+7)(a-1) = 0$ $\quad \therefore a = 1\ (\because a > 0)$ 답 1

15 $P(a, 0)$이라 하면 $\overline{AP} = \overline{BP}$, 즉 $\overline{AP}^2 = \overline{BP}^2$이므로

$\{a-(-2)\}^2 + (0-1)^2 = (a-3)^2 + (0-4)^2$

$a^2 + 4a + 4 + 1 = a^2 - 6a + 9 + 16$

$10a = 20$ $\quad \therefore a = 2$

$\therefore P(2, 0)$ 답 $P(2, 0)$

16 $\overline{AB} = \sqrt{(4-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{13}$

$\overline{BC} = \sqrt{(3-4)^2 + (5-0)^2} = \sqrt{26}$

$\overline{CA} = \sqrt{(3-1)^2 + (5-2)^2} = \sqrt{13}$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$이고, $\overline{AB} = \overline{CA}$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$인 직각이등변삼각형이다. 답 ②

17 (1) $\overline{AB} = \sqrt{(5-2)^2 + \{3-(-3)\}^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\overline{BC} = \sqrt{(-6-5)^2 + (1-3)^2} = \sqrt{125} = 5\sqrt{5}$

$\overline{CA} = \sqrt{(-6-2)^2 + \{1-(-3)\}^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$ …❶

(2) $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{BC}$를 빗변으로 하는 직각삼각형이다. …❷

답 (1) $\overline{AB} = 3\sqrt{5}$, $\overline{BC} = 5\sqrt{5}$, $\overline{CA} = 4\sqrt{5}$

(2) $\overline{BC}$를 빗변으로 하는 직각삼각형

채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이 구하기	60%
❷ $\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 알기	40%

18 $\overline{AB} = \sqrt{\{-1-(-3)\}^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{40}$

$\overline{BC} = \sqrt{\{3-(-1)\}^2 + \{a-(-3)\}^2} = \sqrt{16 + (a+3)^2}$

$\overline{CA} = \sqrt{(-3-3)^2 + (3-a)^2} = \sqrt{36 + (3-a)^2}$

$\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$이므로

$16 + (a+3)^2 = 40 + 36 + (3-a)^2$

$a^2 + 6a + 25 = a^2 - 6a + 85$

$12a = 60$ $\quad \therefore a = 5$ 답 5

19 $y = x^2 + 2x - 2 = (x+1)^2 - 3$

이므로 꼭짓점 P의 좌표는 $(-1, -3)$

$y = x^2 + 2x - 2$에 $x = 0$을 대입하면 $y = -2$

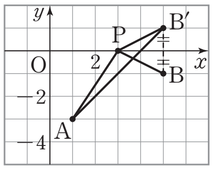
$\therefore Q(0, -2)$

$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{(-1-0)^2 + \{-3-(-2)\}^2} = \sqrt{2}$ 답 ②

20 $y=-x^2+4x-4=-(x-2)^2$
이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2,\ 0)$
따라서 두 점 $(2,\ 0)$, $(1,\ 2)$ 사이의 거리는
$\sqrt{(2-1)^2+(0-2)^2}=\sqrt{5}$ 답 $\sqrt{5}$

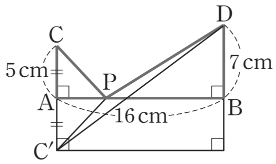
21 이차함수 $y=x^2$의 그래프와 직선 $y=x+6$의 그래프의 교점의 x좌표는 $x^2=x+6$에서 $x^2-x-6=0$
$(x+2)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-2$ 또는 $x=3$
$x=-2$일 때 $y=4$, $x=3$일 때 $y=9$이므로
$\mathrm{A}(-2,\ 4)$, $\mathrm{B}(3,\ 9)$
$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(9-4)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ 답 ③

22 오른쪽 그림과 같이 점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라 하면 B′(5, 1)이므로



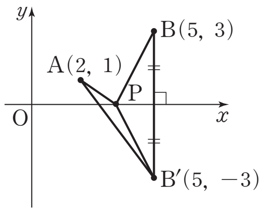
$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{B'P}}$
$\geq\overline{\mathrm{AB'}}$
$=\sqrt{(5-1)^2+\{1-(-3)\}^2}$
$=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$
즉, 최솟값은 $4\sqrt{2}$이다. 답 ④

23 오른쪽 그림과 같이 점 C를 $\overline{\mathrm{AB}}$에 대하여 대칭이동한 점을 C′이라 하면



$\overline{\mathrm{CP}}+\overline{\mathrm{DP}}=\overline{\mathrm{C'P}}+\overline{\mathrm{DP}}$
$\geq\overline{\mathrm{C'D}}$
$=\sqrt{16^2+12^2}=20$
즉, 최솟값은 20 cm이다. 답 ②

24 점 A, B를 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같다. 점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점을 B′이라 하면 B′(5, −3)



$\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{BP}}$
$=\overline{\mathrm{AP}}+\overline{\mathrm{B'P}}$
$\geq\overline{\mathrm{AB'}}$
$=\sqrt{(5-2)^2+(-3-1)^2}=\sqrt{25}=5$
즉, 최솟값은 5이다. 답 5

THEME 08 피타고라스 정리의 입체도형에의 활용 (1) 52~54쪽

알고 있나요?

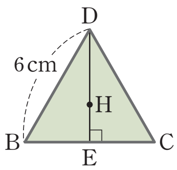
1 무게중심 2 두 대각선의 교점

01 대각선의 길이를 l이라 하면
$l=\sqrt{2^2+3^2+6^2}=\sqrt{49}=7\,(\mathrm{cm})$ 답 7 cm

02 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\sqrt{3}a=3\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=3$
$\therefore$ (정육면체의 겉넓이)$=6a^2$
$=6\times3^2=54\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $54\ \mathrm{cm}^2$

03 $\overline{\mathrm{AD}}=a$라 하면 주어진 직육면체의 대각선의 길이가 $3\sqrt{6}$이므로
$\sqrt{a^2+3^2+6^2}=3\sqrt{6}$
$a^2+45=54$, $a^2=9$ $\quad\therefore a=3\ (\because a>0)$
$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$이므로
$\square\mathrm{AEGC}=3\sqrt{2}\times6=18\sqrt{2}$ 답 ②

04 (1) $\overline{\mathrm{DH}}$의 연장선이 $\overline{\mathrm{BC}}$와 만나는 점을 E라 하면

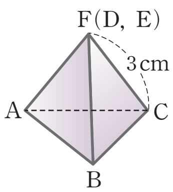


$\overline{\mathrm{DE}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
점 H는 △DBC의 무게중심이므로
$\overline{\mathrm{DH}}=\dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{DE}}=\dfrac{2}{3}\times3\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
△AHD에서
$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$
(2) $\triangle\mathrm{BCD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$
$\therefore$ (부피)$=\dfrac{1}{3}\times9\sqrt{3}\times2\sqrt{6}=18\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^3)$
답 (1) $2\sqrt{6}$ cm (2) $18\sqrt{2}\ \mathrm{cm}^3$

05 $\overline{\mathrm{CM}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
점 H는 △ABC의 무게중심이므로
$\overline{\mathrm{MH}}=\dfrac{1}{3}\overline{\mathrm{CM}}=\dfrac{1}{3}\times6\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{OM}}=\overline{\mathrm{CM}}=6\sqrt{3}$ cm
△OMH에서
$\overline{\mathrm{OH}}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$
$\therefore \triangle\mathrm{OMH}=\dfrac{1}{2}\times\overline{\mathrm{MH}}\times\overline{\mathrm{OH}}$
$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=12\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ②

06 ① $\overline{\mathrm{DM}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
② $\overline{\mathrm{DH}}=\dfrac{2}{3}\overline{\mathrm{DM}}=\dfrac{2}{3}\times6\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
③ △AHD에서
$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$
④ $\triangle\mathrm{BCD}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times12^2=36\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$
⑤ (부피)$=\dfrac{1}{3}\times36\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=144\sqrt{2}\,(\mathrm{cm}^3)$
따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

07 전개도를 접었을 때 만들어지는 정사면체는 오른쪽 그림과 같으므로 정사면체의 부피는



$\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times3^3=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\ (\mathrm{cm}^3)$
답 $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\ \mathrm{cm}^3$

08 정사면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\overline{DE}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\frac{2}{3}\overline{DE}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{3}a$

△AHD에서 $\overline{AD}^2=\overline{AH}^2+\overline{DH}^2$이므로

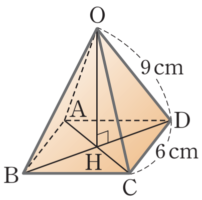
$a^2=(2\sqrt{6})^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2$, $a^2=24+\frac{1}{3}a^2$

$\frac{2}{3}a^2=24$, $a^2=36$ $\quad\therefore a=6\ (\because a>0)$

따라서 정사면체의 부피는

$\frac{\sqrt{2}}{12}\times6^3=18\sqrt{2}$ 답 ①

09 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BD}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

△OHD에서

$\overline{OH}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

따라서 정사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{7}=36\sqrt{7}\,(\text{cm}^3)$ 답 $36\sqrt{7}\,\text{cm}^3$

10 (1) 정삼각형 VAB의 한 변의 길이를 x cm라 하면 넓이가 $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=18\sqrt{3}$, $x^2=72$

$\therefore x=6\sqrt{2}\ (\because x>0)$ …❶

(2) $\overline{AC}$는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인 정사각형 ABCD의 대각선이므로

$\overline{AC}=\sqrt{2}\times6\sqrt{2}=12\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times12=6\,(\text{cm})$ …❷

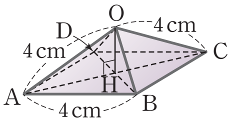
(3) △VHC에서

$\overline{VH}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-6^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$ …❸

답 (1) $6\sqrt{2}$ cm (2) 6 cm (3) 6 cm

채점 기준	배점
❶ 정삼각형 VAB의 넓이에서 한 모서리의 길이 구하기	30%
❷ □ABCD의 대각선의 길이에서 $\overline{CH}$의 길이 구하기	40%
❸ △VHC에서 피타고라스 정리에 의해 $\overline{VH}$의 길이 구하기	30%

11 전개도로 만들어지는 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AC}$는 정사각형 ABCD의 대각선이므로 $\overline{AC}=4\sqrt{2}$ cm

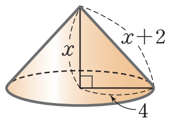
$\therefore \overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

△OHC에서 $\overline{OH}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

따라서 정사각뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times4^2\times2\sqrt{2}=\frac{32\sqrt{2}}{3}\,(\text{cm}^3)$ 답 $\frac{32\sqrt{2}}{3}\,\text{cm}^3$

12 피타고라스 정리에 의해



$(x+2)^2=x^2+4^2$

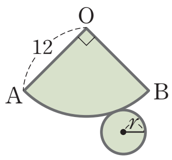
$x^2+4x+4=x^2+16$

$4x=12$ $\quad\therefore x=3$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times3=16\pi$ 답 16π

13 (1) $\widehat{AB}=2\pi\times12\times\frac{90}{360}=6\pi$

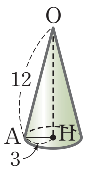


밑면의 반지름의 길이를 r라 하면

$6\pi=2\pi r$

$\therefore r=3$ …❶

(2) 전개도로 만든 원뿔은 오른쪽 그림과 같다.



△OAH는 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의하여

$\overline{OH}=\sqrt{12^2-3^2}=\sqrt{135}=3\sqrt{15}$ …❷

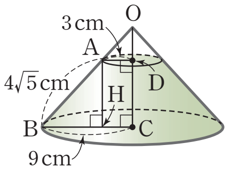
(3) (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times3\sqrt{15}=9\sqrt{15}\pi$

…❸

답 (1) 3 (2) $3\sqrt{15}$ (3) $9\sqrt{15}\pi$

채점 기준	배점
❶ 밑면의 반지름의 길이 구하기	30%
❷ 원뿔의 높이 구하기	30%
❸ 원뿔의 부피 구하기	40%

14 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-6^2}=\sqrt{44}$

$=2\sqrt{11}\,(\text{cm})$

$\overline{DC}=\overline{AH}=2\sqrt{11}$ cm

$\overline{OD}=x$ cm라 하면

$3:9=x:(x+2\sqrt{11})$이므로

$9x=3x+6\sqrt{11}$ $\quad\therefore x=\sqrt{11}$

따라서 잘라 낸 원뿔의 높이는 $\sqrt{11}$ cm이다. 답 $\sqrt{11}$ cm

15 ㉠의 밑면의 반지름의 길이를 r_1이라 하면

$2\pi r_1=2\pi\times15\times\frac{240}{360}$ $\quad\therefore r_1=10$

$a=\sqrt{15^2-10^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$

㉡의 밑면의 반지름의 길이를 r_2라 하면

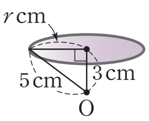
$2\pi r_2=2\pi\times15\times\frac{120}{360}$ $\quad\therefore r_2=5$

$b=\sqrt{15^2-5^2}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$

$\therefore \frac{a}{b}=\frac{5\sqrt{5}}{10\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{10}}{4}$ 답 ①

16 구의 반지름의 길이는 $8-3=5\,(\text{cm})$

구를 평면으로 잘랐을 때 생기는 단면은 원이므로 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$r=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$

따라서 구하는 단면의 넓이는

$\pi\times4^2=16\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 ②

17 $\triangle OBH$에서

$\overline{BH}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{AH}=\overline{AO}+\overline{OH}=4+2=6\,(\text{cm})$

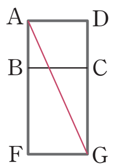
따라서 구하는 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times6=24\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 $24\pi\,\text{cm}^3$

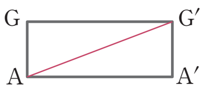
THEME 09 피타고라스 정리의 입체도형에의 활용 (2) 55~57쪽

알고 있나요?

1



2



01 $\triangle BCD$를 밑면으로 하고 높이를 $\overline{CG}$로 하는 삼각뿔 G−BCD의 부피는

$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times10\times10\right)\times10=\frac{500}{3}\,(\text{cm}^3)$

이때 $\triangle BGD$의 한 변의 길이는 $10\sqrt{2}$ cm이므로

$\triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(10\sqrt{2})^2=50\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

$\frac{1}{3}\times50\sqrt{3}\times\overline{CI}=\frac{500}{3}$이므로

$\overline{CI}=\frac{10}{\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3}\,(\text{cm})$ 답 $\frac{10\sqrt{3}}{3}$ cm

02 (1) $\overline{AG}=\sqrt{6^2+8^2+10^2}=10\sqrt{2}\,(\text{cm})$ …❶

(2) $\overline{EG}=\sqrt{6^2+8^2}=10\,(\text{cm})$ …❷

(3) $\triangle AEG$에서 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EM}$

$10\times10=10\sqrt{2}\times\overline{EM}$에서 $\overline{EM}=5\sqrt{2}$ cm …❸

답 (1) $10\sqrt{2}$ cm (2) 10 cm (3) $5\sqrt{2}$ cm

채점 기준	배점
❶ $\overline{AG}$의 길이 구하기	30%
❷ $\overline{EG}$의 길이 구하기	30%
❸ $\overline{EM}$의 길이 구하기	40%

03 $\triangle ADE$에서

$\overline{AE}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$

$\triangle ACF$에서

$\overline{AF}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+8^2}=\sqrt{136}=2\sqrt{34}\,(\text{cm})$

이때 $\overline{AF}^2=\overline{AE}^2+\overline{EF}^2$이므로 $\triangle AEF$는 $\angle AEF=90°$인 직각삼각형이다.

$\therefore \triangle AEF=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}=\frac{1}{2}\times10\times6=30\,(\text{cm}^2)$

답 $30\,\text{cm}^2$

04 $\overline{MF}=\overline{FN}=\overline{ND}=\overline{MD}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$이므로

□MFND는 네 변의 길이가 모두 $4\sqrt{5}$ cm인 마름모이다.

$\overline{FD}=\sqrt{3}\times8=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{MN}=\sqrt{2}\times8=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore$ □MFND$=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}\times8\sqrt{2}=32\sqrt{6}\,(\text{cm}^2)$ 답 ②

05 $\overline{FQ}$를 그으면 $\triangle FGQ$에서

$\overline{FQ}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

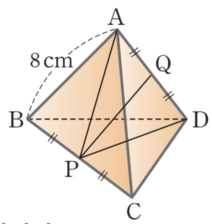
$\triangle PFQ$에서 $\overline{PQ}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\triangle APR$, $\triangle RDQ$에서 $\overline{PR}=\overline{QR}=\overline{PQ}=2\sqrt{6}$ cm

따라서 $\triangle PQR$는 한 변의 길이가 $2\sqrt{6}$ cm인 정삼각형이므로

$\triangle PQR=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{6})^2=6\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $6\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

06 $\overline{AP}$, $\overline{PD}$를 그으면 $\triangle ABC$에서



$\overline{AP}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\triangle BCD$에서

$\overline{PD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

즉, $\triangle PDA$는 $\overline{PA}=\overline{PD}$인 이등변삼각형이고

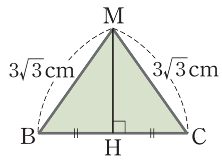
$\overline{PQ}\perp\overline{AD}$이므로

$\overline{PQ}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

답 $4\sqrt{2}$ cm

07 $\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 M에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle MBH$에서

$\overline{MH}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{18}$

$=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

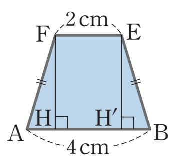
$\therefore \triangle MBC=\frac{1}{2}\times6\times3\sqrt{2}=9\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

08 (1) $\overline{EB}=\overline{FA}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$ …❶

(2) $\overline{OF}=\frac{1}{2}\overline{OD}$, $\overline{OE}=\frac{1}{2}\overline{OC}$이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times4=2\,(\text{cm})$ …❷

(3) □FABE는 등변사다리꼴이므로 오른쪽 그림과 같이 점 F, E에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면 $\triangle FAH\equiv\triangle EBH'$(RHA 합동)이므로



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\times(4-2)=1\,(\text{cm})$

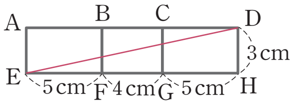
$\triangle FAH$에서 $\overline{FH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{11}\,(\text{cm})$ …❸

$\therefore \square FABE=\frac{1}{2}\times(2+4)\times\sqrt{11}=3\sqrt{11}\ (cm^2)$ ···❹

답 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) 2 cm (3) $3\sqrt{11}$ cm²

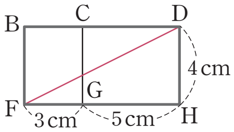
채점 기준	배점
❶ $\overline{EB}$의 길이 구하기	30%
❷ $\overline{EF}$의 길이 구하기	30%
❸ □FABE의 높이 구하기	20%
❹ □FABE의 넓이 구하기	20%

09 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 구하는 최단 거리는 $\overline{ED}$의 길이와 같으므로



$\overline{ED}=\sqrt{14^2+3^2}=\sqrt{205}\ (cm)$ 답 $\sqrt{205}$ cm

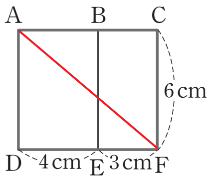
10 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 구하는 최단 거리는 $\overline{FD}$의 길이와 같으므로



$\overline{FD}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}$
$=4\sqrt{5}\ (cm)$ 답 ③

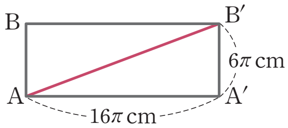
11 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 구하는 최단 거리는 $\overline{AF}$의 길이와 같으므로

$\overline{AF}=\sqrt{7^2+6^2}=\sqrt{85}\ (cm)$



답 $\sqrt{85}$ cm

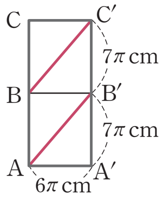
12 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times 8=16\pi\ (cm)$
원기둥의 옆면의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 구하는 최단 거리는 $\overline{AB'}$의 길이와 같으므로



$\overline{AB'}=\sqrt{(16\pi)^2+(6\pi)^2}=\sqrt{292\pi^2}=2\sqrt{73}\pi\ (cm)$

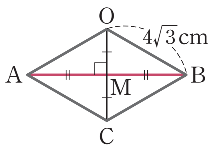
답 $2\sqrt{73}\pi$ cm

13 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times 3=6\pi\ (cm)$
오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AB'}+\overline{BC'}$의 길이와 같으므로
$\overline{AB'}+\overline{BC'}=2\overline{AB'}$
$=2\sqrt{(6\pi)^2+(7\pi)^2}$
$=2\sqrt{85}\pi\ (cm)$



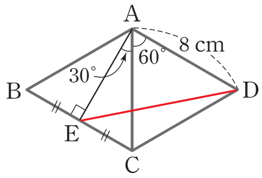
답 $2\sqrt{85}\pi$ cm

14 오른쪽 그림의 전개도에서 □OACB는 마름모이므로
$\overline{AB}\perp\overline{OC}$
$\overline{AB}$와 $\overline{OC}$의 교점을 M이라 하면
△OCB는 정삼각형이므로



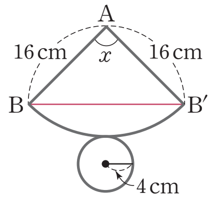
$\overline{BM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4\sqrt{3}=6\ (cm)$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{BM}=12\ (cm)$
따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{AB}$의 길이와 같으므로 12 cm이다. 답 12 cm

15 $\overline{AE}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}\ (cm)$
$\angle EAC=\frac{1}{2}\angle BAC=30^\circ$
$\angle EAD=30^\circ+60^\circ=90^\circ$
따라서 구하는 최단 거리는
$\overline{ED}$의 길이와 같으므로 △AED에서



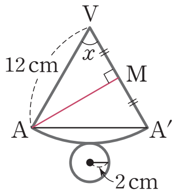
$\overline{ED}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+8^2}=\sqrt{112}=4\sqrt{7}\ (cm)$ 답 $4\sqrt{7}$ cm

16 오른쪽 그림과 같은 원뿔의 옆면의 전개도에서
$\widehat{BB'}=2\pi\times 4=8\pi\ (cm)$
부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면
$2\pi\times 16\times\frac{\angle x}{360^\circ}=8\pi$
$\therefore \angle x=90^\circ$



따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{BB'}$의 길이와 같으므로
$\overline{BB'}=\sqrt{16^2+16^2}=16\sqrt{2}\ (cm)$ 답 ②

17 오른쪽 그림과 같은 원뿔의 옆면의 전개도에서
$\widehat{AA'}=2\pi\times 2=4\pi\ (cm)$
부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면
$2\pi\times 12\times\frac{\angle x}{360^\circ}=4\pi$
$\therefore \angle x=60^\circ$



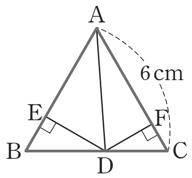
$\overline{VA}=\overline{VA'}$이고 $\angle V=60^\circ$이므로 $\triangle VAA'$은 정삼각형이다.
$\therefore \angle VMA=90^\circ$
따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{AM}$의 길이와 같으므로
$\overline{AM}=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}\ (cm)$ 답 $6\sqrt{3}$ cm

C 발전 문제 CLEAR

58~59쪽

01 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{64}=8\ (cm)$
$\overline{AB}\times\overline{BC}=\overline{AC}\times\overline{BP}$에서
$4\times 4\sqrt{3}=8\times\overline{BP}$ $\therefore \overline{BP}=2\sqrt{3}$ cm
$\overline{AB}^2=\overline{AP}\times\overline{AC}$에서
$4^2=\overline{AP}\times 8$ $\therefore \overline{AP}=2$ cm
$\therefore \overline{PC}=\overline{AC}-\overline{AP}=8-2=6\ (cm)$
이때 점 P가 □ABCD의 내부에 있으므로
$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$에서
$2^2+6^2=(2\sqrt{3})^2+\overline{DP}^2$, $\overline{DP}^2=28$
$\therefore \overline{DP}=2\sqrt{7}$ cm ($\because \overline{DP}>0$) 답 ②

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면
$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ACD$이고
$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2=9\sqrt{3}\ (cm^2)$이므로
$9\sqrt{3}=\frac{1}{2}\times 6\times\overline{DE}+\frac{1}{2}\times 6\times\overline{DF}$



$9\sqrt{3}=3(\overline{DE}+\overline{DF})$ $\therefore \overline{DE}+\overline{DF}=3\sqrt{3}$ cm 답 ①

03 주어진 단계를 보면 새로 만들어지는 정삼각형의 한 변의 길이는 기존 정삼각형의 높이의 $\frac{2}{3}$배임을 알 수 있다.

(첫 번째 정삼각형의 한 변의 길이)$=6\,\text{cm}$

(두 번째 정삼각형의 한 변의 길이)

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6\right)\times\frac{2}{3}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(세 번째 정삼각형의 한 변의 길이)

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{3}\right)\times\frac{2}{3}=2\,(\text{cm})$

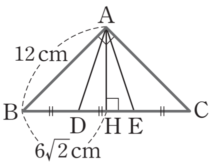
(네 번째 정삼각형의 한 변의 길이)

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2\right)\times\frac{2}{3}=\frac{2\sqrt{3}}{3}\,(\text{cm})$

(다섯 번째 정삼각형의 한 변의 길이)

$=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{2}{3}\,(\text{cm})$ 답 $\frac{2}{3}$ cm

04 $\triangle ABC$에서



$\overline{BC}=\sqrt{12^2+12^2}=12\sqrt{2}\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{CH}=6\sqrt{2}$ cm

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{12^2-(6\sqrt{2})^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\overline{BD}=\overline{DE}=\overline{EC}=\frac{1}{3}\overline{BC}=\frac{1}{3}\times 12\sqrt{2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$이므로

$\overline{DH}=\overline{BH}-\overline{BD}=6\sqrt{2}-4\sqrt{2}=2\sqrt{2}\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle ADH$에서

$\overline{AD}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2+(2\sqrt{2})^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$ 답 ④

05 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

정사각형 DEFG의 한 변의 길이를 x라 하면

$\overline{DE}=\overline{EF}=x$

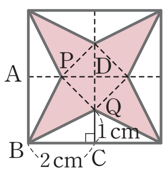
$\triangle DBE$에서 $\overline{BE}=\overline{DE}=x$

$\triangle GCF$에서 $\overline{CF}=\overline{FG}=x$

즉, $\overline{BC}=3x=3\sqrt{2}$ $\quad\therefore x=\sqrt{2}$

$\therefore \square DEFG=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ 답 2

06 오른쪽 그림에서



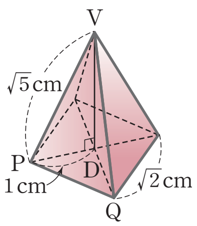
$\overline{AD}=\overline{DC}=2$ cm이므로

$\overline{PD}=\overline{DQ}=2-1=1$ (cm)

$\overline{PQ}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$ (cm)

$\triangle QBC$에서 $\overline{BQ}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}\,(\text{cm})$

즉, 이 입체도형은 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$ cm인 정사각형을 밑면으로 하고 옆면의 모서리의 길이가 $\sqrt{5}$ cm인 정사각뿔이다.



$\triangle VPD$에서

$\overline{VD}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-1^2}=\sqrt{4}=2(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times(\sqrt{2})^2\times 2=\frac{4}{3}\,(\text{cm}^3)$ 답 $\frac{4}{3}$ cm^3

07 정육면체의 한 모서리의 길이는

$\sqrt{a^2+a^2}=\sqrt{2}a$

따라서 이 정육면체의 겉넓이는

$(\sqrt{2}a)^2\times 6=12a^2$ 답 ②

08 $\overline{DF}=\sqrt{10^2+6^2+x^2}=\sqrt{136+x^2}$

$\overline{JF}=\sqrt{10^2+6^2+x^2}=\sqrt{136+x^2}$

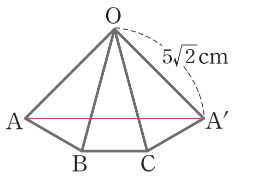
$\overline{DJ}=10+10=20$

$\triangle DFJ$는 직각삼각형이므로 $\overline{DF}^2+\overline{JF}^2=\overline{DJ}^2$

$136+x^2+136+x^2=20^2$, $272+2x^2=400$

$x^2=64$ $\quad\therefore x=8$ ($\because x>0$) 답 8

09 오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AA'}$의 길이와 같다.



$\angle OAB=\angle OBA=75^\circ$이므로

$\angle AOB=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)$

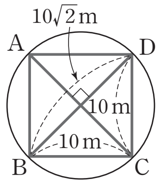
$=30^\circ$

이때 $\triangle OAB\equiv\triangle OBC\equiv\triangle OCA'$(SSS 합동)이므로

$\angle BOC=\angle COA'=30^\circ$ $\quad\therefore \angle AOA'=90^\circ$

$\therefore \overline{AA'}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(5\sqrt{2})^2}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$ 답 10 cm

10 헬리콥터의 네 날개의 끝이 돌면서 그리는 도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AC}=\overline{BD}=10\sqrt{2}\,(\text{m})$

이므로 원의 반지름의 길이는 $5\sqrt{2}$ m이다.

따라서 구하는 넓이는

$\pi\times(5\sqrt{2})^2=50\pi\,(\text{m}^2)$ 답 ①

11 $\overline{OH}=x$라 하면

$\triangle OBH$에서 $\overline{BH}^2=4^2-x^2$ …… ㉠

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH}^2=(4\sqrt{3})^2-(4+x)^2$ …… ㉡

㉠, ㉡에서

$4^2-x^2=(4\sqrt{3})^2-(4+x)^2$

$16-x^2=48-16-8x-x^2$

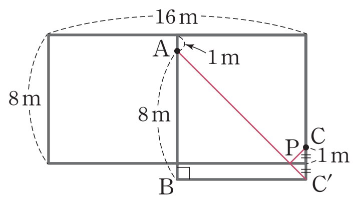
$8x=16$ $\quad\therefore x=2$

$\therefore \overline{BH}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{3})^2\times(4+2)=24\pi$ 답 ③

12



개미가 꿀을 먹기 위해서는 원통의 안쪽에서 바깥쪽으로 나온 후 꿀을 향해 이동하여야 한다.

점 C를 대칭이동한 점을 C′이라 하면 최단 거리는

$\overline{CP}+\overline{PA}=\overline{C'P}+\overline{PA}$

$\geq\overline{C'A}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}\,(\text{m})$ 답 ③

04. 삼각비

A 핵심 개념 ALL 63쪽, 65쪽

01 $\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{5}{13}$ 답 $\dfrac{5}{13}$

02 $\cos B=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{12}{13}$ 답 $\dfrac{12}{13}$

03 $\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{12}$ 답 $\dfrac{5}{12}$

04 $\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{12}{13}$ 답 $\dfrac{12}{13}$

05 $\cos A=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{5}{13}$ 답 $\dfrac{5}{13}$

06 $\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{12}{5}$ 답 $\dfrac{12}{5}$

07 $\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$ 답 $\dfrac{4}{5}$

08 $\cos B=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$ 답 $\dfrac{3}{5}$

09 $\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{8}{6}=\dfrac{4}{3}$ 답 $\dfrac{4}{3}$

10 $\overline{BC}=\sqrt{1^2+4^2}=\sqrt{17}$ 답 $\sqrt{17}$

11 $\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4}{\sqrt{17}}=\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$

$\cos B=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{1}{\sqrt{17}}=\dfrac{\sqrt{17}}{17}$

$\tan B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{1}=4$

답 $\sin B=\dfrac{4\sqrt{17}}{17}$, $\cos B=\dfrac{\sqrt{17}}{17}$, $\tan B=4$

12 $\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$, $\dfrac{3}{4}=\dfrac{9}{\overline{AB}}$ $\quad\therefore \overline{AB}=12$ 답 12

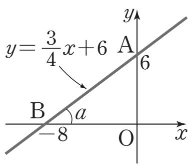
13 직각삼각형 ABO에서

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$

$\therefore \sin a=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}$

$\cos a=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$

$\tan a=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$



답 $\sin a=\dfrac{3}{5}$, $\cos a=\dfrac{4}{5}$, $\tan a=\dfrac{3}{4}$

14 답 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{CD}$

15 답 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{BC}$

16 답 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$

17 답 $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, $\overline{BD}$

18 답 $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$

19 답 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$

20 $\cos 60^\circ-\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}=0$ 답 0

21 $\sin 30^\circ+\cos 45^\circ=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$ 답 $\dfrac{1+\sqrt{2}}{2}$

22 $\tan 45^\circ+\cos 30^\circ\times\tan 60^\circ=1+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}$

$=1+\dfrac{3}{2}=\dfrac{5}{2}$ 답 $\dfrac{5}{2}$

23 $\cos 30^\circ\times\sin 60^\circ+\tan 45^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1$

$=\dfrac{3}{4}+1=\dfrac{7}{4}$ 답 $\dfrac{7}{4}$

24 $\sin^2 30^\circ+\cos^2 30^\circ=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}=1$ 답 1

25 답 45°

26 $\cos 3x=\dfrac{1}{2}$에서 $3\angle x=60^\circ$ $\quad\therefore \angle x=20^\circ$ 답 20°

27 $\sin 30^\circ=\dfrac{y}{12}$이므로 $\dfrac{1}{2}=\dfrac{y}{12}$ $\quad\therefore y=6$

$\cos 30^\circ=\dfrac{x}{12}$이므로 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{x}{12}$ $\quad\therefore x=6\sqrt{3}$

답 $x=6\sqrt{3}$, $y=6$

28 $\sin 45^\circ=\dfrac{x}{12}$이므로 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{x}{12}$ $\quad\therefore x=6\sqrt{2}$

$\cos 45^\circ=\dfrac{y}{12}$이므로 $\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{y}{12}$ $\quad\therefore y=6\sqrt{2}$

답 $x=6\sqrt{2}$, $y=6\sqrt{2}$

29 $\sin 44^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\dfrac{0.69}{1}=0.69$ 답 $\overline{AB}$, 0.69

30 $\cos 44^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\dfrac{0.72}{1}=0.72$ 답 $\overline{OB}$, 0.72

31 $\tan 44^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{0.97}{1}=0.97$ 답 $\overline{CD}$, 0.97

32 $\sin 0^\circ+\cos 90^\circ\times\tan 0^\circ=0+0\times 0=0$ 답 0

33 $\cos 0^\circ\times\sin 90^\circ+\cos 90^\circ\times\sin 0^\circ=1\times 1+0\times 0=1$

답 1

34 ㄱ. $\sin 0^\circ=0$ ㄴ. $\cos 0^\circ=1$ ㄷ. $\sin 30^\circ=\dfrac{1}{2}$

ㄹ. $\cos 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ㅁ. $\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ㅂ. $\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

답 ㅂ, ㄴ, ㄹ, ㅁ, ㄷ, ㄱ

35 답 0.6820

36 답 43

37 답 42

B 유형 BIBLE 66~75쪽

THEME 10 삼각비의 뜻 66~69쪽

알고 있나요?

1 (1) a (2) c (3) b (4) b (5) c (6) a

01 $\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{7})^2+3^2}=\sqrt{16}=4$

③ $\tan A=\frac{\sqrt{7}}{3}$ 답 ③

02 $\triangle$ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$

$\triangle$ADC에서

$\overline{AD}=\sqrt{3^2+6^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}=\frac{6}{3\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 답 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

03 $\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$, $\frac{2}{3}=\frac{4}{\overline{BC}}$ $\therefore \overline{BC}=6$ 답 6

04 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}$, $\frac{2}{3}=\frac{\overline{AC}}{6}$ $\therefore \overline{AC}=4$ cm

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$(cm)

답 $\overline{AC}=4$ cm, $\overline{BC}=2\sqrt{5}$ cm

05 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$, $\frac{2}{5}=\frac{4}{\overline{AC}}$ $\therefore \overline{AC}=10$ cm

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{21}\times 4=4\sqrt{21}$($\text{cm}^2$)

답 $4\sqrt{21}$ cm^2

06 $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$, $\frac{5}{7}=\frac{\overline{AB}}{7}$ $\therefore \overline{AB}=5$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

$\therefore \tan C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{5}{2\sqrt{6}}=\frac{5\sqrt{6}}{12}$ 답 $\frac{5\sqrt{6}}{12}$

07 (1) $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$, $\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{\overline{AB}}{9}$ $\therefore \overline{AB}=3\sqrt{5}$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{9^2-(3\sqrt{5})^2}=\sqrt{36}=6$ …❶

(2) $\sin A=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$, $\sin C=\frac{3\sqrt{5}}{9}=\frac{\sqrt{5}}{3}$이므로

$\sin A+\sin C=\frac{2}{3}+\frac{\sqrt{5}}{3}=\frac{2+\sqrt{5}}{3}$ …❷

답 (1) 6 (2) $\frac{2+\sqrt{5}}{3}$

채점 기준	배점
❶ $\cos A$의 값을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이 구하기	50%
❷ $\sin A+\sin C$의 값 구하기	50%

08 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$, $\frac{3}{5}=\frac{9}{\overline{AC}}$ $\therefore \overline{AC}=15$

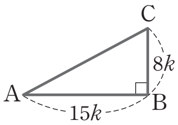
$\therefore \overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12$

$\cos A=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$

$\tan C=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$

$\therefore \cos A\times\tan C=\frac{4}{5}\times\frac{4}{3}=\frac{16}{15}$ 답 $\frac{16}{15}$

09 $\tan A=\frac{8}{15}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=15k$, $\overline{BC}=8k$ $(k>0)$라 하면



$\overline{AC}=\sqrt{(15k)^2+(8k)^2}$

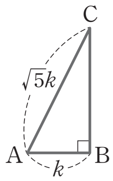
$=\sqrt{289k^2}=17k$

$\therefore \cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{15}{17}$ 답 ④

10 $5\cos A-\sqrt{5}=0$에서 $5\cos A=\sqrt{5}$

$\therefore \cos A=\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{1}{\sqrt{5}}$

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{5}k$, $\overline{AB}=k$ $(k>0)$라 하면



$\overline{BC}=\sqrt{(\sqrt{5}k)^2-k^2}=2k$이므로

$\sin A=\frac{2k}{\sqrt{5}k}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

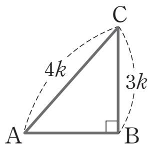
$\tan A=\frac{2k}{k}=2$

$\therefore \sin A\times\tan A=\frac{2\sqrt{5}}{5}\times 2=\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 답 ④

11 이차방정식 $4x^2-3x-5=0$의 두 근의 합은 $\frac{3}{4}$이므로

$\sin A=\frac{3}{4}$

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AC}=4k$, $\overline{BC}=3k$ $(k>0)$라 하면



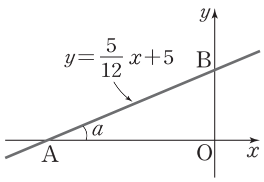
$\overline{AB}=\sqrt{(4k)^2-(3k)^2}=\sqrt{7}k$이므로

$\cos A=\frac{\sqrt{7}}{4}$

$\tan A=\frac{3}{\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$

$\therefore \cos A\times\tan A=\frac{\sqrt{7}}{4}\times\frac{3\sqrt{7}}{7}=\frac{3}{4}$ 답 $\frac{3}{4}$

12 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{5}{12}x+5$가 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$y=0$을 대입하면

$0=\frac{5}{12}x+5$ $\therefore x=-12$

$\therefore$ A$(-12, 0)$

$x=0$을 대입하면 $y=5$ $\therefore$ B$(0, 5)$

따라서 직각삼각형 AOB에서 $\overline{AO}=12$, $\overline{BO}=5$이므로

$\tan a=\frac{\overline{BO}}{\overline{AO}}=\frac{5}{12}$ 답 $\frac{5}{12}$

13 일차방정식 $2x-3y+6=0$에

$y=0$을 대입하면 $2x+6=0$ $\therefore x=-3$ $\therefore$ A$(-3, 0)$

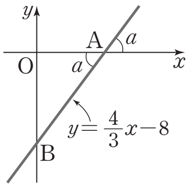
$x=0$을 대입하면 $-3y+6=0$ $\therefore y=2$ $\therefore$ B$(0, 2)$

직각삼각형 AOB에서 $\overline{AO}=3$, $\overline{BO}=2$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

$\therefore \sin a+\cos a=\frac{2}{\sqrt{13}}+\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{5}{\sqrt{13}}=\frac{5\sqrt{13}}{13}$ 답 ③

14 오른쪽 그림과 같이 직선 $y=\frac{4}{3}x-8$이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자.



$y=0$을 대입하면 $0=\frac{4}{3}x-8$

$\therefore x=6 \quad \therefore \mathrm{A}(6,\ 0)$

$x=0$을 대입하면 $y=-8$

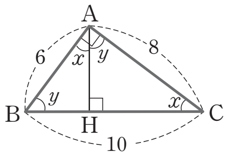
$\therefore \mathrm{B}(0,\ -8)$

직각삼각형 AOB에서 $\overline{\mathrm{AO}}=6$, $\overline{\mathrm{BO}}=8$이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

$\therefore \sin a-\cos a=\frac{8}{10}-\frac{6}{10}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$ 답 $\frac{1}{5}$

15 $\triangle$ABC에서



$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$

$\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{HBA} \backsim \triangle\mathrm{HAC}$ (AA 닮음)이므로

$\angle\mathrm{BCA}=\angle\mathrm{BAH}=\angle x$

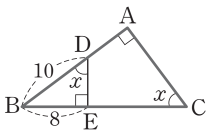
$\angle\mathrm{CBA}=\angle\mathrm{CAH}=\angle y$

$\sin x=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\cos y=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\therefore \sin x+\cos y=\frac{3}{5}+\frac{3}{5}=\frac{6}{5}$ 답 $\frac{6}{5}$

16 $\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{EBD}$ (AA 닮음)이므로 $\angle\mathrm{BDE}=\angle\mathrm{BCA}=\angle x$



$\triangle$DBE에서

$\overline{\mathrm{DE}}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{\mathrm{DE}}}{\overline{\mathrm{BD}}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

17 $\triangle$ABC에서

$\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{12^2+9^2}=\sqrt{225}=15\,(\mathrm{cm})$

$\triangle\mathrm{ADE} \backsim \triangle\mathrm{ACB}$(AA 닮음)이므로

$\angle\mathrm{ACB}=\angle\mathrm{ADE}=\angle x$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{AC}}}=\frac{12}{15}=\frac{4}{5}$ 답 $\frac{4}{5}$

18 $\triangle$ABH에서 $\angle\mathrm{ABH}=90^\circ-\angle x$이고

$\angle\mathrm{ABC}=90^\circ$이므로 $\angle\mathrm{DBC}=\angle x$ ⋯❶

$\triangle$DBC에서

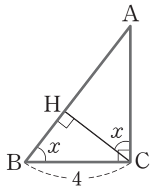
$\overline{\mathrm{BD}}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ ⋯❷

$\therefore \cos x=\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\overline{\mathrm{BD}}}=\frac{8}{4\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ⋯❸

답 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

채점 기준	배점
❶ $\angle\mathrm{DBC}=\angle x$임을 알기	40%
❷ $\overline{\mathrm{BD}}$의 길이 구하기	40%
❸ $\cos x$의 값 구하기	20%

19 $\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{ACH}$ (AA 닮음)이므로



$\angle\mathrm{ABC}=\angle\mathrm{ACH}=\angle x$

$\triangle$ABC에서

$\tan x=\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}}$, $\frac{\sqrt{5}}{2}=\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{4}$

$\therefore \overline{\mathrm{AC}}=2\sqrt{5}$

$\therefore \overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{36}=6$ 답 6

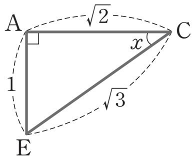
20 $\triangle$BFH에서

$\overline{\mathrm{FH}}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{BH}}=\sqrt{5^2+5^2+5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{\mathrm{FH}}}{\overline{\mathrm{BH}}}=\frac{5\sqrt{2}}{5\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

21 $\triangle$AEC는



$\overline{\mathrm{AE}}=1$, $\overline{\mathrm{AC}}=\sqrt{2}$, $\overline{\mathrm{CE}}=\sqrt{3}$,

$\angle\mathrm{A}=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\sin x=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan x=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \sin x\times\tan x=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\sqrt{6}}{6}$ 답 $\frac{\sqrt{6}}{6}$

22 $\overline{\mathrm{EG}}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10\,(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AG}}=\sqrt{6^2+8^2+4^2}=\sqrt{116}=2\sqrt{29}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{\mathrm{EG}}}{\overline{\mathrm{AG}}}=\frac{10}{2\sqrt{29}}=\frac{5\sqrt{29}}{29}$ 답 ④

23 $\overline{\mathrm{BM}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$

점 H는 $\triangle$BCD의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{BH}}=\frac{2}{3}\overline{\mathrm{BM}}=\frac{2}{3}\times3\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\triangle$ABH에서

$\overline{\mathrm{AH}}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$

$\therefore \tan x=\frac{\overline{\mathrm{AH}}}{\overline{\mathrm{BH}}}=\frac{2\sqrt{6}}{2\sqrt{3}}=\sqrt{2}$ 답 ②

THEME 11 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값

알고 있나요? 70~72쪽

1

A / 삼각비	30°	45°	60°
$\sin A$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(=\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos A$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}\left(=\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$	$\frac{1}{2}$
$\tan A$	$\frac{\sqrt{3}}{3}\left(=\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$	1	$\sqrt{3}$

01 ① $\tan 60^\circ - \sin 45^\circ = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}$

② $\sin 30^\circ + \cos 60^\circ = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$

③ $\sin 60^\circ \times \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{4}$

④ $\tan 45^\circ \div \cos 45^\circ = 1 \div \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

⑤ $\cos 30^\circ \times \tan 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \frac{3}{2}$

따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

02 (주어진 식)$= \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} - \frac{1}{2} = 1$ 답 1

03 $\angle A = 180^\circ \times \frac{1}{1+2+3} = 30^\circ$

$\therefore \sin A + \cos A \times \tan A$

$= \sin 30^\circ + \cos 30^\circ \times \tan 30^\circ$

$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$ 답 1

04 $2\angle x + 10^\circ = 30^\circ \quad \therefore \angle x = 10^\circ$ 답 10°

05 $\sin B = \frac{6}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \angle B = 60^\circ$ 답 60°

06 $4x^2 - 4x + 1 = 0$에서 $(2x-1)^2 = 0 \quad \therefore x = \frac{1}{2}$ (중근)

따라서 $\sin a = \frac{1}{2}$이므로

$\angle a = 30^\circ$ ($\because 0^\circ \le a \le 90^\circ$) 답 30°

07 △ABH에서

$\cos 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}, \ \frac{1}{2} = \frac{2}{x} \quad \therefore x = 4$

$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}, \ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AH}}{4} \quad \therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}$

△AHC에서

$\sin 45^\circ = \frac{\overline{AH}}{y}, \ \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{y} \quad \therefore y = 2\sqrt{6}$ 답 ④

08 △ABC에서

$\sin 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}, \ \frac{1}{2} = \frac{\overline{AC}}{6} \quad \therefore \overline{AC} = 3\,\text{cm}$ ⋯❶

△AHC에서

$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AC}}, \ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AH}}{3} \quad \therefore \overline{AH} = \frac{3\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$ ⋯❷

답 $\frac{3\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}$

채점 기준	배점
❶ △ABC에서 $\sin 30^\circ$의 값을 이용하여 $\overline{AC}$의 길이 구하기	50%
❷ △AHC에서 $\sin 60^\circ$의 값을 이용하여 $\overline{AH}$의 길이 구하기	50%

09 △ABC에서

$\tan 60^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}, \ \sqrt{3} = \frac{\overline{BC}}{2} \quad \therefore \overline{BC} = 2\sqrt{3}$

△BCD에서

$\sin 45^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{BD}}, \ \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{2\sqrt{3}}{\overline{BD}} \quad \therefore \overline{BD} = 2\sqrt{6}$ 답 $2\sqrt{6}$

10 $\overline{AC} = x$라 하면 $\overline{CD} = \overline{AC} = x$이므로

△ABC에서

$\tan 30^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}, \ \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{4+x}$

$3x = 4\sqrt{3} + \sqrt{3}x, \ (3-\sqrt{3})x = 4\sqrt{3}$

$\therefore x = \frac{4\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}} = 2(\sqrt{3}+1)$ 답 ⑤

11 $\angle ABD = \angle DBC = 30^\circ$

△ABC에서

$\sin 30^\circ = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}, \ \frac{1}{2} = \frac{\overline{BC}}{18} \quad \therefore \overline{BC} = 9$

△BCD에서

$\tan 30^\circ = \frac{\overline{CD}}{\overline{BC}}, \ \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{y}{9} \quad \therefore y = 3\sqrt{3}$

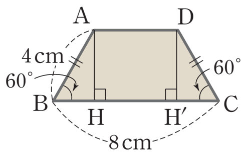
△ABC에서

$\tan 60^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}, \ \sqrt{3} = \frac{x+3\sqrt{3}}{9}$

$x + 3\sqrt{3} = 9\sqrt{3} \quad \therefore x = 6\sqrt{3}$

$\therefore x - y = 6\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3}$ 답 ③

12 오른쪽 그림과 같이 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하자.



△ABH에서

$\cos 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{AB}}, \ \frac{1}{2} = \frac{\overline{BH}}{4}$

$\therefore \overline{BH} = 2\,\text{cm}$

$\sin 60^\circ = \frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}, \ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AH}}{4} \quad \therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}\,\text{cm}$

같은 방법으로 하면 $\overline{CH'} = 2\,\text{cm}$

$\therefore \overline{AD} = \overline{HH'} = 8 - (2+2) = 4\,(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times (4+8) \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 ①

13 △ABD에서

$\angle BAD = 45^\circ - 22.5^\circ = 22.5^\circ$이므로 $\overline{AD} = \overline{BD}$

△ADC에서 $\overline{AC} = 1$이므로 $\overline{CD} = \overline{AC} = 1$

$\therefore \overline{AD} = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

즉, $\overline{BD} = \overline{AD} = \sqrt{2}$이므로 △ABC에서

$\tan 22.5^\circ = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \sqrt{2} - 1$ 답 ①

14 △ADC에서

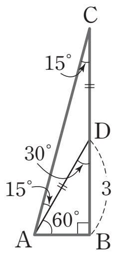
$\cos 30^\circ = \frac{\overline{AD}}{\overline{AC}}, \ \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\overline{AD}}{8} \quad \therefore \overline{AD} = 4\sqrt{3}\,\text{cm}$

△ABD에서

$\overline{BD} = \sqrt{9^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{33}\,(\text{cm})$

$\therefore \tan x = \frac{\overline{BD}}{\overline{AD}} = \frac{\sqrt{33}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{11}}{4}$ 답 $\frac{\sqrt{11}}{4}$

15 $\triangle$DAB에서



$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AD}}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3}{\overline{AD}}$

$\therefore \overline{AD}=2\sqrt{3}$, $\overline{CD}=\overline{AD}=2\sqrt{3}$

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$, $\sqrt{3}=\dfrac{3}{\overline{AB}}$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{3}$

$\angle$ADB$=30^\circ$이고 $\overline{AD}=\overline{CD}$이므로

$\triangle$ADC에서 $\angle$CAD$=\angle$ACD$=15^\circ$

$\triangle$ABC에서

$\tan 75^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{2\sqrt{3}+3}{\sqrt{3}}=2+\sqrt{3}$

$\tan 15^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+3}=2-\sqrt{3}$

$\therefore \tan 75^\circ-\tan 15^\circ=2+\sqrt{3}-(2-\sqrt{3})=2\sqrt{3}$ 답 ③

16 구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$라 하면

$a=(\text{기울기})=\tan 45^\circ=1$

점 $(-2, 0)$이 직선 $y=x+b$ 위의 점이므로

$0=-2+b \quad \therefore b=2 \quad \therefore y=x+2$ 답 ③

17 $5x-3y+15=0$에서 $3y=5x+15$

$\therefore y=\dfrac{5}{3}x+5 \quad \therefore \tan a=\dfrac{5}{3}$ 답 $\dfrac{5}{3}$

18 구하는 각의 크기를 $\angle a$라 하면

$(\text{직선의 기울기})=\tan a=1 \quad \therefore \angle a=45^\circ$ 답 ②

THEME 12 예각의 삼각비의 값 73~75쪽

알고 있나요?

1 (1) $\overline{AB}$ (2) $\overline{OB}$ (3) $\overline{CD}$

---

01 ① $\cos x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

② $\cos y=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

③ $\sin x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

④ $\sin z=\sin y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

⑤ $\tan x=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{AD}}=\dfrac{\overline{DE}}{1}=\overline{DE}$

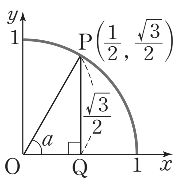
따라서 옳지 않은 것은 ①이다. 답 ①

02 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$이므로 $\angle$ACB$=\angle x$

따라서 $\triangle$ABC에서

$\cos x=\cos(\angle \text{ACB})=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$ 답 ③

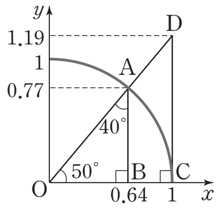
03 오른쪽 그림과 같이 점 $\text{P}\left(\dfrac{1}{2}, \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)$에서 x축에 내린 수선의 발을 Q라 하면



$\sin a=\dfrac{\overline{PQ}}{\overline{OP}}=\dfrac{\overline{PQ}}{1}=\overline{PQ}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \angle a=60^\circ$ 답 60°

04 $\angle$OAB$=90^\circ-50^\circ=40^\circ$이므로



① $\sin 40^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.64$

② $\cos 40^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.77$

③ $\sin 50^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}=0.77$

④ $\cos 50^\circ=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}=0.64$

⑤ $\tan 50^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\overline{CD}=1.19$

따라서 옳은 것은 ②이다. 답 ②

05 $\cos 35^\circ=\dfrac{\overline{OH}}{\overline{OA}}$이므로 $\overline{OH}=\cos 35^\circ$

$\overline{OB}=\overline{OA}=1$이므로 $\overline{BH}=\overline{OB}-\overline{OH}=1-\cos 35^\circ$ 답 ⑤

06 ① (주어진 식)$=1\times 1+0\times 0=1$

② (주어진 식)$=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}=1$

③ (주어진 식)$=1-1=0$

④ (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times 0=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

⑤ (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

따라서 계산한 값이 가장 큰 것은 ⑤이다. 답 ⑤

07 ① $\sin 0^\circ=0$, $\cos 90^\circ=0$, $\tan 90^\circ$의 값은 정할 수 없다.

② $\sin 0^\circ=0$, $\cos 0^\circ=1$, $\tan 0^\circ=0$

③ $\sin 90^\circ=\cos 0^\circ=\tan 45^\circ=1$

④ $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 45^\circ=1$

⑤ $\sin 90^\circ=1$, $\cos 90^\circ=0$, $\tan 90^\circ$의 값은 정할 수 없다.

따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

08 $\sin(x+30^\circ)=1$이므로

$\angle x+30^\circ=90^\circ \quad \therefore \angle x=60^\circ$ …❶

$\therefore \sin x+\cos\dfrac{x}{2}=\sin 60^\circ+\cos 30^\circ$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$ …❷

답 $\sqrt{3}$

채점 기준	배점
❶ $\angle x$의 크기 구하기	40%
❷ $\sin x+\cos\dfrac{x}{2}$의 값 구하기	60%

09 ① $0^\circ<x<45^\circ$일 때, $\sin x<\cos x$이므로

$\sin 37^\circ<\cos 37^\circ$

② $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $\cos x<\sin x$이므로

$\sin 80^\circ>\cos 80^\circ$

③, ④ $0^\circ<x<90^\circ$인 범위에서 $\angle x$의 크기가 증가하면

$\sin x$, $\tan x$의 값은 각각 증가하므로

$\sin 72^\circ>\sin 50^\circ$, $\tan 50^\circ>\tan 10^\circ$

⑤ $\tan 50^\circ>1$, $0<\cos 70^\circ<1$이므로 $\tan 50^\circ>\cos 70^\circ$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

10 $\sin 90^\circ=1$, $\cos 90^\circ=0$

$\sin 45^\circ<\sin 70^\circ<\sin 90^\circ$이므로 $\frac{\sqrt{2}}{2}<\sin 70^\circ<1$

$\cos 90^\circ<\cos 70^\circ<\cos 45^\circ$이므로 $0<\cos 70^\circ<\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan 50^\circ>1$

$\therefore \cos 90^\circ<\cos 70^\circ<\sin 70^\circ<\sin 90^\circ<\tan 50^\circ$

따라서 크기가 작은 것부터 순서대로 나열하면

ㄴ-ㄹ-ㄷ-ㄱ-ㅁ 답 ③

11 ① $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $\sin A<\cos A$

③ $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\tan A>\sin A>\cos A$

⑤ $0^\circ\le A<90^\circ$일 때, $\tan A\ge 0$

따라서 옳은 것은 ②, ④이다. 답 ②, ④

12 $45^\circ<A<90^\circ$에서 $0<\cos A<\sin A$이므로

$\sin A+\cos A>0$, $\cos A-\sin A<0$

$\therefore \sqrt{(\sin A+\cos A)^2}-\sqrt{(\cos A-\sin A)^2}$

$=(\sin A+\cos A)+(\cos A-\sin A)$

$=2\cos A$ 답 ⑤

13 $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\tan A<1$이므로

$1+\tan A>0$, $\tan A-\tan 45^\circ=\tan A-1<0$

$\therefore \sqrt{(1+\tan A)^2}+\sqrt{(\tan A-\tan 45^\circ)^2}$

$=(1+\tan A)-(\tan A-1)=2$ 답 2

14 $0^\circ<x<90^\circ$일 때, $0<\cos x<1$이므로

$1+\cos x>0$, $1-\cos x>0$

$\therefore \sqrt{(1+\cos x)^2}+\sqrt{(1-\cos x)^2}$

$=1+\cos x+1-\cos x=2$ 답 ⑤

15 (주어진 식)$=1.0724-0.7193+0.6691$

$=1.0222$ 답 1.0222

16 삼각비의 표에서 tan의 세로줄의 0.7002와 만나는 곳의 수의 가로줄의 각도를 읽으면

$\tan 35^\circ=0.7002$이므로 $\angle x=35^\circ$ 답 35°

17 $\cos 33^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{x}{100}=0.8387$

$\therefore x=100\times 0.8387=83.87$ 답 83.87

C 발전 문제 CLEAR 76~77쪽

01 $\triangle ADC$에서

$\cos y=\frac{\overline{DC}}{\overline{AD}}=\frac{\sqrt{5}}{5}=\frac{1}{\sqrt{5}}$이므로

$\overline{AD}=\sqrt{5}a$, $\overline{DC}=a$라 하면

$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{5}a)^2-a^2}=2a$

$\tan x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{3}{4}$이므로 $\frac{2a}{10+a}=\frac{3}{4}$

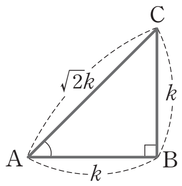
$8a=30+3a$, $5a=30$ $\therefore a=6$

$\therefore \overline{AC}=2a=2\times 6=12$ 답 ⑤

02 $x^2-2x+1=0$에서 $(x-1)^2=0$

$\therefore x=1$ (중근) $\therefore \tan A=1$

오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=k\ (k>0)$라 하면



$\overline{AC}=\sqrt{k^2+k^2}=\sqrt{2}k$

따라서 $\sin A=\frac{k}{\sqrt{2}k}=\frac{1}{\sqrt{2}}$이므로

$(\tan A-\sin A)^2=\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{3}{2}-\sqrt{2}$ 답 ①

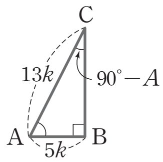
|다른 풀이| $\tan A=1$에서 $\angle A=45^\circ$

$\therefore (\tan A-\sin A)^2=(\tan 45^\circ-\sin 45^\circ)^2$

$=\left(1-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=\frac{3}{2}-\sqrt{2}$

03 $\sin(90^\circ-A)=\frac{5}{13}$이므로 오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서

$\overline{AB}=5k$, $\overline{AC}=13k\,(k>0)$라 하면



$\overline{BC}=\sqrt{(13k)^2-(5k)^2}=12k$

$\therefore \cos A\times\tan A=\frac{5k}{13k}\times\frac{12k}{5k}$

$=\frac{12}{13}$ 답 $\frac{12}{13}$

04 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\sqrt{3}a=7\sqrt{3}$ $\therefore a=7$

$\overline{HF}=\sqrt{2}a=7\sqrt{2}$

$\triangle BHF$는 $\angle BFH=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\cos x=\frac{\overline{HF}}{\overline{BH}}=\frac{7\sqrt{2}}{7\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 답 ⑤

05 $\triangle ADE$에서

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\overline{AD}}{16}$ $\therefore \overline{AD}=8\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\triangle ACD$에서

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\overline{AC}}{8\sqrt{3}}$ $\therefore \overline{AC}=12\,\text{cm}$

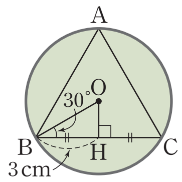
$\triangle ABC$에서

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\overline{AB}}{12}$ $\therefore \overline{AB}=6\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$, $\frac{1}{2}=\frac{\overline{BC}}{12}$ $\therefore \overline{BC}=6\,\text{cm}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 6=18\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

06 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABC$가 정삼각형이므로



$\angle OBH=30^\circ$

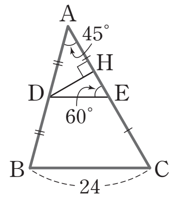
$\triangle OBH$에서

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{OB}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3}{\overline{OB}}$

$\therefore \overline{OB}=2\sqrt{3}\,cm$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi\,(cm^2)$ 답 ①

07 $\triangle ABC \backsim \triangle ADE$ (SAS 닮음)이고 $\triangle ABC$와 $\triangle ADE$의 닮음비가 $2:1$이므로



$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 24=12$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle DEH$에서

$\sin 60^\circ=\frac{\overline{DH}}{\overline{DE}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\overline{DH}}{12}$ $\quad\therefore \overline{DH}=6\sqrt{3}$

$\triangle ADH$에서

$\sin 45^\circ=\frac{\overline{DH}}{\overline{AD}}$, $\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{3}}{\overline{AD}}$ $\quad\therefore \overline{AD}=6\sqrt{6}$ 답 ④

08 $\triangle ACD$에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$, $\frac{1}{2}=\frac{\overline{CD}}{10}$ $\quad\therefore \overline{CD}=5\,cm$

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\overline{AC}}{10}$ $\quad\therefore \overline{AC}=5\sqrt{3}\,cm$

$\triangle ABC$에서

$\sin 45^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\overline{BC}}{5\sqrt{3}}$ $\quad\therefore \overline{BC}=\frac{5\sqrt{6}}{2}\,cm$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BC}=\frac{5\sqrt{6}}{2}\,cm$

$\angle CAB=\angle FCA=\angle FCD=\angle FDC=45^\circ$이므로

$\cos 45^\circ=\frac{\overline{CF}}{\overline{CD}}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\overline{CF}}{5}$

$\therefore \overline{CF}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\,cm$

$\therefore \overline{DF}=\overline{CF}=\frac{5\sqrt{2}}{2}\,cm$

$\triangle DAE$에서

$\overline{AE}=\overline{AB}-\overline{EB}=\overline{AB}-\overline{CF}$

$=\frac{5\sqrt{6}}{2}-\frac{5\sqrt{2}}{2}=\frac{5(\sqrt{6}-\sqrt{2})}{2}\,(cm)$

$\overline{DE}=\overline{DF}+\overline{FE}=\overline{DF}+\overline{BC}$

$=\frac{5\sqrt{2}}{2}+\frac{5\sqrt{6}}{2}=\frac{5(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}\,(cm)$

$\therefore \tan 75^\circ=\frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}=\frac{5(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{2}\times\frac{2}{5(\sqrt{6}-\sqrt{2})}$

$=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=2+\sqrt{3}$ 답 $2+\sqrt{3}$

09 $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $0<\sin A<\cos A$이므로

$\sin A-\cos A<0$, $\sin A+\cos A>0$

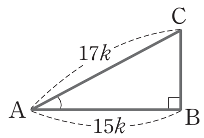
$\therefore \sqrt{(\sin A-\cos A)^2}+\sqrt{(\sin A+\cos A)^2}$

$=-(\sin A-\cos A)+(\sin A+\cos A)$

$=2\cos A$

$2\cos A=\frac{30}{17}$이므로 $\cos A=\frac{15}{17}$

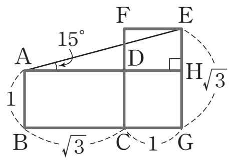
오른쪽 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}=15k$, $\overline{AC}=17k\,(k>0)$라 하면



$\overline{BC}=\sqrt{(17k)^2-(15k)^2}=8k$

$\therefore \tan A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{8}{15}$ 답 $\frac{8}{15}$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$의 연장선과 $\overline{EG}$의 교점을 H라 하면



$\triangle AHE$에서

$\overline{AH}=\sqrt{3}+1$, $\overline{EH}=\sqrt{3}-1$

$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3}+1)^2+(\sqrt{3}-1)^2}$

$=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\therefore \cos 15^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{AE}}=\frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ 답 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

11 $\triangle ABD$에서

$\overline{AB}=\overline{BD}$이므로 $\angle DAB=45^\circ$

$\cos 45^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{\overline{AB}}{2\sqrt{2}}$ $\quad\therefore \overline{AB}=2$

$\therefore \overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AB}=2$

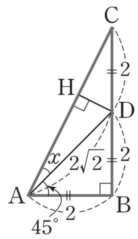
$\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\triangle ADC=\triangle ABC-\triangle ABD$

$=\frac{1}{2}\times2\times4-\frac{1}{2}\times2\times2=2$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{DH}$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times\overline{DH}=2$

$\therefore \overline{DH}=\frac{2}{\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2-\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2}=\frac{6\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{AH}}{\overline{AD}}=\frac{6\sqrt{5}}{5}\times\frac{1}{2\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$ 답 ④

12 $\triangle ABC$에서

$\cos a=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$, $\frac{3}{4}=\frac{\overline{AB}}{8}$ $\quad\therefore \overline{AB}=6$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

$\triangle ADE$에서 $\overline{BD}=\overline{AD}-\overline{AB}=8-6=2$

$\tan a=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{DE}}{\overline{AD}}$, $\frac{2\sqrt{7}}{6}=\frac{\overline{DE}}{8}$ $\quad\therefore \overline{DE}=\frac{8\sqrt{7}}{3}$

$\therefore \square BDEC=\frac{1}{2}\times\left(2\sqrt{7}+\frac{8\sqrt{7}}{3}\right)\times2=\frac{14\sqrt{7}}{3}$

답 $\frac{14\sqrt{7}}{3}$

05. 삼각비의 활용

A 핵심 개념 ALL
79쪽, 81쪽

01 답 8, 8, 4.56

02 답 8, 8, 6.56

03 답 5, 5, $\dfrac{10\sqrt{3}}{3}$

04 답 5, 5, $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

05 답 $11\sin 64^\circ$

06 답 $7\tan 32^\circ$

07 $\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=8\sin 30^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$

$\overline{BH}=8\cos 30^\circ=8\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6\sqrt{3}-4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$

답 4, $4\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$, 4, $2\sqrt{3}$, $2\sqrt{7}$

08 $\overline{AH}=6\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ 답 $3\sqrt{3}$

09 $\overline{BH}=6\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$ 답 3

10 $\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=12-3=9$ 답 9

11 $\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+9^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$ 답 $6\sqrt{3}$

12 $\triangle$CHB에서

$\overline{CH}=12\sin 45^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$

$\triangle$CAH에서

$\sin A=\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AC}}$이므로

$\overline{AC}=\dfrac{\overline{CH}}{\sin 60^\circ}=6\sqrt{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{6}$

답 $6\sqrt{2}$, 60, $4\sqrt{6}$

13 답 60, 45, 60, 45, $\sqrt{3}$, $4(\sqrt{3}-1)$

14 답 60, 30, 60, 30, $\sqrt{3}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$, $4\sqrt{3}$

15 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 18\times 16\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 18\times 16\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=72\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ 답 $72\sqrt{2}\text{ cm}^2$

16 $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 16\times 12\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 16\times 12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=48\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $48\sqrt{3}\text{ cm}^2$

17 답 $\dfrac{1}{2}ab\sin x$, $ab\sin x$

18 $\square ABCD=8\times 7\times\sin 60^\circ=8\times 7\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=28\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

답 $28\sqrt{3}\text{ cm}^2$

19 $\square ABCD=6\times 14\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=6\times 14\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=42\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ 답 $42\sqrt{2}\text{ cm}^2$

20 답 $ab\sin x$, $\dfrac{1}{2}ab\sin x$

21 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 8\times 12\times\sin 60^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=24\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$

22 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times 8\times 10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$=20\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $20\sqrt{3}\text{ cm}^2$

B 유형 BIBLE
82~89쪽

THEME 13 삼각형의 변의 길이
82~85쪽

알고 있나요?

1 (1) c (2) A (3) b

(4) b (5) A (6) a

01 $\triangle$ABH에서

$y=\overline{AH}\tan 30^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}$

$\triangle$ABC에서 $\angle C=60^\circ$이므로

$\triangle$BCH에서

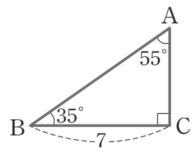
$\tan 60^\circ=\dfrac{y}{x}$, $\sqrt{3}=\dfrac{2\sqrt{3}}{x}$ $\therefore x=2$

$\therefore x+y=2+2\sqrt{3}$ 답 $2+2\sqrt{3}$

02 $\angle B=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$

$\overline{AB}\cos 35^\circ=\overline{BC}$에서

$\overline{AB}=\dfrac{7}{\cos 35^\circ}$ 답 ⑤



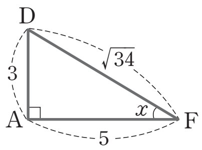
03 $\overline{AC}=10\sin 42^\circ=10\times 0.6691=6.691$ 답 6.691

04 $\overline{DF}=\sqrt{3^2+3^2+4^2}=\sqrt{34}$

$\triangle$DAF에서

$\angle DAF=90^\circ$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DF}}=\dfrac{3}{\sqrt{34}}=\dfrac{3\sqrt{34}}{34}$



답 $\dfrac{3\sqrt{34}}{34}$

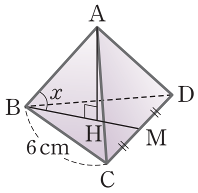
05 $\overline{AH}=12\sin 60^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{BH}=12\cos 60^\circ=12\times\frac{1}{2}=6\,(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times6\sqrt{3}=72\sqrt{3}\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 $72\sqrt{3}\pi\ \text{cm}^3$

06 △BCD가 정삼각형이므로



$\overline{BM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

꼭짓점 A에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{BH}=\frac{2}{3}\overline{BM}=\frac{2}{3}\times3\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

△ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{3}$ 답 $\frac{\sqrt{6}}{3}$

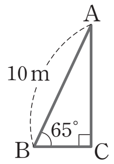
07 태환이의 손 높이에서 연까지의 높이는

$60\sin 52^\circ=60\times0.79=47.4\,(\text{m})$

따라서 지면에서 연까지의 높이는

$47.4+1.5=48.9\,(\text{m})$ 답 ②

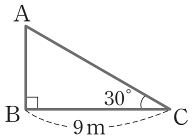
08 $\overline{AC}=10\sin 65^\circ=10\times0.9=9\,(\text{m})$



따라서 지면에서 사다리가 걸쳐진 곳까지의 높이는 9 m이다.

답 9 m

09 오른쪽 그림에서



$\overline{AB}=9\tan 30^\circ$

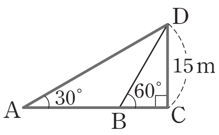
$=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}\,(\text{m})$

$\overline{AC}=\frac{9}{\cos 30^\circ}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 부러지기 전의 나무의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=3\sqrt{3}+6\sqrt{3}=9\sqrt{3}\,(\text{m})$ 답 $9\sqrt{3}$ m

10 △DAC에서



$\overline{AC}=\frac{15}{\tan 30^\circ}=15\div\frac{1}{\sqrt{3}}$

$=15\times\sqrt{3}=15\sqrt{3}\,(\text{m})$ …❶

△DBC에서

$\overline{BC}=\frac{15}{\tan 60^\circ}=\frac{15}{\sqrt{3}}=5\sqrt{3}\,(\text{m})$ …❷

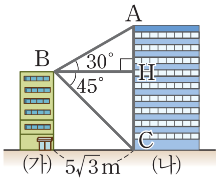
따라서 A, B 두 지점 사이의 거리는

$\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=15\sqrt{3}-5\sqrt{3}=10\sqrt{3}\,(\text{m})$ …❸

답 $10\sqrt{3}$ m

채점 기준	배점
❶ 삼각비를 이용하여 $\overline{AC}$의 길이 구하기	40%
❷ 삼각비를 이용하여 $\overline{BC}$의 길이 구하기	40%
❸ A, B 두 지점 사이의 거리 구하기	20%

11 △ABH에서



$\overline{AH}=5\sqrt{3}\tan 30^\circ$

$=5\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=5\,(\text{m})$

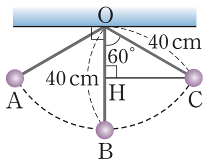
△BCH에서

$\overline{CH}=5\sqrt{3}\tan 45^\circ=5\sqrt{3}\times1=5\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 (나) 건물의 높이는

$\overline{AH}+\overline{CH}=5+5\sqrt{3}=5(\sqrt{3}+1)\,(\text{m})$ 답 $5(\sqrt{3}+1)$ m

12 △OHC에서



$\overline{OH}=40\cos 60^\circ=40\times\frac{1}{2}$

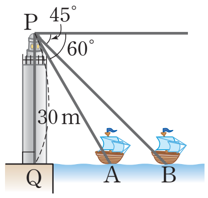
$=20\,(\text{cm})$

$\overline{BH}=40-20=20\,(\text{cm})$

따라서 추는 B 지점을 기준으로 20 cm 더 높은 곳에 있다.

답 ⑤

13 ∠BPQ$=45^\circ$, ∠APQ$=30^\circ$이므로



등대에서 배 B까지의 거리는

$\overline{QB}=\overline{PQ}=30$ m

등대에서 배 A까지의 거리는

$\overline{QA}=30\tan 30^\circ=30\times\frac{\sqrt{3}}{3}$

$=10\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 A, B 두 배 사이의 거리는

$\overline{AB}=\overline{QB}-\overline{QA}=30-10\sqrt{3}=10(3-\sqrt{3})\,(\text{m})$ 답 ④

14 △ABC에서

$\overline{AC}=1500\tan 60^\circ=1500\times\sqrt{3}=1500\sqrt{3}\,(\text{m})$

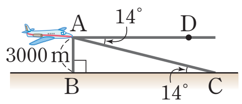
△DBC에서

$\overline{CD}=1500\tan 45^\circ=1500\times1=1500\,(\text{m})$

$\therefore \overline{AD}=\overline{AC}-\overline{CD}=1500(\sqrt{3}-1)\,(\text{m})$

답 $1500(\sqrt{3}-1)$ m

15 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$이므로



∠ACB$=$∠DAC$=14^\circ$

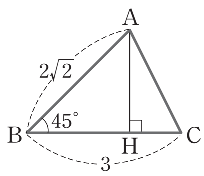
△ABC에서

$\overline{AC}=\frac{3000}{\sin 14^\circ}=\frac{3000}{0.24}=12500\,(\text{m})$

따라서 이 비행기가 지면에 닿는 데 걸리는 시간은

$12500\div100=125$(초) 답 ④

16 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$\overline{AH}=2\sqrt{2}\sin 45^\circ=2\sqrt{2}\times\frac{1}{\sqrt{2}}$

$=2$

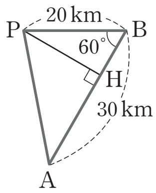
$\overline{BH}=\overline{AH}=2$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=3-2=1$

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$ 답 ⑤

17 오른쪽 그림과 같이 점 P에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△PHB에서

$\overline{PH}=20\sin 60^\circ$

$=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}\,(\text{km})$

$\overline{BH}=20\cos 60^\circ=20\times\frac{1}{2}=10\,(\text{km})$

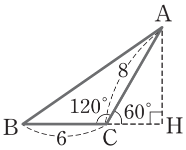
$\overline{AH}=\overline{AB}-\overline{BH}=30-10=20\,(\text{km})$

따라서 △PAH에서

$\overline{PA}=\sqrt{(10\sqrt{3})^2+20^2}=\sqrt{700}=10\sqrt{7}\,(\text{km})$

답 $10\sqrt{7}$ km

18 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

△ACH에서

$\overline{AH}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\overline{CH}=8\cos 60^\circ=8\times\frac{1}{2}=4$

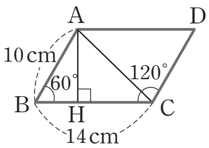
$\therefore \overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=6+4=10$

따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{10^2+(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{148}=2\sqrt{37}$

답 ④

19 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로

$\overline{AH}=10\sin 60^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$ …❶

$\overline{BH}=10\cos 60^\circ=10\times\frac{1}{2}=5\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=14-5=9\,(\text{cm})$ …❷

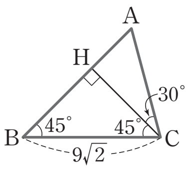
따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(5\sqrt{3})^2+9^2}=\sqrt{156}=2\sqrt{39}\,(\text{cm})$ …❸

답 $2\sqrt{39}$ cm

채점 기준	배점
❶ 삼각비를 이용하여 $\overline{AH}$의 길이 구하기	30%
❷ 삼각비를 이용하여 $\overline{CH}$의 길이 구하기	30%
❸ 피타고라스 정리를 이용하여 대각선 AC의 길이 구하기	40%

20 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△HBC에서

$\overline{CH}=9\sqrt{2}\sin 45^\circ=9\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=9$

$\overline{BH}=\overline{CH}=9$

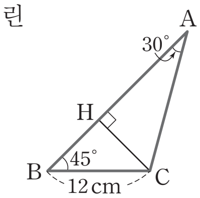
△AHC에서

$\overline{AH}=\overline{CH}\tan 30^\circ=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BH}+\overline{AH}=9+3\sqrt{3}$

답 ⑤

21 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△BCH에서

$\overline{CH}=12\sin 45^\circ=12\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

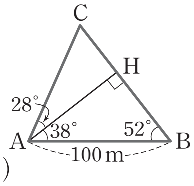
$\angle A=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$

이므로 △AHC에서

$\overline{AC}=\frac{6\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=6\sqrt{2}\times 2=12\sqrt{2}\,(\text{cm})$

답 $12\sqrt{2}$ cm

22 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle BAH=180^\circ-(90^\circ+52^\circ)=38^\circ$

이므로 △ABH에서

$\overline{AH}=100\cos 38^\circ=100\times 0.8=80\,(\text{m})$

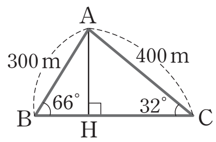
$\angle CAH=66^\circ-38^\circ=28^\circ$이므로

△CAH에서

$\overline{AC}=\frac{\overline{AH}}{\cos 28^\circ}=\frac{80}{0.9}=\frac{800}{9}\,(\text{m})$

답 ④

23 오른쪽 그림과 같이 교회, 지영이네 집, 시은이네 집을 각각 A, B, C라 하자. 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 △ABH에서



$\overline{BH}=300\times\cos 66^\circ$

$=300\times 0.41=123\,(\text{m})$

△CAH에서

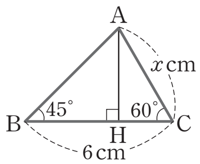
$\overline{CH}=400\times\cos 32^\circ$

$=400\times 0.85=340\,(\text{m})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=123+340=463\,(\text{m})$

답 463 m

24 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{AC}=x$ cm라 하면

△AHC에서

$\overline{AH}=x\sin 60^\circ=x\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}x\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=x\cos 60^\circ=x\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}x\,(\text{cm})$

△ABH에서 $\overline{BH}=\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}x$ cm

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$이므로

$6=\frac{\sqrt{3}}{2}x+\frac{1}{2}x$, $(\sqrt{3}+1)x=12$

$\therefore x=\frac{12}{\sqrt{3}+1}=6\sqrt{3}-6$

$\therefore \overline{AC}=6\sqrt{3}-6=6(\sqrt{3}-1)$ cm

답 ③

THEME 14 삼각형과 사각형의 넓이 86~89쪽

알고 있나요?

1 $\frac{1}{2}ab\sin x$　　2 $ab\sin x$

3 $\frac{1}{2}ab\sin x$

---

01 $\overline{AH}=a$라 하면

$\triangle AHC$에서 $\overline{CH}=\overline{AH}=a$

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=a\tan 30^\circ=\frac{1}{\sqrt{3}}a$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$에서

$10=\frac{1}{\sqrt{3}}a+a,\ a+\sqrt{3}a=10\sqrt{3}$

$(\sqrt{3}+1)a=10\sqrt{3}$

$\therefore a=\frac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=5\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)=15-5\sqrt{3}$

따라서 $x=15$, $y=-5$이므로

$x-y=15-(-5)=20$　　답 ⑤

02 $\angle BAH=25^\circ$, $\angle CAH=45^\circ$

$\overline{AH}=h$라 하면

$\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=h\tan 25^\circ$

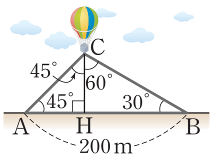
$\triangle AHC$에서 $\overline{CH}=h\tan 45^\circ=h$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$에서

$7=h\tan 25^\circ+h,\ (\tan 25^\circ+1)h=7$

$\therefore h=\frac{7}{\tan 25^\circ+1}$　　답 ④

03 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{CH}=h$ m라 하면

$\triangle CAH$에서 $\overline{AH}=\overline{CH}=h$ m

$\triangle CHB$에서

$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$ (m)

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$에서

$200=h+\sqrt{3}h,\ 200=(1+\sqrt{3})h$

$\therefore h=\frac{200}{\sqrt{3}+1}=100(\sqrt{3}-1)$

따라서 열기구는 지면으로부터 $100(\sqrt{3}-1)$ m 높이에 떠 있다.　　답 ①

04 $\triangle ABH$에서 $\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$ (cm)

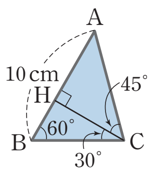
$\triangle ACH$에서 $\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$ (cm)

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$에서

$15=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h,\ \frac{3+\sqrt{3}}{3}h=15$

$\therefore h=\frac{45}{3+\sqrt{3}}=\frac{15(3-\sqrt{3})}{2}$　　답 $\frac{15(3-\sqrt{3})}{2}$

05 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{CH}=h$ cm라 하면

$\triangle CAH$에서 $\overline{AH}=h\tan 45^\circ=h$ (cm)

$\triangle CHB$에서 $\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$ (cm)

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}$에서

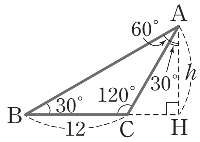
$10=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h,\ \frac{3+\sqrt{3}}{3}h=10$

$\therefore h=\frac{30}{3+\sqrt{3}}=5(3-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 5(3-\sqrt{3})$

$=25(3-\sqrt{3})$ (cm^2)　　답 $25(3-\sqrt{3})$ cm^2

06 $\triangle ABH$에서



$\overline{BH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$

$\triangle ACH$에서

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$에서

$12=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h,\ 12=\frac{2\sqrt{3}}{3}h$

$\therefore h=12\times\frac{3}{2\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$　　답 ②

07 $\overline{CH}=h$ m라 하면

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}=\overline{CH}=h$ m

$\triangle BHC$에서 $\overline{BH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$ (m)

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$에서

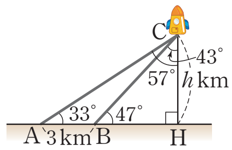
$200=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h,\ \frac{3-\sqrt{3}}{3}h=200$

$\therefore h=\frac{600}{3-\sqrt{3}}=100(3+\sqrt{3})$

따라서 이 산의 높이는 $100(3+\sqrt{3})$ m이다.

답 $100(3+\sqrt{3})$ m

08 $\overline{CH}=h$ km라 하면



$\triangle AHC$에서

$\overline{AH}=h\tan 57^\circ=1.5h$ (km)

$\triangle BHC$에서

$\overline{BH}=h\tan 43^\circ=0.9h$ (km)

$\overline{AB}=\overline{AH}-\overline{BH}$에서

$3=1.5h-0.9h,\ 0.6h=3$

$\therefore h=5$

따라서 이 로켓이 C 지점에 도달하는 데 걸린 시간은

$\frac{5000}{500}=10$(초)　　답 ①

09 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\times 8\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}$　　답 $10\sqrt{3}$

10 $\overline{AC}=\overline{BC}=x$ cm라 하면

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin 30^\circ=\frac{1}{2}\times x^2\times\frac{1}{2}=16$

$\frac{x^2}{4}=16,\ x^2=64$　　$\therefore x=8\ (\because x>0)$

$\therefore \overline{AC}=8$ cm　　답 8 cm

11 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times10\times\sin B=\frac{25\sqrt{3}}{2}$

$25\sin B=\frac{25\sqrt{3}}{2}$, $\sin B=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \angle B=60^\circ$ 답 60°

12 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times12\times\sin45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times10\times12\times\frac{\sqrt{2}}{2}=30\sqrt{2}(cm^2)$ …❶

$\therefore \triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times30\sqrt{2}$

$=10\sqrt{2}(cm^2)$ …❷

답 $10\sqrt{2}\,cm^2$

채점 기준	배점
❶ △ABC의 넓이 구하기	50%
❷ △AGC의 넓이 구하기	50%

13 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times9\times8\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times9\times8\times\sin60^\circ$

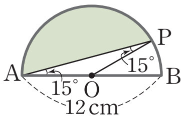
$=\frac{1}{2}\times9\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=18\sqrt{3}(cm^2)$ 답 ⑤

14 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times20\times8\times\sin(180^\circ-x)$

$40\sqrt{3}=80\times\sin(180^\circ-x)$, $\sin(180^\circ-x)=\frac{\sqrt{3}}{2}$

즉, $180^\circ-\angle x=60^\circ$에서 $\angle x=120^\circ$ 답 ③

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



△AOP에서 $\overline{OA}=\overline{OP}$이므로

$\angle OPA=\angle OAP=15^\circ$

$\therefore \angle AOP=180^\circ-2\times15^\circ$

$=150^\circ$ …❶

∴ (색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 AOP의 넓이)−△AOP

$=\pi\times6^2\times\frac{150}{360}-\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-150^\circ)$

$=15\pi-9$

$=3(5\pi-3)(cm^2)$ …❷

답 $3(5\pi-3)\,cm^2$

채점 기준	배점
❶ ∠AOP의 크기 구하기	40%
❷ 색칠한 부분의 넓이 구하기	60%

16 $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(cm^2)$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=12\sqrt{3}(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=4\sqrt{3}+12\sqrt{3}=16\sqrt{3}(cm^2)$ 답 $16\sqrt{3}\,cm^2$

17 △ABC에서

$\overline{AC}=20\sin60^\circ=20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=10\sqrt{3}(cm)$

$\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$이므로

$\angle ACD=90^\circ-30^\circ=60^\circ$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times10\times20\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times10\times20\times\frac{\sqrt{3}}{2}=50\sqrt{3}(cm^2)$

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}\times10\sqrt{3}\times\sin60^\circ$

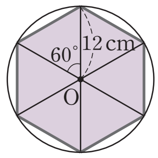
$=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}\times10\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=75\sqrt{3}(cm^2)$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=50\sqrt{3}+75\sqrt{3}$

$=125\sqrt{3}(cm^2)$ 답 $125\sqrt{3}\,cm^2$

18 (정육각형의 넓이)

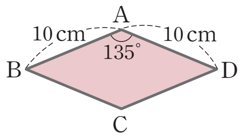


$=\left(\frac{1}{2}\times12\times12\times\sin60^\circ\right)\times6$

$=\left(\frac{1}{2}\times12\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\times6$

$=216\sqrt{3}(cm^2)$ 답 ⑤

19 □ABCD



$=10\times10\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=10\times10\times\sin45^\circ$

$=10\times10\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=50\sqrt{2}(cm^2)$ 답 $50\sqrt{2}\,cm^2$

20 △ABC≡△CDA이므로 $\triangle CDA=\frac{1}{2}\square ABCD$

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분하므로

$\triangle APD=\frac{1}{2}\triangle ACD=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(4\times6\times\sin60^\circ)$

$=\frac{1}{4}\times\left(4\times6\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=3\sqrt{3}(cm^2)$ 답 ③

21 $\overline{BM}=\overline{CM}$이므로 △ABM=△AMC

$\therefore \triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(6\times8\times\sin60^\circ)$

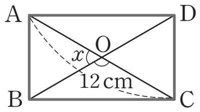
$=\frac{1}{4}\times\left(6\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=6\sqrt{3}(cm^2)$ 답 ③

22 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times10\times12\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times10\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=30\sqrt{3}(cm^2)$ 답 $30\sqrt{3}\,cm^2$

23 $\angle AOB = \angle x$라 하면



$\frac{1}{2} \times 12 \times 12 \times \sin x = 36\sqrt{3}$

$72 \sin x = 36\sqrt{3}$, $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \angle x = 60^\circ$

$\therefore \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ 답 ③

24 $\sin 90^\circ = 1$이므로 □ABCD의 넓이가 최대가 될 때는 두 대각선이 이루는 각의 크기가 90°일 때이다.

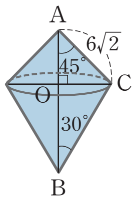
따라서 □ABCD의 넓이의 최댓값은

$\frac{1}{2} \times 6 \times 8 \times \sin 90^\circ = 24\,(\text{cm}^2)$ 답 $24\,\text{cm}^2$

C 발전 문제 CLEAR

90~91쪽

01 직선 AB를 회전축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\triangle AOC$에서

$\overline{AO} = 6\sqrt{2} \cos 45^\circ = 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$

$\overline{OC} = 6\sqrt{2} \sin 45^\circ = 6\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 6$

$\triangle OBC$에서

$\overline{OB} = \frac{6}{\tan 30^\circ} = 6 \div \frac{1}{\sqrt{3}} = 6 \times \sqrt{3} = 6\sqrt{3}$

따라서 구하는 입체도형의 부피는

$\frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 6 + \frac{1}{3} \times \pi \times 6^2 \times 6\sqrt{3} = 72\pi + 72\sqrt{3}\pi$

$= 72\pi(1+\sqrt{3})$ 답 ④

02 $\triangle DBH$에서

$\overline{BH} = 5\sqrt{3} \cos 30^\circ = 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15}{2}\,(\text{m})$

$\overline{AH} = \overline{AB} + \overline{BH} = 10 + \frac{15}{2} = \frac{35}{2}\,(\text{m})$

$\overline{DH} = 5\sqrt{3} \sin 30^\circ = 5\sqrt{3} \times \frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{3}}{2}\,(\text{m})$

$\triangle CAH$에서

$\overline{CH} = \overline{AH} \tan 60^\circ = \frac{35}{2} \times \sqrt{3} = \frac{35\sqrt{3}}{2}\,(\text{m})$

$\overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH}$이므로

$\overline{CD} = \frac{35\sqrt{3}}{2} - \frac{5\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3}\,(\text{m})$ 답 $15\sqrt{3}\,\text{m}$

03 $\overline{FG} = a$라 하면 $\angle CFG = 60^\circ$이므로 $\overline{CG} = a \tan 60^\circ = \sqrt{3}a$

$\angle AFE = 45^\circ$이므로 $\overline{EF} = \overline{AE} = \overline{CG} = \sqrt{3}a$

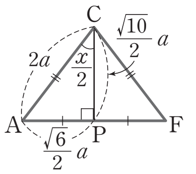
$\overline{AF} = \sqrt{(\sqrt{3}a)^2 + (\sqrt{3}a)^2} = \sqrt{6}a$

$\overline{AC} = \sqrt{(\sqrt{3}a)^2 + a^2} = 2a$

$\overline{CF} = \sqrt{a^2 + (\sqrt{3}a)^2} = 2a$

즉, $\triangle AFC$는 $\overline{AC} = \overline{CF}$인 이등변삼각형이다.

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AF}$에 내린 수선의 발을 P라 하면



$\angle ACP = \frac{\angle x}{2}$, $\overline{AP} = \frac{\sqrt{6}}{2}a$이므로

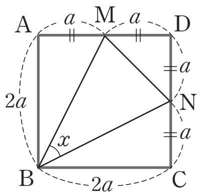
$\overline{CP} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{\sqrt{6}}{2}a\right)^2} = \frac{\sqrt{10}}{2}a$

$\sin \frac{x}{2} = \frac{\overline{AP}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{6}}{2}a \div 2a = \frac{\sqrt{6}}{4}$

$\cos \frac{x}{2} = \frac{\overline{CP}}{\overline{AC}} = \frac{\sqrt{10}}{2}a \div 2a = \frac{\sqrt{10}}{4}$

$\therefore \sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2} = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{4}$ 답 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{10}}{4}$

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{MN}$을 긋고 정사각형의 한 변의 길이를 $2a$라 하면 $\overline{AM} = \overline{CN} = a$이므로



$\triangle BNM$

$= □ABCD - 2\triangle ABM - \triangle MND$

$= (2a)^2 - 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 2a \times a\right) - \frac{1}{2} \times a \times a$

$= 4a^2 - 2a^2 - \frac{1}{2}a^2 = \frac{3}{2}a^2$ …… ㉠

$\overline{BM} = \overline{BN} = \sqrt{(2a)^2 + a^2} = \sqrt{5}a$이므로

$\triangle BNM = \frac{1}{2} \times \sqrt{5}a \times \sqrt{5}a \times \sin x = \frac{5}{2}a^2 \sin x$ …… ㉡

㉠, ㉡이 서로 같아야 하므로

$\frac{3}{2}a^2 = \frac{5}{2}a^2 \sin x \quad \therefore \sin x = \frac{3}{5}$ 답 $\frac{3}{5}$

05 $\overline{AB} = c$, $\overline{BC} = a$라 하자.

$\overline{AB}$의 길이를 20 % 줄이면 $\overline{A'B} = c - \frac{20}{100}c = \frac{4}{5}c$

$\overline{BC}$의 길이를 10 % 늘이면 $\overline{BC'} = a + \frac{10}{100}a = \frac{11}{10}a$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times c \times a \times \sin B = \frac{1}{2}ac \sin B$

$\triangle A'BC' = \frac{1}{2} \times \frac{4}{5}c \times \frac{11}{10}a \times \sin B = \frac{11}{25}ac \sin B$

$\therefore \frac{22}{25}\triangle ABC = \triangle A'BC'$

즉, $0.88\triangle ABC = \triangle A'BC'$이므로 $\triangle A'BC'$의 넓이는 $\triangle ABC$의 넓이에서 12 % 줄어든다. 답 ④

06 $\overline{CD} = x\,\text{cm}$라 하면

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 \times \sin(180^\circ - 150^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 \times \sin 30^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 6 \times \frac{1}{2} = 6\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$

$\triangle ADC = \frac{1}{2} \times 6 \times x \times \sin(180^\circ - 120^\circ)$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times x \times \sin 60^\circ$

$= \frac{1}{2} \times 6 \times x \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2}x\,(\text{cm}^2)$

$\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times x\times \sin 30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times x\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}x\,(\text{cm}^2)$

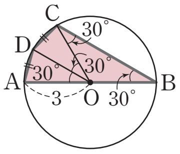
$\triangle ABC=\triangle ADC+\triangle BCD$에서

$6\sqrt{3}=\frac{3\sqrt{3}}{2}x+\sqrt{3}x$, $6\sqrt{3}=\frac{5\sqrt{3}}{2}x$ $\quad\therefore x=\frac{12}{5}$

$\therefore \triangle ADC=\frac{3\sqrt{3}}{2}x=\frac{3\sqrt{3}}{2}\times\frac{12}{5}$

$=\frac{18\sqrt{3}}{5}\,(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{18\sqrt{3}}{5}\text{ cm}^2$

07 $\overline{OC}$를 그으면 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로



$\angle OCB=\angle OBC=30^\circ$

$\angle COD=\frac{1}{2}\angle AOC$

$=\frac{1}{2}(\angle OBC+\angle OCB)$

$=30^\circ$

$\triangle BCO=\frac{1}{2}\times 3\times 3\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 3\times \sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 3\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$

$\triangle CDO=\triangle DAO=\frac{1}{2}\times 3\times 3\times \sin 30^\circ$

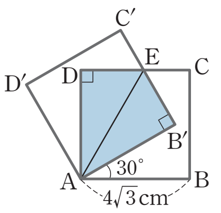
$=\frac{1}{2}\times 3\times 3\times\frac{1}{2}=\frac{9}{4}$

$\therefore \square ABCD=\triangle BCO+\triangle CDO+\triangle DAO$

$=\triangle BCO+2\triangle CDO$

$=\frac{9\sqrt{3}}{4}+\frac{9}{2}=\frac{18+9\sqrt{3}}{4}$ 답 ②

08 $\angle DAB'=90^\circ-30^\circ=60^\circ$



$\triangle DAE\equiv\triangle B'AE$ (RHS 합동)

이므로 $\angle EAD=\angle EAB'=30^\circ$

$\triangle EAB'$에서

$\overline{EB'}=4\sqrt{3}\tan 30^\circ$

$=4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4\,(\text{cm})$

따라서 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이는

$2\triangle AB'E=2\times\left(\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\right)$

$=16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$

09 $\overline{AB}=2a\text{ cm}$, $\overline{BC}=3a\text{ cm}\,(a>0)$라 하면

$\square ABCD=2a\times 3a\times \sin 60^\circ$

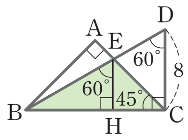
$=2a\times 3a\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}a^2\,(\text{cm}^2)$

$3\sqrt{3}a^2=12\sqrt{3}$에서 $a^2=4$ $\quad\therefore a=2$ ($\because a>0$)

따라서 $\square ABCD$의 둘레의 길이는

$2(2a+3a)=10a=10\times 2=20\,(\text{cm})$ 답 ⑤

10 오른쪽 그림과 같이 점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{EH}=x$라 하면



$\triangle DBC$에서

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{CD}}$, $\sqrt{3}=\frac{\overline{BC}}{8}$

$\therefore \overline{BC}=8\sqrt{3}$

$\overline{CH}=\overline{EH}=x$라 하면 $\overline{BH}=8\sqrt{3}-x$

$\triangle EBH$에서

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{\overline{EH}}$, $\sqrt{3}=\frac{8\sqrt{3}-x}{x}$

$8\sqrt{3}-x=\sqrt{3}x$, $(\sqrt{3}+1)x=8\sqrt{3}$

$\therefore x=\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=4(3-\sqrt{3})$

$\therefore \triangle EBC=\frac{1}{2}\times 8\sqrt{3}\times 4(3-\sqrt{3})=48(\sqrt{3}-1)$

답 $48(\sqrt{3}-1)$

11 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B=36$이므로

$\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B=72$

$\triangle LBM=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\overline{AB}\times\frac{1}{2}\overline{BC}\times\sin B$

$=\frac{1}{12}\times\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B=\frac{1}{12}\times 72=6$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BC}\times\sin C=36$이므로

$\overline{AC}\times\overline{BC}\times\sin C=72$

$\triangle NMC=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\overline{AC}\times\frac{1}{2}\overline{BC}\times\sin C$

$=\frac{1}{6}\times\overline{AC}\times\overline{BC}\times\sin C=\frac{1}{6}\times 72=12$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin A=36$이므로

$\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin A=72$

$\triangle ALN=\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\overline{AB}\times\frac{1}{3}\overline{AC}\times\sin A$

$=\frac{1}{9}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin A=\frac{1}{9}\times 72=8$

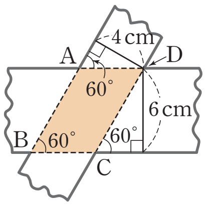
$\therefore \triangle LMN$

$=\triangle ABC-(\triangle LBM+\triangle NMC+\triangle ALN)$

$=36-(6+12+8)=10$ 답 10

12 두 대변이 각각 평행하므로

$\square ABCD$는 평행사변형이다.



$\overline{AD}=\frac{4}{\sin 60^\circ}=4\div\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}\,(\text{cm})$

$\overline{CD}=\frac{6}{\sin 60^\circ}=6\div\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=6\times\frac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 겹쳐지는 부분의 넓이는

$\frac{8\sqrt{3}}{3}\times 4\sqrt{3}\times\sin 60^\circ=\frac{8\sqrt{3}}{3}\times 4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $16\sqrt{3}\text{ cm}^2$

06. 원과 직선

A 핵심 개념 ALL 95쪽

01 답 ○

02 답 ×

03 답 ○

04 답 (가) : $\overline{OB}$, (나) : $\overline{OM}$, (다) : RHS, (라) : $\overline{BM}$

05 답 4

06 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분하므로
$x=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ 답 $2\sqrt{2}$

07 답 5

08 답 3

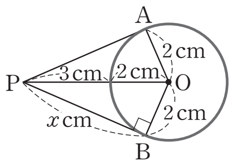
09 $\angle PBA=\angle PAB=70^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-(70^\circ+70^\circ)=40^\circ$ 답 40°

10 $\angle PAB=\angle PBA$이므로
$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$ 답 65°

11 $\angle x=180^\circ-125^\circ=55^\circ$ 답 55°

12 $\triangle APB$는 정삼각형이므로 $x=5$ 답 5

13 오른쪽 그림의 $\triangle OPB$에서
$x=\sqrt{(3+2)^2-2^2}=\sqrt{21}$ 답 $\sqrt{21}$



14 $y=3+8=11$ 답 $x=4$, $y=11$

15 $x=3+4=7$, $y=9-4=5$ 답 $x=7$, $y=5$

B 유형 BIBLE 96~103쪽

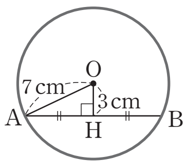
THEME 15 원과 현 96~98쪽

알고 있나요?

1 (1) $\triangle OBM$ (2) 10 cm
(3) 16 cm (4) 16 cm

---

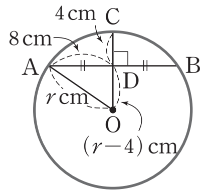
01 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{AH}=\overline{BH}$
직각삼각형 OAH에서
$\overline{AH}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$ (cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times2\sqrt{10}=4\sqrt{10}$ (cm) 답 $4\sqrt{10}$ cm



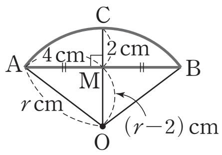
02 $\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\times10=5$ (cm)이므로
직각삼각형 OMB에서
$\overline{BM}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$ (cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$ (cm) 답 $10\sqrt{3}$ cm

03 원 O의 반지름의 길이는 5 cm이고 $\overline{AM}=\overline{BM}$이므로
$\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)
$\overline{OB}$를 그으면 직각삼각형 OBM에서
$\overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$ (cm) 답 3 cm

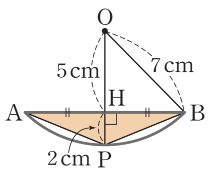
04 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지나므로 $\overline{CD}$의 연장선은 이 원의 중심 O를 지난다.
오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
직각삼각형 ODA에서
$r^2=(r-4)^2+8^2$
$8r=80 \quad \therefore r=10$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 10 cm이다. 답 10 cm



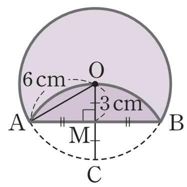
05 $\overline{CM}$은 $\overline{AB}$의 수직이등분선이므로 $\overline{CM}$의 연장선은 원의 중심을 지난다.
오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{OM}=(r-2)$ cm이므로
직각삼각형 OMA에서
$r^2=(r-2)^2+4^2$
$4r=20 \quad \therefore r=5$
따라서 구하는 원의 반지름의 길이는 5 cm이다. 답 5 cm



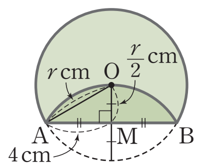
06 $\overline{PH}$는 $\overline{AB}$의 수직이등분선이므로 $\overline{PH}$의 연장선은 원의 중심을 지난다.
오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면 직각삼각형 OHB에서
$\overline{BH}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ (cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{BH}=2\times2\sqrt{6}$
$=4\sqrt{6}$ (cm)
$\therefore \triangle APB=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times2=4\sqrt{6}$ (cm^2) 답 $4\sqrt{6}$ cm^2



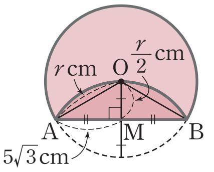
07 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O와 일치하는 원주 위의 점을 C라 하고
$\overline{OC}$와 $\overline{AB}$의 교점을 M이라 하면
$\overline{OC}\perp\overline{AB}$, $\overline{OM}=\overline{MC}=3$ cm이므로
직각삼각형 OAM에서
$\overline{AM}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$ (cm)
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ (cm) 답 $6\sqrt{3}$ cm



08 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$ (cm)
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{OM}=\frac{r}{2}$ cm이므로
직각삼각형 OAM에서
$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+4^2$, $\frac{3}{4}r^2=16$
$r^2=\frac{64}{3} \quad \therefore r=\frac{8\sqrt{3}}{3}$ ($\because r>0$)
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ cm이다. 답 ③



09 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}$

$=5\sqrt{3}$(cm)

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OM}=\frac{r}{2}$ cm이므로

직각삼각형 OAM에서

$r^2=\left(\frac{r}{2}\right)^2+(5\sqrt{3})^2$, $\frac{3}{4}r^2=75$

$r^2=100$ $\quad\therefore r=10$ ($\because r>0$)

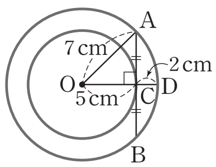
$\overline{OM}:\overline{OA}=1:2$에서 $\angle AOM=60°$

즉, $\angle AOB=120°$이므로 부채꼴 OAB에서

$\widehat{AB}=2\pi\times10\times\frac{120}{360}=\frac{20}{3}\pi$(cm)

답 ④

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OD}=5+2=7$(cm)이고

$\overline{OC}\perp\overline{AB}$이므로

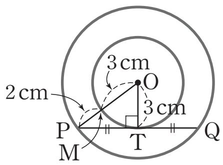
직각삼각형 OCA에서

$\overline{AC}=\sqrt{7^2-5^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$(cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AC}=2\times2\sqrt{6}=4\sqrt{6}$(cm)

답 $4\sqrt{6}$ cm

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면



$\overline{OT}=\overline{OM}=3$ cm

또, $\angle OTP=90°$이므로

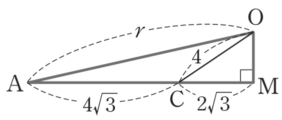
직각삼각형 OPT에서

$\overline{PT}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$(cm)

$\therefore \overline{PQ}=2\overline{PT}=2\times4=8$(cm)

답 8 cm

12 오른쪽 그림과 같이 큰 원의 반지름의 길이를 r라 하고 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AC}=\overline{CD}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times12\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}=2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AM}=\overline{AC}+\overline{CM}=4\sqrt{3}+2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ …❶

직각삼각형 OCM에서

$\overline{OM}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{4}=2$ …❷

직각삼각형 OAM에서

$r^2=(6\sqrt{3})^2+2^2$, $r^2=112$

$\therefore r=4\sqrt{7}$ ($\because r>0$)

따라서 큰 원의 반지름의 길이는 $4\sqrt{7}$이다. …❸

답 $4\sqrt{7}$

채점 기준	배점
❶ $\overline{AM}$의 길이 구하기	40%
❷ $\overline{OM}$의 길이 구하기	20%
❸ 큰 원의 반지름의 길이 구하기	40%

13 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{4^2-(\sqrt{7})^2}=\sqrt{9}=3$(cm)이므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times3=6$(cm)

$\therefore \overline{CD}=\overline{AB}=6$ cm

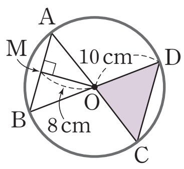
답 6 cm

14 $\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8$(cm)

$\therefore \overline{CD}=\overline{AB}=8$ cm

답 8 cm

15 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 직각삼각형 OAM에서



$\overline{AM}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6$(cm)

$\overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times6=12$(cm)

$\triangle OAB\equiv\triangle OCD$ (SSS 합동)이므로

$\triangle OCD=\frac{1}{2}\times12\times8=48$(cm^2)

답 48 cm^2

16 $\overline{OM}\perp\overline{AB}$, $\overline{ON}\perp\overline{AC}$이고 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\frac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

답 70°

17 □AMON에서

$\angle A=360°-(90°+120°+90°)=60°$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

즉, $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

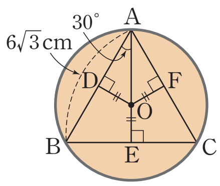
$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8$(cm)

답 ③

18 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로



$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉, $\triangle ABC$는 정삼각형이다. …❶

$\angle BAC=60°$,

$\angle DAO=\frac{1}{2}\times60°=30°$이고

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}=3\sqrt{3}$(cm)이므로

직각삼각형 ADO에서

$\overline{AD}:\overline{AO}=\sqrt{3}:2$, $3\sqrt{3}:\overline{AO}=\sqrt{3}:2$

$\therefore \overline{AO}=6$ cm …❷

따라서 구하는 원 O의 넓이는 $\pi\times6^2=36\pi$(cm^2) …❸

답 36π cm^2

채점 기준	배점
❶ $\triangle ABC$가 정삼각형임을 알기	20%
❷ 원 O의 반지름의 길이 구하기	50%
❸ 원 O의 넓이 구하기	30%

THEME 16 원의 접선

알고 있나요? 99~103쪽

1 (1) 90 (2) $\triangle PBO$ (3) 4

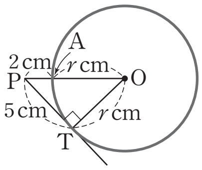
01 원 밖의 한 점에서 그은 두 접선의 길이는 서로 같다.
즉, $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-52^\circ)=64^\circ$ 답 64°

02 $\angle PAC=90^\circ$이므로 $\angle PAB=90^\circ-18^\circ=72^\circ$
$\overline{PA}=\overline{PB}$에서 $\triangle PAB$는 이등변삼각형이므로
$\angle P=180^\circ-2\times72^\circ=36^\circ$ 답 36°

03 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로
$\angle PAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
$\angle OAP=90^\circ$이므로
$\angle x=90^\circ-65^\circ=25^\circ$ 답 ②

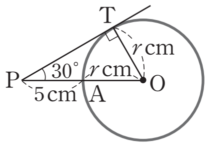
04 $\overline{PA}\perp\overline{OA}$이므로 직각삼각형 APO에서
$\overline{PA}=\sqrt{12^2-4^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=8\sqrt{2}\,\text{cm}$ 답 $8\sqrt{2}\,\text{cm}$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그으면



$\angle OTP=90^\circ$이므로
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
직각삼각형 OPT에서
$(r+2)^2=r^2+5^2$
$r^2+4r+4=r^2+25$
$4r=21 \qquad \therefore r=\frac{21}{4}$
$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times\frac{21}{4}=\frac{21}{2}\pi\,(\text{cm})$ 답 ③

06 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

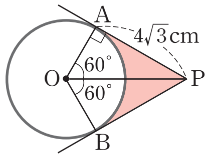


$\angle OTP=90^\circ$, $\angle P=30^\circ$이므로 직각삼각형 POT에서
$\overline{PO}:\overline{TO}=2:1$, $(5+r):r=2:1$
$2r=5+r \qquad \therefore r=5$
따라서 $\overline{PO}=10$ cm, $\overline{TO}=5$ cm이므로
$\overline{PT}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 ④

07 $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로 $\angle AOB+\angle P=180^\circ$
$\therefore \angle AOB=180^\circ-45^\circ=135^\circ$
따라서 색칠한 부분의 호의 길이는
$2\pi\times10\times\frac{135}{360}=\frac{15}{2}\pi\,(\text{cm})$ 답 $\frac{15}{2}\pi\,\text{cm}$

08 ① $\overline{PA}=\overline{PB}=3\sqrt{3}\,\text{cm}$
② $\triangle PAO\equiv\triangle PBO$ (RHS 합동)이므로
$\angle POA=\angle POB=60^\circ$
$\triangle PAO$에서 $\overline{PA}:\overline{OA}=\sqrt{3}:1$
$3\sqrt{3}:\overline{OA}=\sqrt{3}:1 \qquad \therefore \overline{OA}=3\,\text{cm}$
③ $\widehat{AB}=2\pi\times3\times\frac{120}{360}=2\pi\,(\text{cm})$
④ 직각삼각형 PAO에서
$\overline{OP}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$
⑤ $\square PAOB=2\triangle PAO$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\sqrt{3}\right)=9\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



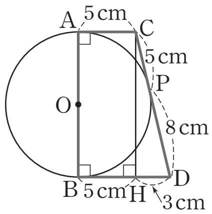
직각삼각형 AOP에서
$\angle AOP=60^\circ$이므로
$\overline{OA}:\overline{AP}=1:\sqrt{3}$
$\overline{OA}:4\sqrt{3}=1:\sqrt{3}$
$\therefore \overline{OA}=4$ cm
$\square AOBP=2\triangle AOP$
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}\right)=16\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$
(부채꼴 AOB의 넓이)$=\pi\times4^2\times\frac{120}{360}=\frac{16}{3}\pi\,(\text{cm}^2)$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\left(16\sqrt{3}-\frac{16}{3}\pi\right)\text{cm}^2$ 답 $\left(16\sqrt{3}-\frac{16}{3}\pi\right)\text{cm}^2$

10 $\overline{AT}\perp\overline{OT}$이므로 직각삼각형 AOT에서
$\overline{AT}=\sqrt{17^2-8^2}=\sqrt{225}=15\,(\text{cm})$
$\overline{BD}=\overline{BT}$, $\overline{CD}=\overline{CT'}$이므로
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=\overline{AB}+(\overline{BD}+\overline{DC})+\overline{CA}$
$=\overline{AB}+(\overline{BT}+\overline{CT'})+\overline{CA}$
$=\overline{AT}+\overline{AT'}$
$=15+15$
$=30\,(\text{cm})$ 답 ④

11 $\overline{DC}=\overline{DA}$, $\overline{EC}=\overline{EB}$이므로
($\triangle DPE$의 둘레의 길이)
$=\overline{PD}+\overline{DE}+\overline{EP}$
$=\overline{PD}+(\overline{DC}+\overline{CE})+\overline{EP}$
$=\overline{PD}+(\overline{DA}+\overline{EB})+\overline{EP}$
$=\overline{PA}+\overline{PB}$
$=13+13=26\,(\text{cm})$ 답 26 cm

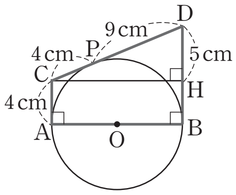
12 $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로
$\overline{AD}+\overline{AF}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=10+7+8=25\,(\text{cm})$
$\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 $\overline{AF}=\frac{25}{2}$ cm
$\therefore \overline{CF}=\overline{AF}-\overline{AC}=\frac{25}{2}-8=\frac{9}{2}\,(\text{cm})$ 답 $\frac{9}{2}$ cm

13 $\overline{CP}=\overline{AC}=5\,\text{cm}$, $\overline{PD}=\overline{BD}=8\,\text{cm}$
$\therefore \overline{CD}=\overline{CP}+\overline{PD}=5+8=13\,(\text{cm})$
오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



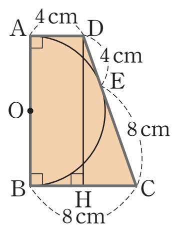
$\overline{HD}=8-5=3\,(\text{cm})$
직각삼각형 CHD에서
$\overline{AB}=\overline{CH}=\sqrt{13^2-3^2}$
$=\sqrt{160}=4\sqrt{10}\,(\text{cm})$
따라서 원 O의 반지름의 길이는
$\overline{OA}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{10}=2\sqrt{10}\,(\text{cm})$ 답 ⑤

14 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=9-4=5\,(cm)$
$\overline{CP}=\overline{AC}=4\,cm$
$\overline{PD}=\overline{BD}=9\,cm$이므로
$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{PD}=4+9=13\,(cm)$
직각삼각형 DCH에서
$\overline{AB}=\overline{CH}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(cm)$ 답 12 cm

15 $\overline{DE}=\overline{AD}=4\,cm$, $\overline{EC}=\overline{BC}=8\,cm$이므로
$\overline{DC}=\overline{DE}+\overline{EC}=4+8=12\,(cm)$ …❶
오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=8-4=4\,(cm)$이므로
직각삼각형 DHC에서
$\overline{AB}=\overline{DH}=\sqrt{12^2-4^2}=\sqrt{128}$
$=8\sqrt{2}\,(cm)$ …❷
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(4+8)\times8\sqrt{2}=48\sqrt{2}\,(cm^2)$ …❸

답 $48\sqrt{2}\,cm^2$

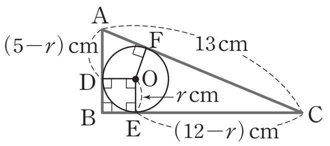
채점 기준	배점
❶ $\overline{DC}$의 길이 구하기	40%
❷ $\overline{AB}$의 길이 구하기	40%
❸ □ABCD의 넓이 구하기	20%

16 $\overline{AD}=\overline{AF}=x$라 하면
$\overline{BD}=\overline{BE}=14-x$, $\overline{CF}=\overline{CE}=19-x$
이때 $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}$이므로
$17=(14-x)+(19-x)$
$2x=16 \qquad \therefore x=8$
$\therefore \overline{AD}=8$ 답 8

17 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})$
$\therefore \overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$
$=\frac{1}{2}\times(10+11+9)$
$=15\,(cm)$ 답 15 cm

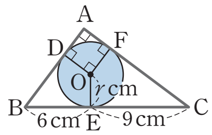
18 $\angle C=180^\circ-(80^\circ+70^\circ)=30^\circ$
$\overline{CF}=\overline{CE}$이므로 △CFE는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$ 답 75°

19 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(cm)$
오른쪽 그림에서 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 □ODBE가 정사각형이므로



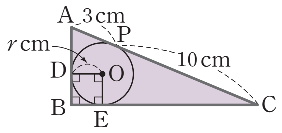
$\overline{BD}=\overline{BE}=r\,cm$, $\overline{AF}=\overline{AD}=(5-r)\,cm$
$\overline{CF}=\overline{CE}=(12-r)\,cm$
$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로 $13=(5-r)+(12-r)$
$2r=4 \qquad \therefore r=2$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이다. 답 ③

20 오른쪽 그림에서 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 □ADOF가 정사각형이므로



$\overline{AD}=\overline{AF}=r\,cm$
$\overline{BD}=\overline{BE}=6\,cm$, $\overline{CF}=\overline{CE}=9\,cm$이므로
$\overline{AB}=(r+6)\,cm$, $\overline{AC}=(r+9)\,cm$
직각삼각형 ABC에서
$(r+6)^2+(r+9)^2=15^2$
$r^2+15r-54=0$, $(r+18)(r-3)=0$
$\therefore r=3\ (\because r>0)$
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times3^2=9\pi\,(cm^2)$ 답 ②

21 오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$와의 접점을 각각 D, E라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 □ODBE가 정사각형이므로



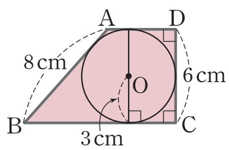
$\overline{BD}=\overline{BE}=r\,cm$
$\overline{AD}=\overline{AP}=3\,cm$, $\overline{CE}=\overline{CP}=10\,cm$이므로
$\overline{AB}=(r+3)\,cm$, $\overline{BC}=(r+10)\,cm$
직각삼각형 ABC에서
$(r+3)^2+(r+10)^2=13^2$, $r^2+13r-30=0$
$(r+15)(r-2)=0 \qquad \therefore r=2\ (\because r>0)$
$\therefore \overline{AB}=5\,cm$, $\overline{BC}=12\,cm$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times5=30\,(cm^2)$ 답 30 cm²

22 $\overline{AE}=\overline{AH}$, $\overline{BE}=\overline{BF}$, $\overline{CF}=\overline{CG}$, $\overline{DG}=\overline{DH}$이므로
$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$
$\overline{DG}=\overline{DH}=3\,cm$, $\overline{DC}=3+4=7\,(cm)$이므로
$\overline{AB}+\overline{DC}=8+7=15\,(cm)$
$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{DC}+\overline{AD}+\overline{BC}$
$=15+15=30\,(cm)$

답 30 cm

23 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$4+\overline{BP}+\overline{DR}+7=7+16$
$\therefore \overline{BP}+\overline{DR}=12\,cm$ 답 ④

24 원 O의 반지름의 길이가 3 cm이므로

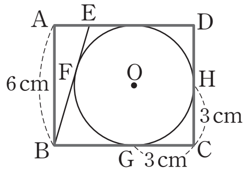


$\overline{DC}=6\,cm$ …❶
$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로
$\overline{AD}+\overline{BC}=8+6=14\,(cm)$ …❷
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times6$
$=\frac{1}{2}\times14\times6=42\,(cm^2)$ …❸

답 42 cm²

채점 기준	배점
❶ $\overline{DC}$의 길이 구하기	20%
❷ $\overline{AD}+\overline{BC}$의 길이 구하기	40%
❸ □ABCD의 넓이 구하기	40%

25 오른쪽 그림과 같이 원 O가 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$와 만나는 점을 각각 G, H라 하자.



$\overline{CD}=\overline{AB}=6\,cm$이고 원 O가 $\overline{CD}$에 접하므로

$\overline{CH}=\overline{CG}=\frac{1}{2}\times 6=3\,(cm)$

$\therefore\ \overline{BF}=\overline{BG}=7-3=4\,(cm)$ 답 4 cm

26 $\overline{AS}=\overline{AP}=\overline{BP}=\overline{BQ}=4\,cm$이므로

$(\triangle DEC$의 둘레의 길이$)=\overline{DE}+\overline{EC}+\overline{CD}$

$=(\overline{DR}+\overline{RE})+\overline{EC}+\overline{CD}$

$=(\overline{DS}+\overline{QE})+\overline{EC}+\overline{CD}$

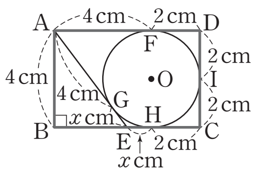
$=\overline{DS}+(\overline{QE}+\overline{EC})+\overline{CD}$

$=\overline{DS}+\overline{QC}+\overline{CD}$

$=(12-4)+(12-4)+8$

$=24\,(cm)$ 답 ⑤

27 오른쪽 그림과 같이 원 O의 네 접점을 각각 F, G, H, I라 하면 $\overline{DF}=\overline{DI}=\overline{IC}=\overline{HC}=2\,cm$ 이므로



$\overline{AF}=\overline{AG}=6-2=4\,(cm)$

$\overline{EG}=\overline{EH}=x\,cm$라 하면

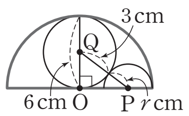
$\overline{AE}=(4+x)\,cm$, $\overline{BE}=6-(x+2)=4-x\,(cm)$이므로

직각삼각형 ABE에서

$(4+x)^2=4^2+(4-x)^2$, $16x=16$ $\therefore\ x=1$

$\therefore\ \overline{AE}=4+1=5\,(cm)$ 답 ①

28 반원 P의 반지름의 길이를 $r\,cm$라 하면



$\overline{PQ}=(3+r)\,cm$

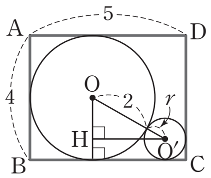
$\overline{OP}=12-6-r=6-r\,(cm)$

이므로 직각삼각형 OPQ에서

$(3+r)^2=3^2+(6-r)^2$, $18r=36$ $\therefore\ r=2$

따라서 반원 P의 지름의 길이는 4 cm이다. 답 4 cm

29 오른쪽 그림에서 원 O의 반지름의 길이가 2이므로 원 O′의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{OO'}=2+r$, $\overline{OH}=2-r$,

$\overline{HO'}=5-2-r=3-r$

직각삼각형 OHO′에서

$(2+r)^2=(2-r)^2+(3-r)^2$

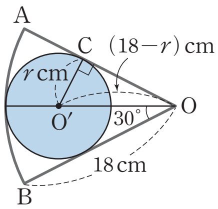
$r^2-14r+9=0$ $\therefore\ r=7-2\sqrt{10}$ ($\because\ 0<r<2$) 답 ②

30 부채꼴 AOB의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면

부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi\times 18^2\times\frac{\angle x}{360^\circ}=54\pi$ $\therefore\ \angle x=60^\circ$

오른쪽 그림과 같이 원 O′의 반지름의 길이를 $r\,cm$라 하면



$\overline{OO'}=(18-r)\,cm$

$\angle O'OC=\angle O'OB=30^\circ$이고

$\triangle O'CO$는 $\angle O'CO=90^\circ$인 직각삼각형이므로

$\overline{O'C}:\overline{OO'}=1:2$

$r:(18-r)=1:2$

$2r=18-r$, $3r=18$

$\therefore\ r=6$

따라서 원 O′의 넓이는

$\pi\times 6^2=36\pi\,(cm^2)$ 답 $36\pi\,cm^2$

C 발전 문제 CLEAR

104~105쪽

01 직각삼각형 AOH에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-1^2}=\sqrt{99}=3\sqrt{11}\,(cm)$이므로

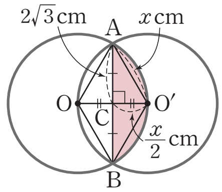
$\overline{BH}=\overline{AH}=3\sqrt{11}\,cm$

$\overline{CH}=\overline{OC}-\overline{OH}=10-1=9\,(cm)$

직각삼각형 HBC에서

$\overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{11})^2+9^2}=\sqrt{180}=6\sqrt{5}\,(cm)$ 답 ③

02 두 원 O, O′이 서로 다른 원의 중심을 지나므로 두 원의 반지름의 길이는 $\overline{OO'}$이다. 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$와 $\overline{OO'}$의 교점을 C라 하고, 두 원의 반지름의 길이를 $x\,cm$라 하면



$\overline{AO'}=\overline{AO}=\overline{OO'}=x\,cm$, $\overline{CO'}=\overline{CO}=\frac{x}{2}\,cm$,

$\overline{AC}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(cm)$이므로

직각삼각형 ACO′에서

$(2\sqrt{3})^2+\left(\frac{x}{2}\right)^2=x^2$, $12+\frac{x^2}{4}=x^2$

$x^2=16$ $\therefore\ x=4$ ($\because\ x>0$)

$\triangle AOO'$, $\triangle BO'O$는 정삼각형이므로 $\angle AOB=120^\circ$

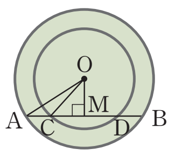
따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 AOB의 넓이)$-\triangle AOB$

$=\pi\times 4^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times 2\times 4\sqrt{3}$

$=\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}\,(cm^2)$ 답 $\left(\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}\right)cm^2$

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$, $\overline{OA}$를 긋고, 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 직각삼각형 OCM에서



$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(cm)$

$\overline{OC}=6\,cm$이므로

$\overline{OM}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,(cm)$

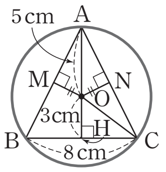
직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 14=7\,(cm)$

$\therefore\ \overline{OA}=\sqrt{7^2+(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{69}\,(cm)$

$\therefore$ (큰 원의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{69})^2=69\pi\,(cm^2)$ 답 ④

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{CO}$를 그으면



직각삼각형 OCH에서

$\overline{OC}=\sqrt{3^2+4^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$이므로

$\overline{OA}=\overline{OC}=5\,\text{cm}$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

즉, 직각삼각형 AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\overline{AN}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{5}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

따라서 직각삼각형 OAN에서

$\overline{ON}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}\,(\text{cm})$ 답 $\sqrt{5}\,\text{cm}$

05 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\overline{PO}=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}\,(\text{cm})$

직각삼각형 APO에서 $\overline{PO}\perp\overline{AH}$이므로

$\overline{AP}\times\overline{AO}=\overline{PO}\times\overline{AH}$, $10\times 5=5\sqrt{5}\times\overline{AH}$

$\therefore \overline{AH}=2\sqrt{5}\,\text{cm}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times 2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$ 답 ④

06 $\overline{PA}=\overline{PB}$이고, $\angle P=60^\circ$이므로 $\triangle PAB$는 정삼각형이다.

즉, $\overline{AB}=\overline{AP}=10\,\text{cm}$이므로 $x=10$

$\angle APB+\angle AOB=180^\circ$이므로

$\angle AOB=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

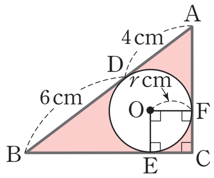
$\overline{PO}$를 그으면 $\triangle POA\equiv\triangle POB$ (RHS 합동)이므로

$\angle POA=60^\circ$, $\angle OPA=30^\circ$

즉, $\overline{OA}:\overline{AP}=1:\sqrt{3}$이므로 $y:10=1:\sqrt{3}$, $\sqrt{3}y=10$

$\therefore y=\frac{10}{\sqrt{3}}=\frac{10\sqrt{3}}{3}$ 답 $x=10$, $y=\frac{10\sqrt{3}}{3}$

07 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면



□OECF는 정사각형이므로

$\overline{EC}=\overline{FC}=r\,\text{cm}$, $\overline{BC}=(6+r)\text{cm}$,

$\overline{AC}=(4+r)\text{cm}$

직각삼각형 ABC에서

$(4+r)^2+(6+r)^2=10^2$

$r^2+10r-24=0$, $(r+12)(r-2)=0$

$\therefore r=2$ ($\because r>0$)

따라서 색칠한 부분의 넓이는

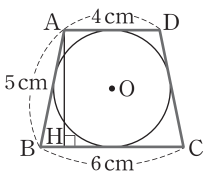
$\frac{1}{2}\times 6\times 8-\pi\times 2^2=24-4\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $(24-4\pi)\,\text{cm}^2$

08 □ABCD가 원 O에 외접하므로 $\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$

그런데 □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$이므로

$2\overline{AB}=4+6$ $\quad\therefore \overline{AB}=5\,\text{cm}$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\frac{1}{2}(\overline{BC}-\overline{AD})$

$=\frac{1}{2}\times(6-4)=1\,(\text{cm})$

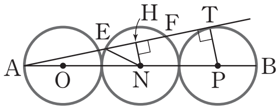
직각삼각형 ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{5^2-1^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AH}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{6}=\sqrt{6}\,(\text{cm})$ 답 ②

09 $\overline{AB}=60$이므로 세 원의 반지름의 길이는 10이다.

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 N에서 $\overrightarrow{AT}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{EH}=\overline{FH}$

$\angle AHN=\angle ATP=90^\circ$이므로

$\triangle AHN\backsim\triangle ATP$(AA 닮음)

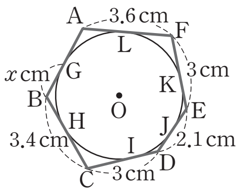
$\overline{AN}:\overline{HN}=\overline{AP}:\overline{TP}$, $30:\overline{HN}=50:10$

$\therefore \overline{HN}=6$

직각삼각형 ENH에서 $\overline{EH}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

$\therefore \overline{EF}=2\overline{EH}=2\times 8=16$ 답 ④

10 오른쪽 그림에서



$\overline{GB}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{BH}=x\,\text{cm}$이므로

$\overline{CH}=\overline{CI}=(3.4-x)\,\text{cm}$

같은 방법으로

$\overline{DI}=\overline{DJ}=3-(3.4-x)=x-0.4\,(\text{cm})$

$\overline{EJ}=\overline{EK}=2.1-(x-0.4)=2.5-x\,(\text{cm})$

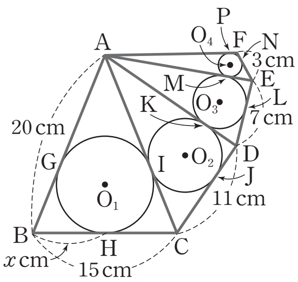
$\overline{FK}=\overline{FL}=3-(2.5-x)=x+0.5\,(\text{cm})$

$\overline{AL}=\overline{AG}=3.6-(x+0.5)=3.1-x\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{AG}+\overline{GB}=(3.1-x)+x=3.1\,(\text{cm})$

답 3.1 cm

11 다음 그림과 같이 접점을 차례로 G, H, I, J, K, L, M, N, P라 하자.



$\overline{BH}=\overline{BG}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AG}=\overline{AI}=\overline{AK}=\overline{AM}=\overline{AP}=(20-x)\,\text{cm}$이고

$\overline{CH}=\overline{CI}=\overline{CJ}=(15-x)\,\text{cm}$

$\overline{DJ}=\overline{DK}=\overline{DL}=11-(15-x)=x-4\,(\text{cm})$

$\overline{EL}=\overline{EM}=\overline{EN}=7-(x-4)=11-x\,(\text{cm})$

$\overline{FN}=\overline{FP}=3-(11-x)=x-8\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AF}=\overline{AP}+\overline{FP}=(20-x)+(x-8)=12\,(\text{cm})$

답 12 cm

12 □ABCD가 원 O_1의 외부에서 접하므로

$\overline{AB}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{BC}$에서

$a+\overline{CD}=9+7=16$ …… ㉠

□DCEF가 원 O_2의 외부에서 접하므로

$\overline{DC}+\overline{FE}=\overline{DF}+\overline{CE}$에서

$\overline{CD}+b=5+13=18$ …… ㉡

㉡−㉠을 하면 $b-a=18-16=2$ 답 ②

07. 원주각

A 핵심 개념 ALL 107쪽, 109쪽

01 답 60°
02 답 210°
03 답 90°
04 답 30°
05 답 32°
06 답 30°
07 답 7
08 답 3
09 답 35°
10 네 점이 한 원 위에 있기 위해서는
$\angle ADB=\angle ACB \quad \therefore \angle x=50^\circ$ 답 50°
11 답 68°
12 답 87°
13 답 $\angle x=115^\circ$, $\angle y=70^\circ$
14 $\triangle BCD$에서 $\angle y=180^\circ-(30^\circ+35^\circ)=115^\circ$
$\therefore \angle x=180^\circ-115^\circ=65^\circ$ 답 $\angle x=65^\circ$, $\angle y=115^\circ$
15 답 $\angle x=85^\circ$, $\angle y=75^\circ$
16 답 $\angle x=80^\circ$, $\angle y=80^\circ$
17 답 원에 내접하지 않는다.
18 답 원에 내접한다.
19 답 원에 내접하지 않는다.
20 답 원에 내접한다.
21 답 65°
22 답 70°
23 $\angle x=180^\circ-50^\circ=130^\circ$ 답 130°
24 답 50°
25 $\angle BAT=\angle BTP=100^\circ$
$\triangle BAT$에서 $\angle x=180^\circ-(100^\circ+45^\circ)=35^\circ$ 답 35°
26 $\angle BAT=\angle BTP=65^\circ$
$\angle ABT=\angle BAT=65^\circ$이므로 $\triangle ATB$에서
$\angle x=180^\circ-(65^\circ+65^\circ)=50^\circ$ 답 50°
27 답 (가) : 90, (나) : $\angle PAB$
28 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$6\times4=3x$, $3x=24 \quad \therefore x=8$ 답 8
29 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이고 $\overline{PB}=8-4=4\,(\text{cm})$이므로
$12\times4=8x$, $8x=48 \quad \therefore x=6$ 답 6
30 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$12x=4\times9$, $12x=36 \quad \therefore x=3$ 답 3
31 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$5\times(5+7)=15x$, $15x=60 \quad \therefore x=4$ 답 4
32 답 $\angle PBT$
33 답 $\triangle PBT$
34 $\triangle PTA \backsim \triangle PBT$ (AA 닮음)이므로
$\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{PT}:\overline{PB}$
즉, $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $\overline{PT}^2=3\times(3+9)$, $\overline{PT}^2=36$
$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=6$ 답 6
35 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$4^2=2\times(2+x)$, $2x=12 \quad \therefore x=6$ 답 6
36 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $x^2=4\times(4+12)$, $x^2=64$
$x>0$이므로 $x=8$ 답 8
37 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $x^2=3\times(3+5+5)$, $x^2=39$
$x>0$이므로 $x=\sqrt{39}$ 답 $\sqrt{39}$
38 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $6^2=3\times(3+x)$
$36=9+3x$, $3x=27 \quad \therefore x=9$ 답 9

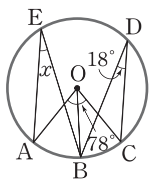
B 유형 BIBLE 110~125쪽

THEME 17 원주각과 중심각 110~114쪽

알고 있나요?

1 $\angle a=\angle c$이고 $\angle b=2\angle a=2\angle c$이다.
2 $\angle APB=\angle CQD$

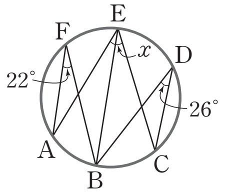
01 $\angle y=360^\circ-2\angle BCD=360^\circ-2\times100^\circ=160^\circ$
$\angle x=\frac{1}{2}\times160^\circ=80^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=80^\circ+160^\circ=240^\circ$ 답 240°
02 $\overline{OB}=\overline{OC}$이므로 $\angle OCB=\angle OBC=50^\circ$
$\angle BOC=180^\circ-2\times50^\circ=80^\circ$
$\therefore \angle BAC=\frac{1}{2}\angle BOC=\frac{1}{2}\times80^\circ=40^\circ$ 답 40°
03 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times45^\circ=90^\circ$
$\therefore$ (부채꼴 OBC의 넓이)$=\pi\times6^2\times\frac{90}{360}=9\pi\,(\text{cm}^2)$
답 $9\pi\,\text{cm}^2$
04 $\angle ABC=\frac{1}{2}\times(360^\circ-110^\circ)=125^\circ$
$\square ABCO$에서
$\angle x=360^\circ-(110^\circ+55^\circ+125^\circ)=70^\circ$ 답 ②
05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면
$\angle BOC=2\angle BDC=2\times18^\circ=36^\circ$
$\therefore \angle AOB=78^\circ-36^\circ=42^\circ$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times42^\circ=21^\circ$



답 ②
06 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로
$\angle AOB=180^\circ-50^\circ=130^\circ$ ···❶
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$ ···❷
답 65°

채점 기준	배점
❶ $\angle$AOB의 크기 구하기	50%
❷ $\angle x$의 크기 구하기	50%

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{EB}}$를 그으면



$\angle$AFB$=\angle$AEB,

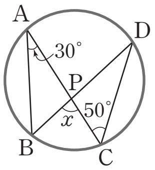
$\angle$BDC$=\angle$BEC이므로

$\angle x=\angle$AEB$+\angle$BEC

$=\angle$AFB$+\angle$BDC

$=22^\circ+26^\circ=48^\circ$ 답 ③

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{AC}}$와 $\overline{\text{BD}}$의 교점을 P라 하면 $\angle$PDC$=\angle$PAB$=30^\circ$



$\triangle$PCD에서

$\angle x=\angle$PDC$+\angle$PCD

$=30^\circ+50^\circ=80^\circ$ 답 ③

09 $\angle x=\angle$DAC$=45^\circ$

$\angle$BDC$=\angle$BAC$=40^\circ$이므로

$\triangle$ACD에서 $\angle y=180^\circ-(45^\circ+40^\circ+60^\circ)=35^\circ$

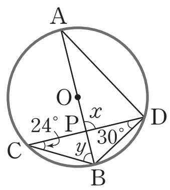
$\therefore \angle x+\angle y=45^\circ+35^\circ=80^\circ$ 답 ②

10 $\overline{\text{AB}}$가 원 O의 지름이므로 $\angle$ACB$=90^\circ$

$\angle$CAB$=\angle$CDB$=65^\circ$이므로

$\triangle$ACB에서 $\angle x=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$ 답 25°

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{AB}}$와 $\overline{\text{CD}}$의 교점을 P라 하고 $\overline{\text{AD}}$를 그으면 $\overline{\text{AB}}$가 원 O의 지름이므로 $\angle$ADB$=90^\circ$



$\angle y=\angle$ADC$=\angle$ADB$-\angle$CDB

$=90^\circ-30^\circ=60^\circ$ …❶

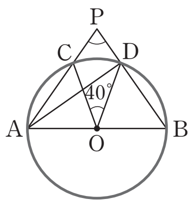
$\angle x=\angle$CPB$=180^\circ-(24^\circ+60^\circ)=96^\circ$ …❷

$\therefore \angle x-\angle y=96^\circ-60^\circ=36^\circ$ …❸

답 36°

채점 기준	배점
❶ $\angle y$의 크기 구하기	50%
❷ $\angle x$의 크기 구하기	30%
❸ $\angle x-\angle y$의 크기 구하기	20%

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{AD}}$를 그으면 $\overline{\text{AB}}$가 원 O의 지름이므로



$\angle$ADB$=90^\circ$

$\angle$CAD$=\dfrac{1}{2}\angle$COD

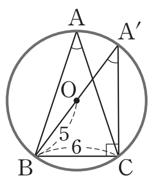
$=\dfrac{1}{2}\times40^\circ=20^\circ$

$\triangle$PAD에서

$\angle$P$=180^\circ-(\angle$ADP$+\angle$CAD$)$

$=180^\circ-(90^\circ+20^\circ)=70^\circ$ 답 ②

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\text{BO}}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 A′이라 하면 $\overline{\text{A'B}}$가 원의 지름이므로 $\angle$BCA′$=90^\circ$



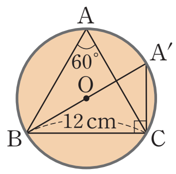
$\angle$BAC$=\angle$BA′C

$\overline{\text{A'B}}=10$, $\overline{\text{BC}}=6$이므로

$\overline{\text{A'C}}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$

$\therefore \cos A=\cos A'=\dfrac{\overline{\text{A'C}}}{\overline{\text{A'B}}}=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$ 답 ④

14 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나는 $\overline{\text{A'B}}$를 그으면 $\overline{\text{A'B}}$가 원 O의 지름이므로 $\angle$BCA′$=90^\circ$



$\angle$BA′C$=\angle$BAC$=60^\circ$

$\sin 60^\circ=\dfrac{12}{\overline{\text{A'B}}}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{12}{\overline{\text{A'B}}}$

$\therefore \overline{\text{A'B}}=8\sqrt{3}$ cm

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi$ (cm^2) 답 48π cm^2

15 $\overline{\text{AB}}=2\overline{\text{OA}}=2\times3=6$ (cm) …❶

$\angle$ACB$=90^\circ$이므로

$\overline{\text{AC}}=\overline{\text{AB}}\times\sin 60^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$ (cm) …❷

$\overline{\text{BC}}=\overline{\text{AB}}\times\cos 60^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3$ (cm) …❸

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=\overline{\text{AB}}+\overline{\text{BC}}+\overline{\text{AC}}$

$=6+3+3\sqrt{3}$

$=3(3+\sqrt{3})$ (cm) …❹

답 $3(3+\sqrt{3})$ cm

채점 기준	배점
❶ $\overline{\text{AB}}$의 길이 구하기	20%
❷ $\overline{\text{AC}}$의 길이 구하기	30%
❸ $\overline{\text{BC}}$의 길이 구하기	30%
❹ $\triangle$ABC의 둘레의 길이 구하기	20%

16 $\widehat{\text{AB}}=\widehat{\text{CD}}$이므로 호에 대한 원주각의 크기는 서로 같다. 즉,

$\angle$DBC$=\angle$ACB$=23^\circ$

$\triangle$PBC에서

$\angle$APB$=23^\circ+23^\circ=46^\circ$ 답 46°

17 $\overline{\text{AD}}$는 원 O의 지름이므로 $\angle$ACD$=90^\circ$

$\widehat{\text{BC}}=\widehat{\text{CD}}$이므로 $\angle$CAD$=\angle$BAC$=32^\circ$

$\triangle$ACD에서

$\angle x=180^\circ-(90^\circ+32^\circ)=58^\circ$ 답 58°

18 $\widehat{\text{AB}}=\widehat{\text{BC}}$이므로 $\angle$ADB$=\angle$BDC$=35^\circ$

$\angle$DCA$=\angle$DBA$=60^\circ$이므로

$\triangle$ACD에서

$\angle$CAD$=180^\circ-(60^\circ+35^\circ+35^\circ)=50^\circ$ 답 ④

19 $\widehat{\text{AB}}:\widehat{\text{CD}}=\angle$ADB$:\angle$DAC이므로

$9:3=\angle$ADB$:20^\circ$ $\therefore \angle$ADB$=60^\circ$

$\triangle$DAP에서

$\angle$APB$=20^\circ+60^\circ=80^\circ$ 답 80°

20 $\widehat{\text{AB}}:\widehat{\text{CD}}=\angle$AEB$:\dfrac{1}{2}\angle x$이므로

$4:8=30^\circ:\dfrac{1}{2}\angle x$, $\dfrac{1}{2}\angle x=60^\circ$

$\therefore \angle x=120^\circ$ 답 ③

21 $\angle$DBC$=\angle x$라 하면 $\widehat{\text{AB}}:\widehat{\text{CD}}=3:1$이므로

$\angle$ADB$:\angle$DBC$=3:1$ $\therefore \angle$ADB$=3\angle x$

$\triangle$DBP에서

$\angle$ADB$=\angle$DBP$+\angle$DPB이므로

$3\angle x=\angle x+48^\circ$, $2\angle x=48^\circ$

$\therefore \angle x=24^\circ$ 답 ①

22 $\angle BPA=\frac{1}{2}\times 222^\circ=111^\circ$

$\angle PAB=\angle x$라 하면 $\overparen{PA}:\overparen{PB}=2:1$이므로

$\angle PBA:\angle PAB=2:1$ $\quad\therefore \angle PBA=2\angle x$

$\triangle PBA$에서

$111^\circ+2\angle x+\angle x=180^\circ$, $3\angle x=69^\circ$

$\therefore \angle x=23^\circ$ 답 23°

23 $\overparen{CD}=2\overparen{BC}$이므로

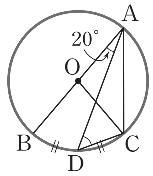
$\angle DAC=2\angle CAB=2\times 16^\circ=32^\circ$

$\overparen{AD}+\overparen{DC}+\overparen{CB}$가 반원의 호의 길이이므로

$\angle CAB+\angle DAC+\angle ACD=\frac{1}{2}\times 180^\circ=90^\circ$

$\therefore \angle ACD=90^\circ-(16^\circ+32^\circ)=42^\circ$ 답 ③

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\overparen{CD}=\overparen{BD}$이므로

$\angle CAD=\angle BAD=20^\circ$

$\angle OAC=20^\circ+20^\circ=40^\circ$

$\triangle OCA$에서 $\overline{OC}=\overline{OA}$이므로

$\angle AOC=180^\circ-2\times 40^\circ=100^\circ$

$\therefore \angle ADC=\frac{1}{2}\angle AOC=\frac{1}{2}\times 100^\circ=50^\circ$ 답 50°

25 원의 중심 O에서 두 현 AB, AC까지의 거리가 서로 같으므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이다.

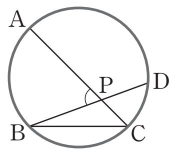
$\therefore \angle BAC=180^\circ-2\times 75^\circ=30^\circ$

$\angle BAC:\angle ABC=\overparen{BC}:\overparen{AC}$이므로

$30^\circ:75^\circ=\overparen{BC}:15\pi$

$\therefore \overparen{BC}=6\pi$ cm 답 6π cm

26 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB=\frac{1}{4}\times 180^\circ=45^\circ$

$\angle DBC=\frac{1}{9}\times 180^\circ=20^\circ$

따라서 $\triangle PBC$에서

$\angle APB=\angle PCB+\angle PBC=45^\circ+20^\circ=65^\circ$ 답 ②

27 $\angle ACB:\angle BAC:\angle ABC=\overparen{AB}:\overparen{BC}:\overparen{CA}$

$=2:4:3$ …❶

$\therefore \angle x=180^\circ\times\frac{4}{2+4+3}=180^\circ\times\frac{4}{9}=80^\circ$ …❷

답 80°

채점 기준	배점
❶ $\angle ACB:\angle BAC:\angle ABC$ 구하기	50%
❷ $\angle x$의 크기 구하기	50%

28 $\triangle APD$에서

$\angle ADP+45^\circ=75^\circ$ $\quad\therefore \angle ADP=30^\circ$

원 O의 둘레의 길이를 l cm라 하면

$\overparen{AB}:l=30^\circ:180^\circ$, $6\pi:l=1:6$

$\therefore l=36\pi$ cm 답 ④

29 ① $\angle BAC=\angle BDC=30^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

② $\angle ACB=60^\circ-35^\circ=25^\circ$
즉, $\angle ACB=\angle ADB=25^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

③ $\angle ACB=180^\circ-(80^\circ+60^\circ)=40^\circ$
즉, $\angle ADB=\angle ACB=40^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

④ $\angle BDC=90^\circ-40^\circ=50^\circ$
즉, $\angle BAC\neq\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

⑤ $\angle CBD=\angle CAD=30^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다. 답 ④

30 $\triangle ABP$에서

$\angle BAP=\angle BPC-\angle ABP=95^\circ-30^\circ=65^\circ$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\angle x=\angle BAC=65^\circ$ 답 65°

31 $\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

즉, $\angle ADB=\angle ACB=40^\circ$이고 $\angle DEC=75^\circ$이므로

$\angle x=75^\circ-40^\circ=35^\circ$ 답 35°

THEME 18 원에 내접하는 사각형 115~116쪽

01 $\overline{AD}$가 원 O의 지름이므로 $\angle ACD=90^\circ$

$\triangle CAD$에서

$\angle y=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$

$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-\angle y=180^\circ-65^\circ=115^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=115^\circ-65^\circ=50^\circ$ 답 50°

02 $\square ABCD$가 원 O에 내접하므로

$\angle y=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

$\angle x=2\angle y=2\times 70^\circ=140^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=140^\circ+70^\circ=210^\circ$ 답 ③

03 $\square ABDE$가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-100^\circ=80^\circ$ …❶

한 호에 대한 원주각의 크기는 서로 같으므로

$\angle ACD=\angle ABD=80^\circ$

$\therefore \angle y=\angle ACD+\angle BDC=80^\circ+25^\circ=105^\circ$ …❷

답 $\angle x=80^\circ$, $\angle y=105^\circ$

채점 기준	배점
❶ $\angle x$의 크기 구하기	50%
❷ $\angle y$의 크기 구하기	50%

04 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-(40^\circ+105^\circ)=35^\circ$

$\angle BDC=\angle BAC=35^\circ$

$\angle y=\angle ADB+\angle BDC=30^\circ+35^\circ=65^\circ$

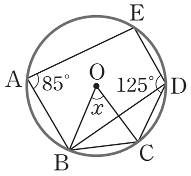
$\therefore \angle x+\angle y=35^\circ+65^\circ=100^\circ$ 답 100°

05 △ABD에서
$\angle BAD=180^\circ-(50^\circ+45^\circ)=85^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BAD=85^\circ$ 답 85°

06 △APB에서
$\angle PAB+48^\circ=121^\circ$
$\therefore \angle PAB=73^\circ$
□ABCD가 원에 내접하므로
$\angle x=\angle PAB=73^\circ$ 답 73°

07 □EBCD가 원에 내접하므로
$\angle EDC=180^\circ-75^\circ=105^\circ$
$\angle ADC=\angle EDC-\angle EDA=105^\circ-35^\circ=70^\circ$
□ABCD에서 $\angle x=\angle ADC=70^\circ$ 답 ②

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



□ABDE는 원 O에 내접하므로
$\angle EDB=180^\circ-\angle EAB$
$=180^\circ-85^\circ=95^\circ$
$\angle BDC=\angle EDC-\angle EDB$
$=125^\circ-95^\circ=30^\circ$
$\therefore \angle x=2\angle BDC=2\times30^\circ=60^\circ$ 답 60°

09 $\angle ABC=\angle x$라 하면 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle FDC=\angle ABC=\angle x$
△EBC에서 $\angle DCF=\angle x+26^\circ$
△DCF에서 $\angle x+(\angle x+26^\circ)+34^\circ=180^\circ$
$2\angle x=120^\circ$ $\therefore \angle x=60^\circ$ 답 ①

10 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CDF=\angle ABC=60^\circ$
△BCE에서
$\angle ECF=\angle BEC+\angle EBC=25^\circ+60^\circ=85^\circ$
△DCF에서
$\angle F=180^\circ-(60^\circ+85^\circ)=35^\circ$ 답 35°

11 ① $\angle B+\angle D=95^\circ+85^\circ=180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
② $\angle A=\angle DCE=120^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
③ $\angle B=180^\circ-(40^\circ+30^\circ)=110^\circ$
즉, $\angle B+\angle D=180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
⑤ $\angle CBD=\angle CAD=35^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다. 답 ④

12 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BCD=180^\circ-\angle A=180^\circ-100^\circ=80^\circ$
△PDC에서
$\angle PDC=\angle BCD-\angle P=80^\circ-35^\circ=45^\circ$ 답 45°

THEME **19** 접선과 현이 이루는 각 117~119쪽

알고 있나요?

1 $\angle ATP$ **2** $\angle ABT$ **3** 40°

01 $\angle CAB=\angle CBD=55^\circ$
$\angle BOC=2\angle CAB=2\times55^\circ=110^\circ$
△OBC는 $\overline{OB}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OCB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$ 답 35°

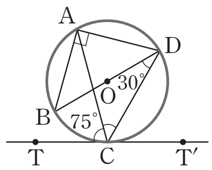
02 △ATB에서
$\angle BAT=\angle CBA-\angle T=75^\circ-35^\circ=40^\circ$
$\therefore \angle ACB=\angle BAT=40^\circ$ 답 40°

03 △CTA는 $\overline{CT}=\overline{CA}$인 이등변삼각형이므로
$\angle CAT=\angle CTA=32^\circ$
$\angle CBA=\angle CAT$이므로 △TAB에서
$\angle TAB=180^\circ-(32^\circ+32^\circ)=116^\circ$
$\therefore \angle CAB=116^\circ-32^\circ=84^\circ$ 답 84°

04 $\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=\angle BCA:\angle BAC:\angle ABC$이고
$\angle BCA+\angle BAC+\angle ABC=180^\circ$이므로
$\angle BCA=180^\circ\times\frac{5}{5+4+3}=75^\circ$ …❶
$\therefore \angle BAT=\angle BCA=75^\circ$ …❷
답 75°

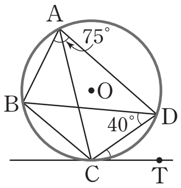
채점 기준	배점
❶ ∠BCA의 크기 구하기	60%
❷ ∠BAT의 크기 구하기	40%

05 $\overline{BD}$가 원 O의 지름이므로



$\angle BAD=90^\circ$
$\angle ADC=\angle ACT=75^\circ$이므로
$\angle ADB=75^\circ-30^\circ=45^\circ$
이때 △ABD에서
$\angle ABD=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)$
$=45^\circ$
$\therefore \angle ACD=\angle ABD=45^\circ$ 답 ②

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면

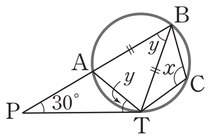


$\angle BAC=\angle BDC=40^\circ$
$\angle DAC=\angle BAD-\angle BAC$
$=75^\circ-40^\circ=35^\circ$
$\therefore \angle DCT=\angle DAC=35^\circ$ 답 ③

07 $\angle BTP=\angle BAT=40^\circ$이므로
$\angle ABT=45^\circ+40^\circ=85^\circ$
□ABTC가 원에 내접하므로
$\angle ACT=180^\circ-85^\circ=95^\circ$ 답 95°

08 $\angle ABC=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-125^\circ=55^\circ$
$\angle BCP=\angle ABC-\angle P=55^\circ-20^\circ=35^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BCP=35^\circ$ 답 ②

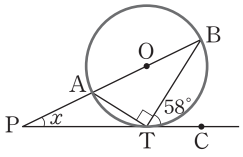
09 $\angle ATP=\angle ABT=\angle y$라 하면



△APT에서
$\angle BAT=30^\circ+\angle y$
또, $\overline{AB}=\overline{BT}$이므로
$\angle ATB=\angle BAT=30^\circ+\angle y$
△ATB에서
$\angle y+(30^\circ+\angle y)+(30^\circ+\angle y)=180^\circ$

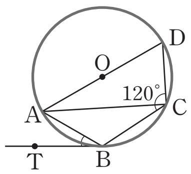
$3\angle y=120^\circ$ $\therefore \angle y=40^\circ$
따라서 $\angle \mathrm{BAT}=30^\circ+40^\circ=70^\circ$이므로
$\angle x=180^\circ-70^\circ=110^\circ$ 답 110°

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AT}}$를 그으면
$\overline{\mathrm{AB}}$가 원 O의 지름이므로



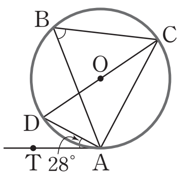
$\angle \mathrm{ATB}=90^\circ$
$\angle \mathrm{ATP}=180^\circ-(90^\circ+58^\circ)$
$=32^\circ$
$\angle \mathrm{BAT}=\angle \mathrm{BTC}=58^\circ$이므로
$\triangle \mathrm{APT}$에서
$\angle x=\angle \mathrm{BAT}-\angle \mathrm{ATP}$
$=58^\circ-32^\circ=26^\circ$ 답 26°

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}}$를 그으면
$\overline{\mathrm{AD}}$는 원 O의 지름이므로



$\angle \mathrm{ACD}=90^\circ$
$\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{BCD}-\angle \mathrm{ACD}$
$=120^\circ-90^\circ=30^\circ$
$\therefore \angle \mathrm{ABT}=\angle \mathrm{ACB}=30^\circ$ 답 30°

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AC}}$를 그으면
$\overline{\mathrm{DC}}$는 원 O의 지름이므로 $\angle \mathrm{DAC}=90^\circ$



$\angle \mathrm{DCA}=\angle \mathrm{DAT}=28^\circ$
$\triangle \mathrm{DAC}$에서
$\angle \mathrm{ADC}=180^\circ-(\angle \mathrm{DAC}+\angle \mathrm{DCA})$
$=180^\circ-(90^\circ+28^\circ)=62^\circ$
$\therefore \angle \mathrm{ABC}=\angle \mathrm{ADC}=62^\circ$ 답 62°

13 $\triangle \mathrm{DBE}$에서 $\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{BE}}$가 원 O의 접선이므로 $\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}$
$\therefore \angle \mathrm{BDE}=\angle \mathrm{BED}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$
$\angle \mathrm{DFE}=\angle \mathrm{DEB}=70^\circ$이므로
$\triangle \mathrm{DEF}$에서
$\angle \mathrm{EDF}=180^\circ-(70^\circ+50^\circ)=60^\circ$ 답 ③

14 $\triangle \mathrm{PAB}$에서 $\overline{\mathrm{PA}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$는 원의 접선이므로
$\overline{\mathrm{PA}}=\overline{\mathrm{PB}}$
$\therefore \angle \mathrm{PAB}=\angle \mathrm{PBA}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$
$\angle \mathrm{ACB}=\angle \mathrm{ABP}=75^\circ$이므로
$\triangle \mathrm{ABC}$에서
$\angle \mathrm{CAB}+\angle \mathrm{CBA}=180^\circ-75^\circ=105^\circ$
이때 $\widehat{\mathrm{AC}}:\widehat{\mathrm{CB}}=\angle \mathrm{CBA}:\angle \mathrm{CAB}=4:3$이므로
$\angle \mathrm{CBA}=105^\circ\times\frac{4}{4+3}=60^\circ$ 답 60°

15 $\triangle \mathrm{BDE}$에서 $\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{BE}}$는 원 O의 접선이므로
$\overline{\mathrm{BD}}=\overline{\mathrm{BE}}$
$\therefore \angle \mathrm{BDE}=\angle \mathrm{BED}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-34^\circ)=73^\circ$ …❶
$\angle \mathrm{DFE}=\angle \mathrm{DEB}=73^\circ$이므로
$\triangle \mathrm{DEF}$에서
$\angle \mathrm{DEF}=180^\circ-(46^\circ+73^\circ)=61^\circ$ …❷
$\angle \mathrm{AFD}=\angle \mathrm{DEF}=61^\circ$이고
$\triangle \mathrm{ADF}$에서 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}$이므로
$\angle \mathrm{A}=180^\circ-2\times61^\circ=58^\circ$ …❸
답 58°

채점 기준	배점
❶ $\angle \mathrm{BDE}$, $\angle \mathrm{BED}$의 크기 구하기	40%
❷ $\angle \mathrm{DEF}$의 크기 구하기	40%
❸ $\angle \mathrm{A}$의 크기 구하기	20%

16 $\angle \mathrm{BTQ}=\angle \mathrm{BAT}=50^\circ$
$\angle \mathrm{CTQ}=\angle \mathrm{CDT}=70^\circ$
$\therefore \angle \mathrm{ATB}=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$ 답 ②

17 ① $\angle \mathrm{ABP}=\angle \mathrm{APT}=\angle \mathrm{DCP}$
② $\angle \mathrm{CDP}=\angle \mathrm{CPT'}=\angle \mathrm{BAP}=50^\circ$
③ ①에서 동위각의 크기가 같으므로 $\overline{\mathrm{AB}}/\!/\overline{\mathrm{DC}}$
④ $\triangle \mathrm{ABP}$와 $\triangle \mathrm{DCP}$에서
$\angle \mathrm{ABP}=\angle \mathrm{DCP}$, $\angle \mathrm{BAP}=\angle \mathrm{CDP}$
이므로 $\triangle \mathrm{ABP}\backsim\triangle \mathrm{DCP}$ (AA 닮음)
⑤ $\triangle \mathrm{ABP}\backsim\triangle \mathrm{DCP}$이므로
$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{DP}}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

THEME 20 원과 두 직선이 만나서 생기는 선분의 길이 120~125쪽

알고 있나요?

1 $\overline{\mathrm{PC}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$ **2** $\overline{\mathrm{PT}}$, $\overline{\mathrm{PB}}$

01 $\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{AB}}-\overline{\mathrm{PB}}=10-2=8\,(\mathrm{cm})$
$\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\times\overline{\mathrm{PD}}$이므로
$8\times2=4\times\overline{\mathrm{PD}}$ $\therefore \overline{\mathrm{PD}}=4\,\mathrm{cm}$ 답 ③

02 $\overline{\mathrm{PC}}=x\,\mathrm{cm}$라 하면 $\overline{\mathrm{PD}}=(22-x)\,\mathrm{cm}$
$\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\times\overline{\mathrm{PD}}$이므로
$6\times12=x\times(22-x)$, $x^2-22x+72=0$
$(x-4)(x-18)=0$ $\therefore x=4$ 또는 $x=18$
이때 $\overline{\mathrm{PC}}<\overline{\mathrm{PD}}$이므로 $\overline{\mathrm{PC}}=4\,\mathrm{cm}$ 답 $4\,\mathrm{cm}$

03 $\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\times\overline{\mathrm{PD}}$이므로
$2\times(2+7)=3\times(3+\overline{\mathrm{CD}})$, $18=9+3\overline{\mathrm{CD}}$
$3\overline{\mathrm{CD}}=9$ $\therefore \overline{\mathrm{CD}}=3\,\mathrm{cm}$ 답 $3\,\mathrm{cm}$

04 $\overline{\mathrm{AP}}:\overline{\mathrm{PB}}=2:3$이므로
$\overline{\mathrm{AP}}=2k$, $\overline{\mathrm{PB}}=3k$ $(k>0)$라 하면
$\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\times\overline{\mathrm{PD}}$에서
$2k\times3k=3\times8$, $6k^2=24$
$k^2=4$ $\therefore k=2$ ($\because k>0$)
$\therefore \overline{\mathrm{PB}}=3k=3\times2=6$ 답 ②

05 $\overline{\mathrm{PA}}\times\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{PC}}\times\overline{\mathrm{PD}}$이므로
$6\times(6+4)=4\times(4+x)$
$60=16+4x$, $4x=44$
$\therefore x=11$ …❶

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PE}\times\overline{PF}$이므로

$6\times(6+4)=y\times(y+7)$, $y^2+7y-60=0$

$(y+12)(y-5)=0$ $\therefore y=5$ ($\because y>0$) …❷

$\therefore x+y=11+5=16$ …❸

답 16

채점 기준	배점
❶ x의 값 구하기	40%
❷ y의 값 구하기	40%
❸ $x+y$의 값 구하기	20%

06 $\overline{PC}=x$ cm라 하면 $\overline{PD}=\overline{PC}=x$ cm

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$3\times9=x\times x$, $x^2=27$

이때 $x>0$이므로 $x=3\sqrt{3}$

$\therefore \overline{PC}=3\sqrt{3}$ cm 답 ③

07 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{BP}=\overline{AP}=6$ cm이고

$\overline{AP}\times\overline{BP}=\overline{CP}\times\overline{DP}$이므로

$6\times6=4\times(2r-4)$, $36=8r-16$

$8r=52$ $\therefore r=\frac{13}{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{13}{2}$ cm이다. 답 $\frac{13}{2}$ cm

08 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{AP}=(2r-4)$ cm, $\overline{BP}=4$ cm

$\overline{DP}=\overline{CP}=8$ cm이므로

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서

$(2r-4)\times4=8\times8$, $8r-16=64$

$8r=80$ $\therefore r=10$

따라서 원 O의 넓이는 $\pi\times10^2=100\pi$ (cm^2) 답 100π cm^2

09 $\overline{OP}=x$ cm라 하면

$\overline{PA}=(7+x)$ cm, $\overline{PB}=(7-x)$ cm이므로

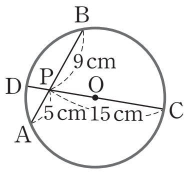
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서

$(7+x)(7-x)=3\times8$, $49-x^2=24$, $x^2=25$

이때 $x>0$이므로 $x=5$

$\therefore \overline{OP}=5$ cm 답 ③

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CP}$의 연장선과 원 O가 만나는 점을 D라 하자. 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{DP}=\overline{DC}-\overline{CP}=2r-15$ (cm)

이므로

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서

$5\times9=15\times(2r-15)$

$45=30r-225$, $30r=270$ $\therefore r=9$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 9 cm이다. 답 ⑤

11 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{AP}=(r-7)$ cm, $\overline{CP}=(r+7)$ cm이므로 …❶

$\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PD}\times\overline{PB}$에서

$(r-7)(r+7)=4\times8$

$r^2-49=32$, $r^2=81$

이때 $r>0$이므로 $r=9$ …❷

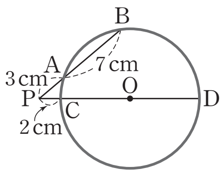
따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times9^2=81\pi$ (cm^2) …❸

답 81π cm^2

채점 기준	배점
❶ $\overline{AP}$, $\overline{CP}$의 길이를 원 O의 반지름의 길이에 관한 식으로 나타내기	40%
❷ 원 O의 반지름의 길이 구하기	40%
❸ 원 O의 넓이 구하기	20%

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$의 연장선과 원 O와의 교점을 D라 하자. 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{PD}=(2+2r)$ cm

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$3\times(3+7)=2\times(2+2r)$

$30=4+4r$

$4r=26$

$\therefore r=\frac{13}{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{13}{2}$ cm이다. 답 $\frac{13}{2}$ cm

13 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{PA}=(7-r)$ cm, $\overline{PB}=(7+r)$ cm이므로

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서

$(7-r)(7+r)=5\times(5+3)$

$49-r^2=40$

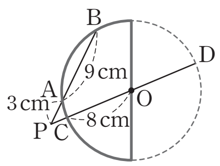
$r^2=9$

이때 $r>0$이므로 $r=3$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times3=6\pi$ (cm) 답 6π cm

14 $\overline{PC}=x$ cm라 하고 $\overline{PO}$의 연장선과 원 O와의 교점을 D라 하면



$\overline{PD}=(x+16)$ cm

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서

$3\times(3+9)=x(x+16)$

$36=x^2+16x$, $x^2+16x-36=0$, $(x-2)(x+18)=0$

이때 $x>0$이므로 $x=2$

$\therefore \overline{PC}=2$ cm 답 2 cm

15 ① $\angle BAC=\angle BDC=50°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

② $\angle A+\angle C=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

③ $\overline{PA}\times\overline{PC}=3\times6=18$

$\overline{PB}\times\overline{PD}=2\times9=18$

즉, $\overline{PA}\times\overline{PC}=\overline{PB}\times\overline{PD}$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\overline{PD}\times\overline{PA}=4\times(4+3)=28$

$\overline{PC}\times\overline{PB}=3\times(3+4)=21$

즉, $\overline{PD}\times\overline{PA}\neq\overline{PC}\times\overline{PB}$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

⑤ $\angle A=\angle DCE=80^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

답 ④

16 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$가 성립해야 하므로

$x\times12=8\times6$, $12x=48$ $\quad\therefore x=4$

$5\times(5+3)=4\times(4+y)$, $40=16+4y$

$4y=24$ $\quad\therefore y=6$

답 $x=4$, $y=6$

17 $\angle ATP=\angle ABT$이므로 $\angle APT=\angle ATP$

즉, △APT는 이등변삼각형이므로 $\overline{AP}=\overline{AT}=4\,\text{cm}$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+8)=48$

$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

답 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$

18 $\overline{CE}\times\overline{DE}=\overline{BE}\times\overline{AE}$이므로

$2\times6=3\times\overline{AE}$ $\quad\therefore \overline{AE}=4\,\text{cm}$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+4+3)=44$

$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=2\sqrt{11}\,\text{cm}$

답 ②

19 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+6)=40$

$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=2\sqrt{10}\,\text{cm}$

$\therefore \triangle APT=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{10}\times\sin30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{10}\times\frac{1}{2}=2\sqrt{10}\,(\text{cm}^2)$

답 ③

20 $\overline{BT}=2\overline{OT}=2\times4=8\,(\text{cm})$

△BPT는 직각삼각형이므로

$\overline{PB}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로 $6^2=\overline{PA}\times10$

$\therefore \overline{PA}=\frac{36}{10}=3.6\,(\text{cm})$

답 ①

21 △OHB가 직각삼각형이므로

$\overline{BH}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4\,(\text{cm})$ ···❶

$\overline{OH}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AH}=\overline{BH}=4\,\text{cm}$ ···❷

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

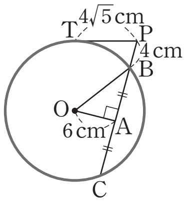
$\overline{PT}^2=4\times(4+4+4)=48$

$\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$ ···❸

답 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$

채점 기준	배점
❶ $\overline{BH}$의 길이 구하기	40%
❷ $\overline{AH}$의 길이 구하기	20%
❸ $\overline{PT}$의 길이 구하기	40%

22 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PA}$의 연장선과 원 O와의 교점을 C라 하면



$\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PC}$이므로

$(4\sqrt{5})^2=4\times\overline{PC}$

$\therefore \overline{PC}=20\,\text{cm}$

$\overline{BC}=\overline{PC}-\overline{PB}=20-4=16\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times16=8\,(\text{cm})$

△OAB에서

$\overline{OB}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 10 cm이다.

답 10 cm

23 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{PA}=(3+2r)\,\text{cm}$

$\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$에서

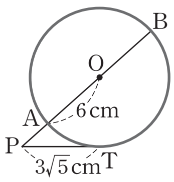
$9^2=3\times(3+2r)$, $81=9+6r$

$6r=72$ $\quad\therefore r=12$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 12 cm이다.

답 12 cm

24 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$의 연장선과 원 O와의 교점을 B라 하자.



$\overline{PA}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{AO}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{PB}=(x+12)\,\text{cm}$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$에서

$(3\sqrt{5})^2=x\times(x+12)$, $45=x^2+12x$

$x^2+12x-45=0$, $(x+15)(x-3)=0$

이때 $x>0$이므로 $x=3$

$\therefore \overline{PA}=3\,\text{cm}$

답 ⑤

25 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{PA}=(16-2r)\,\text{cm}$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$에서

$8^2=(16-2r)\times16$

$64=256-32r$, $32r=192$ $\quad\therefore r=6$

따라서 원 O의 넓이는

$\pi\times6^2=36\pi\,(\text{cm}^2)$

답 ④

26 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+12)=64$

이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=8\,\text{cm}$

△PTA와 △PBT에서

$\angle PTA=\angle PBT$이고

$\angle TPB$는 공통이므로

$\triangle PTA\backsim\triangle PBT$ (AA 닮음)

즉, $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로

$4:8=5:\overline{TB}$, $4\overline{TB}=40$

$\therefore \overline{TB}=10\,\text{cm}$

답 10 cm

27 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=3\times(3+9)=36$

이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=6\,\text{cm}$

△PAT와 △PTB에서

$\angle PTA=\angle PBT$이고 $\angle TPB$는 공통이므로

$\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)

즉, $\overline{PT}:\overline{PB}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로

$6:12=\overline{AT}:10$, $12\overline{AT}=60$

$\therefore \overline{AT}=5\,\text{cm}$

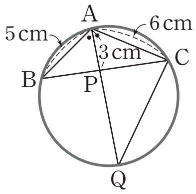
답 ③

28 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$\overline{PT}^2=4\times(4+5)=36$
이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=6\,\text{cm}$
$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서
$\angle ATP=\angle TBP$이고 $\angle BPT$는 공통이므로
$\triangle PAT \backsim \triangle PTB$ (AA 닮음)
$\therefore \overline{AT}:\overline{TB}=\overline{PA}:\overline{PT}=4:6=2:3$ 답 ②

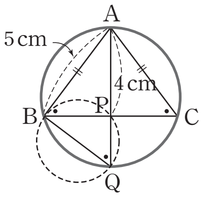
29 $\angle BAQ=\angle CAQ$, $\angle CAQ=\angle CBQ$이므로
$\angle BAQ=\angle CBQ$
따라서 $\overline{BQ}$는 세 점 A, B, P를 지나는 원의 접선이다.
$\overline{BQ}^2=\overline{QP}\times\overline{QA}$이므로
$4^2=2\times(2+\overline{AP})$, $16=4+2\overline{AP}$
$\therefore \overline{AP}=6\,\text{cm}$ 답 6 cm

30 $\angle BAE=\angle CAE$, $\angle CAE=\angle CBE$이므로
$\angle BAE=\angle CBE$
따라서 $\overline{BE}$는 세 점 A, D, B를 지나는 원의 접선이다. …❶
$\overline{BE}^2=\overline{ED}\times\overline{EA}$이므로
$\overline{BE}^2=6\times(6+9)=90$
이때 $\overline{BE}>0$이므로 $\overline{BE}=3\sqrt{10}\,\text{cm}$ …❷
답 $3\sqrt{10}\,\text{cm}$

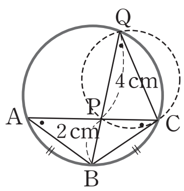
채점 기준	배점
❶ $\overline{BE}$가 세 점 A, D, B를 지나는 원의 접선임을 알기	60%
❷ $\overline{BE}$의 길이 구하기	40%

31 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CQ}$를 긋고


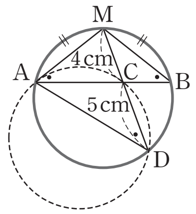
$\overline{PQ}=x\,\text{cm}$라 하면
$\triangle ABP$와 $\triangle AQC$에서
$\angle ABC=\angle AQC$,
$\angle BAP=\angle CAQ$이므로
$\triangle ABP \backsim \triangle AQC$ (AA 닮음)
$\overline{AB}:\overline{AQ}=\overline{AP}:\overline{AC}$에서
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AQ}\times\overline{AP}$이므로
$5\times6=(3+x)\times3$, $30=9+3x$
$3x=21$ $\quad\therefore x=7$
$\therefore \overline{PQ}=7\,\text{cm}$ 답 ③

32 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면


$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로
$\angle ABC=\angle ACB=\angle AQB$
$\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{AB}^2=\overline{AP}\times\overline{AQ}$에서
$5^2=4\times(4+\overline{PQ})$, $4\overline{PQ}=9$
$\therefore \overline{PQ}=\dfrac{9}{4}\,\text{cm}$ 답 $\dfrac{9}{4}\,\text{cm}$

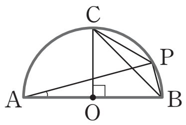
33 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CQ}$를 그으면


$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로
$\angle ACB=\angle CAB=\angle CQB$
따라서 $\overline{BC}$는 세 점 Q, P, C를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{BC}^2=\overline{BP}\times\overline{BQ}$에서
$\overline{BC}^2=2\times(2+4)=12$
이때 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 답 ②

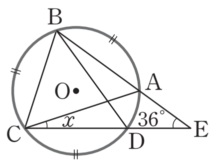
34 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면


$\widehat{AM}=\widehat{BM}$이므로
$\angle BAM=\angle ABM=\angle ADM$
따라서 $\overline{AM}$은 세 점 A, C, D를 지나는 원의 접선이므로
$\overline{AM}^2=\overline{MC}\times\overline{MD}$에서
$\overline{AM}^2=4\times(4+5)=36$
이때 $\overline{AM}>0$이므로 $\overline{AM}=6\,\text{cm}$ 답 ②

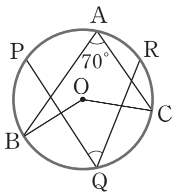
C 발전문제 CLEAR 126~127쪽

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 긋고


$\angle PAB=\angle x$라 하면
$\angle PCB=\angle PAB=\angle x$
$\triangle OBC$는 직각이등변삼각형이므로
$\angle OCB=\angle OBC=45^\circ$
$\angle PCO=\angle OCB+\angle PCB$
$=45^\circ+\angle x$ …… ㉠
$\triangle PAB$에서 $\overline{AB}$는 지름이므로 $\angle APB=90^\circ$
$\therefore \angle PBO=180^\circ-(\angle PAB+90^\circ)$
$=90^\circ-\angle x$ …… ㉡
$\angle PBO:\angle PCO=5:4$이므로 ㉠, ㉡에서
$\angle PBO:\angle PCO=(90^\circ-\angle x):(45^\circ+\angle x)=5:4$
$5(45^\circ+\angle x)=4(90^\circ-\angle x)$
$225^\circ+5\angle x=360^\circ-4\angle x$
$9\angle x=135^\circ$ $\quad\therefore \angle x=15^\circ$
$\therefore \angle PAB=15^\circ$ 답 15°

02 $\angle ACE=\angle x$라 하면 $\triangle ACE$에서


$\angle BAC=\angle x+36^\circ$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{BD}$를 그으면
$\widehat{AB}=\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로
$\angle BCA=\angle BDC=\angle CBD=\angle x+36^\circ$
즉, $\triangle BCD$에서 $\angle x+3(\angle x+36^\circ)=180^\circ$이므로
$4\angle x=72^\circ$ $\quad\therefore \angle x=18^\circ$ 답 18°

03 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O라 하면


$\angle BOC=2\angle BAC=2\times70^\circ=140^\circ$
$\widehat{AB}+\widehat{AC}$에 대한 중심각의 크기는
$360^\circ-140^\circ=220^\circ$
$\widehat{AB}+\widehat{AC}=2\widehat{AP}+2\widehat{AR}$
$=2(\widehat{AP}+\widehat{AR})$이므로

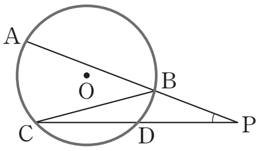
$\widehat{AP}+\widehat{AR}$에 대한 중심각의 크기는

$\frac{1}{2}\times 220^\circ=110^\circ$

따라서 $\angle PQR$는 $\widehat{AP}+\widehat{AR}$에 대한 원주각의 크기이므로

$\angle PQR=\frac{1}{2}\times 110^\circ=55^\circ$ 답 55°

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\widehat{AC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로

$\angle ABC=180^\circ\times\frac{1}{5}=36^\circ$

$\widehat{BD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{12}$이므로

$\angle BCD=180^\circ\times\frac{1}{12}=15^\circ$

$\therefore \angle P=\angle ABC-\angle BCD=36^\circ-15^\circ=21^\circ$ 답 ①

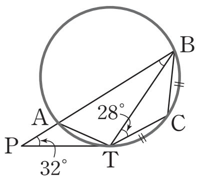
05 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 사각형은 원에 내접하므로 □AFGE, □FBDG, □GDCE는 원에 내접한다.
원주각의 크기가 같으면 네 점이 한 원 위에 있으므로
□FBCE, □EABD, □DCAF는 원에 내접한다.
따라서 원에 내접하는 사각형은 모두 6개이다. 답 ⑤

06 $\widehat{TC}=\widehat{CB}$이므로 $\angle CBT=\angle CTB=28^\circ$

$\triangle TBC$에서

$\angle TCB=180^\circ-(28^\circ+28^\circ)=124^\circ$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 그으면



□ATCB는 원에 내접하므로

$\angle BAT=180^\circ-\angle TCB$

$=180^\circ-124^\circ=56^\circ$

$\triangle APT$에서

$\angle ATP=\angle BAT-\angle APT$

$=56^\circ-32^\circ=24^\circ$

$\overline{PT}$가 원의 접선이므로

$\angle ABT=\angle ATP=24^\circ$ 답 ②

07 작은 원에서 $\overline{PA}\times\overline{PE}=\overline{PC}\times\overline{PF}$이므로

$3\overline{PE}=2\overline{PF}$ $\quad\therefore \overline{PE}=\frac{2}{3}\overline{PF}$

큰 원에서 $\overline{PE}\times\overline{PB}=\overline{PF}\times\overline{PD}$이므로

$\frac{2}{3}\overline{PF}\times\overline{PB}=\overline{PF}\times 15$

$\therefore \overline{PB}=15\times\frac{3}{2}=\frac{45}{2}$(cm) 답 $\frac{45}{2}$ cm

08 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OB}=r$ cm, $\overline{OP}=(r-9)$ cm, $\overline{OE}=\overline{OF}=(r-6)$ cm

원 O′에서 $\overline{OE}^2=\overline{OP}\times\overline{OB}$이므로

$(r-6)^2=r\times(r-9)$, $r^2-12r+36=r^2-9r$

$3r=36$ $\quad\therefore r=12$

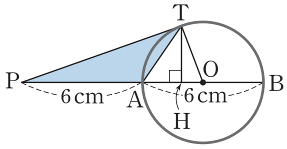
따라서 원 O의 반지름의 길이는 12 cm이다. 답 ③

09 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=6\times(6+6)=72$

이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=6\sqrt{2}$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{TO}$를 그으면



$\overline{OT}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6$

$=3$(cm)

$\overline{PO}=6+3=9$(cm)

$\angle OTP=90^\circ$

점 T에서 $\overline{PB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

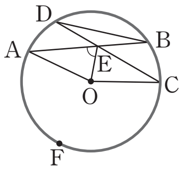
$\triangle PTO=\frac{1}{2}\times\overline{PT}\times\overline{OT}=\frac{1}{2}\times\overline{PO}\times\overline{TH}$

$\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times 3=\frac{1}{2}\times 9\times\overline{TH}$ $\quad\therefore \overline{TH}=2\sqrt{2}$ cm

$\therefore \triangle PAT=\frac{1}{2}\times\overline{PA}\times\overline{TH}$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 2\sqrt{2}=6\sqrt{2}$ (cm^2) 답 $6\sqrt{2}$ cm^2

10 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로



$\widehat{DBC}=\widehat{ADB}=4$ cm

$\widehat{DB}=\widehat{DBC}-\widehat{BC}=4-1=3$(cm)

$\therefore \widehat{AD}=\widehat{BC}=1$ cm

$\widehat{AD}$와 $\widehat{BC}$가 각각 원주의 $\frac{1}{12}$이므로

$\overline{DB}$를 그으면 $\angle DBA=\angle CDB=180^\circ\times\frac{1}{12}=15^\circ$

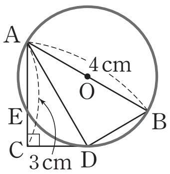
즉, $\triangle EBD$에서 $\angle DEB=180^\circ-15^\circ\times 2=150^\circ$

$\angle DEB=\angle AEC$ (맞꼭지각)이고 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면

$\triangle AEO\equiv\triangle CEO$ (SSS 합동)이므로

$\angle AEO=\frac{1}{2}\angle AEC=\frac{1}{2}\times 150^\circ=75^\circ$ 답 75°

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$, $\overline{DB}$를 그으면



$\triangle ACD$와 $\triangle ADB$에서

$\angle ACD=\angle ADB=90^\circ$

$\overline{CD}$는 원 O의 접선이므로

$\angle ADC=\angle ABD$

$\therefore \triangle ACD\backsim\triangle ADB$ (AA 닮음)

$\overline{AC}:\overline{AD}=\overline{AD}:\overline{AB}$이므로

$3:\overline{AD}=\overline{AD}:4$, $\overline{AD}^2=12$

이때 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=2\sqrt{3}$ cm

$\triangle ACD$에서

$\overline{CD}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{3}$(cm)

$\overline{CD}^2=\overline{CE}\times\overline{CA}$이므로 $(\sqrt{3})^2=\overline{CE}\times 3$

$\therefore \overline{CE}=1$ cm 답 1 cm

12 $\triangle ABC$가 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAC=\angle CBD$

$\overline{BC}$가 원 O의 접선이므로 $\angle DCB=\angle DAC$

$\therefore \angle DAC=\angle CBD=\angle DCB$

따라서 $\triangle DBC$는 $\overline{BD}=\overline{CD}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}=x$ cm라 하면

$\overline{BC}^2=\overline{BD}\times\overline{BA}$에서 $10^2=x\times(x+10)$

$x^2+10x-100=0$ $\quad\therefore x=-5+5\sqrt{5}$ ($\because x>0$)

$\therefore \overline{CD}=(-5+5\sqrt{5})$ cm 답 $(-5+5\sqrt{5})$ cm

01. 대푯값과 산포도

THEME 01 대푯값 　 1회 실전 연습 문제 　 4쪽

01 평균이 9이므로

$\dfrac{x+9+10+11}{4}=9$, $x+30=36$

$\therefore x=6$ 　 답 6

02 $3, 8, a$의 중앙값이 8이 되기 위해서는 $a \geq 8$

$11, 17, a$의 중앙값이 11이 되기 위해서는 $a \leq 11$

$\therefore 8 \leq a \leq 11$

따라서 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤이다. 　 답 ⑤

03 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

4, 5, 7, 8, 9, 10, 10, 13이므로

(중앙값)$=\dfrac{8+9}{2}=8.5$(개)

(최빈값)$=10$개

$\therefore a=8.5,\ b=10$

$\therefore a+b=8.5+10=18.5$ 　 답 ④

04 ⑤ 평균은 전체 변량의 총합을 변량의 개수로 나눈 값이다.

답 ⑤

05 ① 200이라는 극단적으로 큰 값이 있으므로 평균은 대푯값으로 적절하지 않다.

③ 자료 B의 중앙값은 6, 최빈값은 7이므로 중앙값이 최빈값보다 작다.

④ 자료 C의 중앙값은 2.5, 최빈값은 3이므로 서로 같지 않다.

⑤ 자료 C의 평균은 $\dfrac{1+1+2+2+3+3+3+4}{8}=\dfrac{19}{8}$,

중앙값은 2.5이므로 중앙값이 더 크다.

따라서 옳은 것은 ②이다. 　 답 ②

06 ㄱ, ㄷ. 1반 학생의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5이므로

(1반 학생의 중앙값)$=\dfrac{3+3}{2}=3$(회)

2반 학생의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5이므로

(2반 학생의 중앙값)$=\dfrac{3+4}{2}=3.5$(회)

3반 학생의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

1, 1, 2, 3, 3, 4, 4, 4, 5, 5이므로

(3반 학생의 중앙값)$=\dfrac{3+4}{2}=3.5$(회)

따라서 1반 학생의 중앙값이 가장 작다.

ㄴ. 2반 학생의 최빈값은 4회이다.

따라서 옳은 것은 ㄴ이다. 　 답 ②

07 자료 A의 중앙값이 17이고, $a>b$이므로

$b=17$

a가 17과 22 사이에 있을 때 전체 자료의 중앙값이 19가 될 수 있으므로 전체 자료를 작은 값부터 크기순으로 나열하면

$11, 13, 16, 16, 17, a, a, 22, 22, 23$

즉, $\dfrac{17+a}{2}=19$, $17+a=38$ 　 $\therefore a=21$

$\therefore a+b=21+17=38$ 　 답 38

THEME 01 대푯값 　 2회 실전 연습 문제 　 5쪽

01 평균이 22이므로

$\dfrac{(a-4)+(a+5)+(a+7)+2a}{4}=22$

$5a+8=88$, $5a=80$ 　 $\therefore a=16$ 　 답 ④

02 (평균)$=\dfrac{7+8+3+6+8+4}{6}=\dfrac{36}{6}=6$

$\therefore a=6$

변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

3, 4, 6, 7, 8, 8이므로

(중앙값)$=\dfrac{6+7}{2}=6.5$

(최빈값)$=8$

$\therefore b=6.5,\ c=8$

$\therefore a+b+c=6+6.5+8=20.5$ 　 답 ⑤

03 ① (학생 A의 평균)$=\dfrac{25+30+40+40+50+65+70+80}{8}$

$=\dfrac{400}{8}=50$(점)

(학생 B의 평균)$=\dfrac{15+23+35+40+45+60+90}{7}$

$=\dfrac{308}{7}=44$(점)

② (학생 A의 최빈값)$=40$점

③ (학생 A의 중앙값)$=\dfrac{40+50}{2}=45$(점)

④, ⑤ (학생 B의 중앙값)$=40$점

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 　 답 ③

04 답 ⑤

05 학생 10명의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열할 때 6번째 자료의 값을 x cm라 하면

(중앙값)$=\dfrac{160+x}{2}=162$ 　 $\therefore x=164$

이 모둠에 키가 164 cm인 학생이 들어올 때, 11명의 학생의 키를 작은 값부터 크기순으로 나열하면 6번째 자료의 값은 그대로 164 cm이므로 학생 11명의 키의 중앙값은 164 cm이다.

답 164 cm

06 최빈값이 10이 되기 위해서는 변량 a, b, c 중 두 변량이 10이 되어야 하므로 $b=10$, $c=10$이라 하자. 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

6, 6, 7, a, 10, 10, 10, 11이므로

(중앙값)$=\dfrac{a+10}{2}=9$ $\therefore a=8$

$\therefore a+b+c=8+10+10=28$ 답 28

07 평균이 0이므로

$\dfrac{-2+(-3)+a+b+5+3+2}{7}=0$

$\dfrac{a+b+5}{7}=0$ $\therefore a+b=-5$ ...... ㉠

주어진 조건에서 $a-b=-7$ ...... ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-6$, $b=1$

7개의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면

-6, -3, -2, 1, 2, 3, 5이므로 중앙값은 1이다. 답 1

THEME 02 분산과 표준편차

6~7쪽

1회 실전 연습 문제

01 ④ 자료의 개수에 관계없이 변량들이 평균으로부터 멀리 떨어져 있을수록 표준편차가 커진다. 답 ④

02 편차의 총합은 0이므로

$-2+0.3+x+0.7+y+4+(-6)=0$

$\therefore x+y=3$ 답 ⑤

03 편차의 총합은 0이므로

$-3+(-1)+3+x=0$ $\therefore x=1$

따라서 학생 4명의 키의 분산은

$\dfrac{(-3)^2+(-1)^2+3^2+1^2}{4}=\dfrac{20}{4}=5$ 답 5

04 (평균)$=\dfrac{4\times3+5\times6+6\times3+7\times4+8\times4}{20}$

$=\dfrac{12+30+18+28+32}{20}=\dfrac{120}{20}=6$(개)

(분산)$=\dfrac{(4-6)^2\times3+(5-6)^2\times6+(6-6)^2\times3+(7-6)^2\times4+(8-6)^2\times4}{20}$

$=\dfrac{12+6+0+4+16}{20}=\dfrac{38}{20}$

$=1.9$ 답 ②

05

계급값(시간)	도수(명)	(계급값)×(도수)	편차(시간)	(편차)^2×(도수)
6	3	$6\times3=18$	-8	$(-8)^2\times3=192$
10	5	$10\times5=50$	-4	$(-4)^2\times5=80$
14	12	$14\times12=168$	0	$0^2\times12=0$
18	9	$18\times9=162$	4	$4^2\times9=144$
22	1	$22\times1=22$	8	$8^2\times1=64$
합계	30	420		480

(평균)$=\dfrac{420}{30}=14$(시간)

(분산)$=\dfrac{480}{30}=16$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{16}=4$(시간)

답 평균 : 14시간, 표준편차 : 4시간

06 평균이 6이므로

$\dfrac{x+5+y+9+10}{5}=6$, $x+y+24=30$

$\therefore x+y=6$ ...... ㉠

분산이 5.4이므로

$\dfrac{(x-6)^2+(5-6)^2+(y-6)^2+(9-6)^2+(10-6)^2}{5}=5.4$

$(x-6)^2+(y-6)^2=1$

$x^2+y^2-12(x+y)+71=0$

$x^2+y^2-12\times6+71=0$ ($\because$ ㉠)

$\therefore x^2+y^2=1$ 답 ①

07 a, b, c의 평균과 분산이 각각 1, 2이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=1$

$\dfrac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2}{3}=2$

이때 $3a$, $3b$, $3c$의 평균은

$\dfrac{3a+3b+3c}{3}=\dfrac{3(a+b+c)}{3}=3$

따라서 $3a$, $3b$, $3c$의 분산은

$\dfrac{(3a-3)^2+(3b-3)^2+(3c-3)^2}{3}$

$=\dfrac{9\{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2\}}{3}$

$=9\times\dfrac{(a-1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2}{3}$

$=9\times2=18$ 답 ⑤

08 체육 실기 성적에 대한 분포가 두 번째로 고른 반은 표준편차가 두 번째로 작은 반이다.

A반의 표준편차가 두 번째로 작으므로 A반의 체육 실기 성적의 분포가 두 번째로 고르다. 답 ①

09 연속하는 다섯 개의 자연수를

$x-2$, $x-1$, x, $x+1$, $x+2$ $(x>2)$라 하면

(평균)$=\dfrac{(x-2)+(x-1)+x+(x+1)+(x+2)}{5}=x$

(분산)$=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{2}$

10 평균이 7이므로

$\dfrac{a+b+c+d+e}{5}=7$

$\therefore a+b+c+d+e=35$ ...... ㉠

표준편차가 3이므로 분산은 9이다. 즉,

$\dfrac{(a-7)^2+(b-7)^2+\cdots+(e-7)^2}{5}=9$

$(a^2-14a+49)+\cdots+(e^2-14e+49)=45$

$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-14(a+b+c+d+e)+200=0$

$a^2+b^2+c^2+d^2+e^2-14\times35+200=0$ ($\because$ ㉠)

$\therefore a^2+b^2+c^2+d^2+e^2=290$

따라서 구하는 평균은

$$\frac{a^2+b^2+c^2+d^2+e^2}{5}=\frac{290}{5}=58$$

답 ④

11 A반의 표준편차가 $\sqrt{3}$점이므로 A반의 (편차)^{2}의 총합은

$20\times(\sqrt{3})^2=60$

B반의 표준편차가 $\sqrt{6}$점이므로 B반의 (편차)^{2}의 총합은

$10\times(\sqrt{6})^2=60$

따라서 전체 학생 30명에 대한 성적의 분산은

$$\frac{60+60}{20+10}=\frac{120}{30}=4$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(점)

답 ②

12 (자료 A의 분산)=(자료 B의 분산)

(자료 C의 분산)=(자료 D의 분산)

자료 A, 자료 B보다 자료 C, 자료 D의 변량이 평균을 중심으로 모여 있으므로 분산이 더 작다.

$\therefore$ (자료 B의 분산)>(자료 C의 분산)

답 ③

THEME 02 분산과 표준편차 8~9쪽 2회 실전 연습 문제

01 편차의 총합은 0이므로

$2+(-4)+x+(-2)+(1-2x)=0$

$-3-x=0$

$\therefore x=-3$

답 ⑤

02 ㄱ. A와 D의 편차의 차이가 6점이므로 점수의 차이도 6점이다.

ㄴ. A의 편차가 가장 크므로 점수도 가장 높다.

ㄷ. C의 편차가 0이므로 점수가 평균과 같다.

ㄹ. (D의 편차)>(B의 편차)이므로 D의 점수가 더 높다.

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

답 ②

03 편차의 총합은 0이므로

$-3+(-2)+x+0+4=0$

$x-1=0 \qquad \therefore x=1$

$$(\text{분산})=\frac{(-3)^2+(-2)^2+1^2+0^2+4^2}{5}=\frac{30}{5}=6$$

$\therefore y=6$

$\therefore x+y=1+6=7$

답 7

04

계급값(시간)	도수(일)	(계급값)×(도수)	편차(시간)	(편차)^2×(도수)
1	2	$1\times2=2$	-4	$(-4)^2\times2=32$
3	3	$3\times3=9$	-2	$(-2)^2\times3=12$
5	9	$5\times9=45$	0	$0^2\times9=0$
7	5	$7\times5=35$	2	$2^2\times5=20$
9	1	$9\times1=9$	4	$4^2\times1=16$
합계	20	100		80

$$(\text{평균})=\frac{100}{20}=5(\text{시간})$$

$$(\text{분산})=\frac{80}{20}=4$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(시간)

답 ①

05 (1) $1+A+7+4+2=20$

$A+14=20 \qquad \therefore A=6$

(2) $$(\text{평균})=\frac{1\times1+3\times6+5\times7+7\times4+9\times2}{20}=\frac{100}{20}=5(\text{점})$$

(3) (분산)

$$=\frac{(-4)^2\times1+(-2)^2\times6+0^2\times7+2^2\times4+4^2\times2}{20}=\frac{88}{20}=4.4$$

답 (1) 6 (2) 5점 (3) 4.4

06 편차의 총합은 0이므로

$(-3)\times2+(-2)\times5+0\times6+a\times3+3\times3+4\times1=0$

$3a-3=0 \qquad \therefore a=1$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{(-3)^2\times2+(-2)^2\times5+0^2\times6+1^2\times3+3^2\times3+4^2\times1}{20}=\frac{84}{20}=4.2$$

답 ③

07 분산이 10이므로

$$\frac{x^2+(-4)^2+3^2+y^2+(-1)^2}{5}=10$$

$x^2+y^2+26=50$

$\therefore x^2+y^2=24$

답 24

08 체육 실기 점수를 2점씩 올려 주면 평균은 2점이 올라가고 표준편차는 그대로이므로

$m=65+2=67$(점), $s=6$점

답 ③

09 이차방정식의 근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha+\beta=4a,\ \alpha\beta=2b \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$$(\text{평균})=\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{4a}{2}=2a$$

$$\therefore (\text{분산})=\frac{(\alpha-2a)^2+(\beta-2a)^2}{2}$$

$$=\frac{\alpha^2+\beta^2-4(\alpha+\beta)a+8a^2}{2}$$

$$=\frac{(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta-4(\alpha+\beta)a+8a^2}{2}$$

$$=\frac{(4a)^2-2\times2b-4\times4a\times a+8a^2}{2}\quad(\because ㉠)$$

$$=\frac{8a^2-4b}{2}$$

$$=4a^2-2b$$

답 ②

10 9명 중 65점인 학생 한 명을 뺀 8명의 총합을 a점이라 하면

$$\frac{a+65}{9}=65,\ a+65=585$$

$\therefore a=520$

따라서 학생 8명의 수학 점수의 평균은

$\frac{520}{8}=65$(점)

즉, 학생 9명의 평균과 65점인 학생 한 명을 뺀 8명의 평균이 같으므로 편차도 같다.

학생 9명 중 65점인 학생 한 명을 뺀 8명의 편차의 제곱의 총합을 b라 하면

$\frac{b+(65-65)^2}{9}=20$

$\therefore b=180$

따라서 학생 8명의 수학 점수의 분산은

$\frac{180}{8}=22.5$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{22.5}$점 답 ②

11 ① 편차의 총합은 0으로 서로 같다.
②, ③ 알 수 없다.
④ A 편의점의 분산이 더 크다.
⑤ A 편의점의 표준편차가 더 크므로 A 편의점의 판매량이 B 편의점의 판매량보다 평균을 중심으로 더 많이 흩어져 있다.
따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

12 ㄱ. (A 모둠의 평균)$=\frac{1\times2+2\times2+3\times2+4\times2+5\times2}{10}$
$=\frac{30}{10}=3$(회)
(B 모둠의 평균)$=\frac{1\times3+2\times1+3\times2+4\times1+5\times3}{10}$
$=\frac{30}{10}=3$(회)
(C 모둠의 평균)$=\frac{1\times1+2\times2+3\times4+4\times2+5\times1}{10}$
$=\frac{30}{10}=3$(회)
ㄴ. A 모둠의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 1, 2, 2, 3, 3, 4, 4, 5, 5이므로
(A 모둠의 중앙값)$=\frac{3+3}{2}=3$(회)
B 모둠의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5이므로
(B 모둠의 중앙값)$=\frac{3+3}{2}=3$(회)
C 모둠의 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 5이므로
(C 모둠의 중앙값)$=\frac{3+3}{2}=3$(회)
ㄷ. A 모둠의 최빈값은 없다.
B 모둠의 최빈값은 1회, 5회이다.
C 모둠의 최빈값은 3회이다.
ㄹ. B 모둠의 변량이 평균으로부터 가장 멀리 흩어져 있으므로 표준편차가 가장 크다.
ㅁ. C 모둠의 변량이 평균을 중심으로 가장 모여 있으므로 C 모둠의 분산이 가장 작다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ①

THEME 모아 중단원 실전 평가 10~13쪽

01 학생 B의 몸무게를 x kg이라 하면 평균이 40 kg이므로
$\frac{48+x+35+40+45}{5}=40$
$x+168=200$
$\therefore x=32$ 답 ①

02 변량을 작은 값부터 크기순으로 나열하면
4, 5, 6, 7, 8, 9, 9
중앙값은 4번째 자료의 값인 7이므로 $a=7$
최빈값은 9이므로 $b=9$
$\therefore a+b=7+9=16$ 답 ③

03 $x=-1$일 때, $f(-1)=(-1)^2-1=0$
$x=0$일 때, $f(0)=0^2-1=-1$
$x=1$일 때, $f(1)=1^2-1=0$
$x=2$일 때, $f(2)=2^2-1=3$
따라서 구하는 함숫값의 최빈값은 0이다. 답 0

04 (평균)$=\frac{1\times2+2\times8+3\times6+4\times3+5\times1}{20}$
$=\frac{53}{20}=2.65$(회)
학생이 20명이므로 10번째와 11번째 학생의 방문 횟수의 평균이 중앙값이 된다. 즉,
(중앙값)$=\frac{2+3}{2}=2.5$(회)
가장 많은 학생이 방문한 것은 8명이 방문한 2회이므로
(최빈값)$=2$회
$\therefore$ (최빈값)$<$(중앙값)$<$(평균) 답 ⑤

05 평균이 2이므로
$\frac{a+b+(-4)+6+2+(-3)+1}{7}=2$
$a+b+2=14$
$\therefore a+b=12$
최빈값이 2이므로 a 또는 b가 2가 되어야 한다.
이때 $a>b$이므로 $a=10$, $b=2$
$\therefore a-b=10-2=8$ 답 ③

06 편차의 총합은 0이므로 편차가 1인 계급의 도수를 x라 하면
$(-2)\times5+(-1)\times8+0\times9+1\times x+2\times4+3\times2=0$
$x-4=0$
$\therefore x=4$ 답 ②

07 명수의 5개 과목의 성적은 63점, 71점, 65점, 69점, 72점이다.

$(\text{평균})=\dfrac{63+71+65+69+72}{5}$

$=\dfrac{340}{5}=68(\text{점})$

$\therefore (\text{분산})=\dfrac{(-5)^2+3^2+(-3)^2+1^2+4^2}{5}$

$=\dfrac{60}{5}=12$ 답 ②

08 ㄱ. 학생 C의 편차가 0이므로 학생 C의 점수는 평균과 같다.

ㄴ. 학생 A와 학생 B의 편차의 차이가 1점이므로 점수의 차이도 1점이다.

ㄷ. $(\text{분산})=\dfrac{2^2+1^2+0^2+(-1)^2+(-2)^2}{5}=\dfrac{10}{5}=2$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{2}$점

ㄹ. 편차가 가장 큰 학생 A의 점수가 가장 높다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다. 답 ①

09 도수의 총합이 50명이므로

$5+12+18+A+7=50 \quad \therefore A=8$

$(\text{평균})=\dfrac{5\times5+15\times12+25\times18+35\times8+45\times7}{50}$

$=\dfrac{1250}{50}=25(\text{회})$

$(\text{분산})=\dfrac{(-20)^2\times5+(-10)^2\times12+0^2\times18+10^2\times8+20^2\times7}{50}$

$=\dfrac{6800}{50}=136$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{136}=2\sqrt{34}(\text{회})$

답 $A=8$, 표준편차 : $2\sqrt{34}$회

10 평균이 5이므로

$\dfrac{x+y+1+5+4}{5}=5,\ x+y+10=25$

$\therefore x+y=15 \quad \cdots\cdots$ ㉠

표준편차가 $\sqrt{6}$이므로 분산은 6이다. 즉,

$\dfrac{(x-5)^2+(y-5)^2+(1-5)^2+(5-5)^2+(4-5)^2}{5}=6$

$(x-5)^2+(y-5)^2=13$

$x^2+y^2-10(x+y)+50=13$

$x^2+y^2-10\times15+50=13$ ($\because$ ㉠)

$\therefore x^2+y^2=113 \quad \cdots\cdots$ ㉡

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이므로 ㉠, ㉡에서

$113=15^2-2xy \quad \therefore xy=56$

$\therefore x^2+xy+y^2=113+56=169$ 답 ①

11 a, b, c의 평균이 4, 분산이 9이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=4 \quad \therefore a+b+c=12 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\dfrac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}=9$

$a^2+b^2+c^2-8(a+b+c)+48=27$

$a^2+b^2+c^2-8\times12+48=27$ ($\because$ ㉠)

$\therefore a^2+b^2+c^2=75$

따라서 구하는 큰 정사각형의 넓이는 75이다. 답 75

12 세 주사위의 겉넓이의 합이 126이므로

$6{x_1}^2+6{x_2}^2+6{x_3}^2=126$

$\therefore {x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2=21$

세 주사위의 모든 모서리의 길이의 합이 72이므로

$12x_1+12x_2+12x_3=72$

$\therefore x_1+x_2+x_3=6$

따라서 x_1, x_2, x_3의 평균은

$\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}=\dfrac{6}{3}=2$

분산은

$\dfrac{(x_1-2)^2+(x_2-2)^2+(x_3-2)^2}{3}$

$=\dfrac{{x_1}^2+{x_2}^2+{x_3}^2-4(x_1+x_2+x_3)+12}{3}$

$=\dfrac{21-24+12}{3}=\dfrac{9}{3}=3$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{3}$ 답 ③

13 남학생의 분산이 4이므로 $(\text{편차})^2$의 총합은 $4\times6=24$

여학생의 분산이 8이므로 $(\text{편차})^2$의 총합은 $8\times4=32$

따라서 전체 남녀 학생 10명의 분산은

$\dfrac{24+32}{10}=\dfrac{56}{10}=5.6$ 답 ②

14 $60+58=56+62$로 몸무게의 총합이 변하지 않으므로 잘못 구한 몸무게의 평균과 실제 몸무게의 평균은 같다.

즉, 실제 몸무게의 평균은 60 kg이다.

나머지 6명의 몸무게를 $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$이라 하면

잘못 구한 몸무게의 분산이 10이므로

$\dfrac{(a_1-60)^2+\cdots+(a_6-60)^2+(56-60)^2+(62-60)^2}{8}=10$

$\therefore (a_1-60)^2+\cdots+(a_6-60)^2=60$

따라서 실제 몸무게의 분산은

$\dfrac{(a_1-60)^2+\cdots+(a_6-60)^2+(60-60)^2+(58-60)^2}{8}$

$=\dfrac{60+4}{8}=8$ 답 ③

15 a, b의 평균이 2, 표준편차가 1이므로

$\dfrac{a+b}{2}=2$

$\therefore a+b=4 \quad \cdots\cdots$ ㉠

$\dfrac{(a-2)^2+(b-2)^2}{2}=1$

$a^2+b^2-4(a+b)+8=2$

$a^2+b^2-4\times4+8=2$ ($\because$ ㉠)

$\therefore a^2+b^2=10 \quad \cdots\cdots$ ㉡

c, d의 평균이 4, 표준편차가 $\sqrt{3}$이므로

$\dfrac{c+d}{2}=4$

$\therefore c+d=8 \quad \cdots\cdots$ ㉢

$\dfrac{(c-4)^2+(d-4)^2}{2}=3$

$c^2+d^2-8(c+d)+32=6$

$c^2+d^2-8\times8+32=6$ ($\because$ ㉢)

$\therefore c^2+d^2=38$ ...... ㉣

따라서 a, b, c, d의 평균은

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=\dfrac{4+8}{4}=\dfrac{12}{4}=3$ ($\because$ ㉠, ㉢)

분산은

$\dfrac{(a-3)^2+(b-3)^2+(c-3)^2+(d-3)^2}{4}$

$=\dfrac{a^2+b^2+c^2+d^2-6(a+b+c+d)+36}{4}$

$=\dfrac{10+38-6\times(4+8)+36}{4}$ ($\because$ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣)

$=\dfrac{12}{4}=3$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{3}$ 답 평균 : 3, 표준편차 : $\sqrt{3}$

16 임금 격차가 가장 작다는 말은 분포가 가장 고르다는 말과 같으므로 표준편차가 가장 작은 회사를 고르면 된다.
따라서 D 회사의 직원들 간의 임금 격차가 가장 작다. 답 ④

17 ㄱ. (편차)^{2}의 평균이 분산이다.
ㄴ. (편차)=(변량)−(평균)
ㄷ. 표준편차는 산포도의 한 종류이다.
ㅁ. 편차의 절댓값이 클수록 산포도가 크다.
따라서 옳은 것은 ㄹ, ㅂ이다. 답 ②

18 ② B 학교의 분포가 더 모여 있으므로 B 학교의 분포가 더 고르다.
③, ⑤ A 학교의 평균이 B 학교의 평균보다 높으므로 A 학교 학생들의 성적이 대체로 좋다고 할 수 있다.
④ A 학교의 성적 분포가 더 고르지 않으므로 A 학교의 성적 격차가 더 심하다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다. 답 ②

19 주어진 조건에 의하여 회원 5명 중 4명의 나이는 15세, 9세, 18세, 18세이다. …❶
나머지 한 회원의 나이를 x세라 하면
5명의 나이의 평균이 14세이므로

$\dfrac{15+9+18+18+x}{5}=14$

$\dfrac{60+x}{5}=14$, $60+x=70$

$\therefore x=10$

따라서 나머지 한 회원의 나이는 10세이다. …❷

답 10세

채점 기준	배점
❶ 4명의 나이 구하기	2점
❷ 나머지 한 회원의 나이 구하기	4점

20 (1) (평균)$=\dfrac{(a-6)+(a+2)+a+(a+3)+(a-4)}{5}$

$=\dfrac{5a-5}{5}$

$=a-1$(점) …❶

(2) (분산)$=\dfrac{(-5)^2+3^2+1^2+4^2+(-3)^2}{5}$

$=\dfrac{60}{5}=12$ …❷

답 (1) $(a-1)$점 (2) 12

채점 기준	배점
❶ 5명의 점수의 평균을 a를 이용하여 나타내기	3점
❷ 분산 구하기	3점

21 (1) 6개의 상자에 들어 있는 모래의 양의 합은
$110+130+100+60+30+20=450$ (g)
따라서 5개의 상자에 담을 때 각 상자에 담는 모래의 양의 평균은

$\dfrac{450}{5}=90$ (g) …❶

(2) 각 상자에 들어 있는 모래의 무게가 평균에 가까울수록 표준편차는 작아진다. 즉, 각 상자의 편차를 구해 보면
A : 20 g, B : 40 g, C : 10 g, D : −30 g, E : −60 g, F : −70 g
이므로 표준편차를 가능한 한 작게 하려면 평균과 차가 큰 두 모래의 양을 합쳐 평균과 가깝게 만들어 주어야 한다.
따라서 합쳐야 하는 두 상자는 편차의 절댓값이 큰 E, F 상자이다. …❷

답 (1) 90 g (2) 풀이 참조

채점 기준	배점
❶ 각 상자에 담는 모래의 양의 평균 구하기	2점
❷ 조건을 만족하는 두 상자를 찾고, 그 이유를 설명하기	4점

22 (A의 평균)$=\dfrac{7\times2+8\times5+9\times2}{9}=\dfrac{72}{9}=8$(점)

(A의 분산)$=\dfrac{(7-8)^2\times2+(8-8)^2\times5+(9-8)^2\times2}{9}$

$=\dfrac{4}{9}$ …❶

(B의 평균)$=\dfrac{6\times2+7\times2+8\times1+9\times2+10\times2}{9}$

$=\dfrac{72}{9}=8$(점)

(B의 분산)

$=\dfrac{(6-8)^2\times2+(7-8)^2\times2+(8-8)^2\times1+(9-8)^2\times2+(10-8)^2\times2}{9}$

$=\dfrac{20}{9}$ …❷

따라서 B의 분산이 A의 분산보다 크므로 B의 성적이 더 고르지 못하다. …❸

답 A의 평균 : 8점, A의 분산 : $\dfrac{4}{9}$,
B의 평균 : 8점, B의 분산 : $\dfrac{20}{9}$, 풀이 참조

채점 기준	배점
❶ A의 평균과 분산 구하기	2점
❷ B의 평균과 분산 구하기	2점
❸ 산포도 비교하기	1점

02. 피타고라스 정리

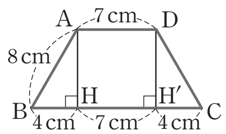
THEME 03 피타고라스 정리 1회 실전 연습 문제 14쪽

01 △ABD에서
$\overline{AD}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$
△ADC에서
$\overline{CD}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$ 답 $2\sqrt{5}$

02 △ACB에서
$\overline{AC}=\sqrt{3^2+3^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$
△ADC에서
$\overline{AD}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$
△AED에서
$\overline{AE}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{36}=6$
△AFE에서
$\overline{AF}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$
따라서 △AGF에서
$\overline{AG}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2+3^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$ 답 $3\sqrt{6}$

03 $\overline{BD}$를 그으면 △ABD에서
$\overline{BD}=\sqrt{6^2+5^2}=\sqrt{61}\,(\text{cm})$
△BCD에서
$\overline{CD}=\sqrt{(\sqrt{61})^2-7^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 ③

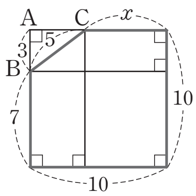
04 오른쪽 그림과 같이 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



△ABH에서
$\overline{AH}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}$
$=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 ④

05 $a+b+17=40$에서 $b=23-a$
즉, $\overline{AC}=a$ cm이므로
$\overline{BC}=(23-a)$ cm
$a^2+(23-a)^2=17^2$, $2a^2-46a+240=0$
$a^2-23a+120=0$, $(a-8)(a-15)=0$
$\therefore a=15,\ b=8\ (\because a>b)$
$\therefore ab=15\times8=120$ 답 120

06 오른쪽 그림에서
$\overline{AB}=10-7=3$이므로
$\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
$\therefore x=10-4=6$ 답 6



THEME 03 피타고라스 정리 2회 실전 연습 문제 15쪽

01 △BCD에서
$x=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$
△ABD에서
$y=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
$\therefore x+y=2+2\sqrt{2}$ 답 ④

02 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$
$\therefore \overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times12=6$
따라서 △AMC에서
$\overline{AM}=\sqrt{6^2+5^2}=\sqrt{61}$ 답 $\sqrt{61}$

03 $\overline{BF}=\overline{BD}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{6}$
$\overline{BH}=\overline{BE}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{9}=3$
$\therefore \overline{BJ}=\overline{BG}=\sqrt{3^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ 답 $2\sqrt{3}$

04 $\overline{AC}$를 그으면 △ABC에서
$\overline{AC}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\,(\text{cm})$
△ACD에서
$\overline{AD}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$
$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$
$=\frac{1}{2}\times5\times5+\frac{1}{2}\times3\sqrt{2}\times4\sqrt{2}$
$=\frac{49}{2}\,(\text{cm}^2)$ 답 $\frac{49}{2}\,\text{cm}^2$

05 점 G가 △ABC의 무게중심이므로
$\overline{AG}:\overline{GD}=2:1$
$\therefore \overline{GD}=2,\ \overline{AD}=6$
점 D는 $\overline{BC}$의 중점이고, △ABC의 외심이므로
$\overline{BD}=\overline{AD}=\overline{CD}=6$
따라서 △ABC에서
$\overline{AC}=\sqrt{12^2-8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ 답 ①

06 △OBA에서
$\overline{OB}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
△OCB에서
$\overline{OC}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$
△ODC에서 $\overline{OD}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$
△OED에서 $\overline{OE}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$
⋮
$\overline{ON}=\sqrt{14},\ \overline{OP}=\sqrt{15},\ \overline{OQ}=4$
따라서 15개의 직각삼각형으로 이루어진다. 답 15개

THEME 04 피타고라스 정리의 설명 1회 실전 연습 문제 16쪽

01 △ABC에서
$\overline{AB}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$
$\therefore \square BFKJ=\square DEBA=12^2=144\,(\text{cm}^2)$ 답 $144\,\text{cm}^2$

02 (가) : SAS, (나) : c^2, (다) : $(a+b)^2$ 답 ①

03 $\overline{AC}=\overline{EC}=\sqrt{3^2+4^2}=5$
$\angle ACB+\angle ECD=90^\circ$이므로 $\angle ACE=90^\circ$
$\therefore \overline{AE}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$
$\therefore$ (△ACE의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{CE}+\overline{AE}$
$=5+5+5\sqrt{2}$
$=10+5\sqrt{2}$ 답 ④

04 ㄱ. $2^2+(2\sqrt{5})^2\neq5^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
ㄴ. $2^2+(\sqrt{14})^2=(3\sqrt{2})^2$이므로 직각삼각형이다.
ㄷ. $1^2+3^2=(\sqrt{10})^2$이므로 직각삼각형이다.
ㄹ. $3^2+3^2\neq(2\sqrt{3})^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
따라서 직각삼각형인 것은 ㄴ, ㄷ이다. 답 ③

05 $\triangle$ABC에서
$\overline{BC}=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{225}=15\,(cm)$
$\triangle ABD=\triangle FBD$ ($\because \overline{BD}\,/\!/\,\overline{AG}$)이고,
$\triangle AEC=\triangle FEC$ ($\because \overline{AG}\,/\!/\,\overline{CE}$)이므로
$$\begin{aligned}\triangle ABD+\triangle AEC&=\triangle FBD+\triangle FEC\\&=\frac{1}{2}\square BDGF+\frac{1}{2}\square FGEC\\&=\frac{1}{2}\square BDEC\\&=\frac{1}{2}\times15^2=\frac{225}{2}\,(cm^2)\end{aligned}$$
답 $\frac{225}{2}$ cm^2

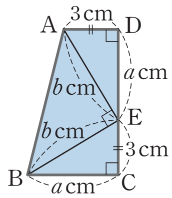
06 $\triangle ABE\equiv\triangle BCF\equiv\triangle CDG\equiv\triangle DAH$이므로
$\overline{EF}=x$라 하면 $\overline{BE}=x+4$
$\triangle$ABE에서
$\overline{AB}=\sqrt{(x+4)^2+4^2}=\sqrt{x^2+8x+32}$
이때 $\square EFGH=\frac{1}{3}\square ABCD$이므로
$x^2=\frac{1}{3}(x^2+8x+32)$, $3x^2=x^2+8x+32$
$2x^2-8x-32=0$, $x^2-4x-16=0$
$\therefore x=2+2\sqrt{5}$ ($\because x>0$)
$\therefore \overline{BE}=x+4=2+2\sqrt{5}+4=6+2\sqrt{5}$ 답 $6+2\sqrt{5}$

17쪽
THEME 04 피타고라스 정리의 설명 2회 실전 연습 문제

01 ① $\triangle ABF=\triangle EBC=\frac{1}{2}\square EBAD$
$=\frac{1}{2}\times8^2=32\,(cm^2)$
② $\square CLMG=\square ACHI=6^2=36\,(cm^2)$
④ $\triangle EBC=\triangle ABF=\triangle LBF=\frac{1}{2}\square BFML$
⑤ $\triangle EBA=\triangle EBC=\triangle ABF=\triangle LBF$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

02 $\square EFGH=73\,cm^2$이므로
$\overline{EH}=\sqrt{73}\,cm$
$\overline{AE}=3\,cm$이므로
$\triangle$AEH에서
$\overline{AH}=\sqrt{(\sqrt{73})^2-3^2}=\sqrt{64}=8\,(cm)$
따라서 $\square$ABCD는 한 변의 길이가 11 cm인 정사각형이므로
$\square ABCD=11^2=121\,(cm^2)$ 답 121 cm^2

03 ③ $(a-b)^2$ 답 ③

04 $\triangle BCE\equiv\triangle EDA$ (ASA 합동)이므로


$\overline{BC}=\overline{ED}=a\,cm$
$\overline{AE}=\overline{EB}=b\,cm$
라 하면 $\triangle$ABE는 $\angle AEB=90°$인 직각이등변삼각형이다.
$\frac{1}{2}b^2=29$, $b^2=58$
$\therefore b=\sqrt{58}$ ($\because b>0$)
$\triangle$EBC에서
$a=\sqrt{b^2-3^2}=\sqrt{58-9}=\sqrt{49}=7$
$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(3+7)\times10=50\,(cm^2)$ 답 50 cm^2

05 $\triangle$ABC에서
$\overline{BC}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}\,(cm)$
$\therefore \triangle FDE=\frac{1}{2}\square BDEC$
$=\frac{1}{2}\times(\sqrt{34})^2=17\,(cm^2)$ 답 17 cm^2

06 (i) a가 가장 긴 변의 길이인 경우
$5^2+7^2=a^2$ $\quad\therefore a=\sqrt{74}$ ($\because 7<a<12$)
(ii) 7이 가장 긴 변의 길이인 경우
$a^2+5^2=7^2$ $\quad\therefore a=\sqrt{24}$ ($\because 2<a<7$)
$\therefore x+y=74+24=98$ 답 ③

18~19쪽
THEME 05 피타고라스 정리와 도형 1회 실전 연습 문제

01 ① $3^2+5^2<7^2$이므로 둔각삼각형이다.
② $3^2+4^2=5^2$이므로 직각삼각형이다.
③ $4^2+7^2>8^2$이므로 예각삼각형이다.
④ $6^2+6^2<10^2$이므로 둔각삼각형이다.
⑤ $(\sqrt{3})^2+2^2<3^2$이므로 둔각삼각형이다. 답 ③

02 가장 긴 변의 길이가 a이므로
$6<a<4+6$ $\quad\therefore 6<a<10$
둔각삼각형이 되려면
$4^2+6^2<a^2$, $a^2>52$
$\therefore a>2\sqrt{13}$ ($\because a>0$)
$\therefore 2\sqrt{13}<a<10$ 답 $2\sqrt{13}<a<10$

03 $\overline{AC}:\overline{AB}=\overline{AD}:\overline{AC}$에서
$b:c=y:b$ $\quad\therefore b^2=cy$
$\overline{BC}:\overline{BA}=\overline{BD}:\overline{BC}$에서
$a:c=x:a$ $\quad\therefore a^2=cx$
$\therefore$ (가) : cy, (나) : cx 답 ②

04 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13\,(cm)$
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times12\times5=\frac{1}{2}\times13\times\overline{AD}$
$\therefore \overline{AD}=\frac{60}{13}$ cm 답 $\frac{60}{13}$ cm

05 $\overline{AE}^2+\overline{BD}^2=\overline{DE}^2+\overline{AB}^2$이므로

$\overline{AE}^2+\overline{BD}^2=3^2+10^2=109$ 답 109

06 △OBC에서

$\overline{BC}^2=2^2+5^2=29$

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{AD}^2$에서

$(\sqrt{5})^2+\overline{CD}^2=29+5^2$, $\overline{CD}^2=49$

$\therefore \overline{CD}=7$ ($\because \overline{CD}>0$) 답 ④

07 $\overline{PA}^2+\overline{PC}^2=\overline{PB}^2+\overline{PD}^2$이므로

$3^2+\overline{PC}^2=6^2+7^2$, $\overline{PC}^2=76$

$\therefore \overline{PC}=2\sqrt{19}$ cm ($\because \overline{PC}>0$) 답 ④

08 $P+Q=R$이므로

$P+Q+R=2R=2\times\left(\frac{1}{2}\times\pi\times6^2\right)=36\pi\ (\text{cm}^2)$

답 $36\pi\ \text{cm}^2$

09 $\overline{AD}=\overline{DB}=a$, $\overline{BE}=\overline{EC}=b$라 하면

△ABC에서

$(2a)^2+(2b)^2=10^2 \quad \therefore a^2+b^2=25$

△DBE에서

$\overline{DE}^2=a^2+b^2=25$

$\therefore \overline{AE}^2+\overline{CD}^2=\overline{AC}^2+\overline{DE}^2=10^2+25=125$ 답 ④

10 $\overline{BE}=x$ cm라 하면 $\overline{ED}=\overline{EA}=(4-x)$ cm

△EBD에서

$x^2+2^2=(4-x)^2$, $x^2+4=16-8x+x^2$

$8x=12 \quad \therefore x=\frac{3}{2}$

$\therefore \overline{BE}=\frac{3}{2}$ cm 답 $\frac{3}{2}$ cm

11 $\overline{AE}=x$ cm라 하면 $\overline{ED}=(8-x)$cm

$\angle EBD=\angle DBC=\angle BDE$이므로

△EBD는 $\overline{EB}=\overline{ED}$인 이등변삼각형이다.

즉, $\overline{EB}=\overline{ED}=(8-x)$cm이므로

△ABE에서

$(8-x)^2=x^2+4^2$, $64-16x+x^2=x^2+16$

$16x=48 \quad \therefore x=3$

$\therefore \overline{BE}=8-x=8-3=5$(cm) 답 ③

12 $\overline{BF}=x$ cm라 하면 $\overline{FA}=\overline{FC}=(32-x)$cm

△ABF에서

$8^2+x^2=(32-x)^2$, $64+x^2=1024-64x+x^2$

$64x=960 \quad \therefore x=15$

$\therefore △ABF=\frac{1}{2}\times15\times8=60\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

THEME 05 피타고라스 정리와 도형 — 2회 실전 연습 문제

20~21쪽

01 ② $c^2>a^2+b^2$이면 ∠C는 둔각 답 ②

02 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서

$4-3<x<4+3 \quad \therefore 1<x<7$

∠A가 예각이므로

$x^2<4^2+3^2 \quad \therefore 0<x<5$

$\therefore 1<x<5$ 답 ⑤

03 ㄱ. $13^2>7^2+7^2$이므로 둔각삼각형이다.

ㄴ. $13^2>7^2+8^2$이므로 둔각삼각형이다.

ㄷ. $13^2>7^2+10^2$이므로 둔각삼각형이다.

ㄹ. $13^2<7^2+12^2$이므로 예각삼각형이다.

ㅁ. $14^2<7^2+13^2$이므로 예각삼각형이다.

ㅂ. $15^2>7^2+13^2$이므로 둔각삼각형이다.

따라서 둔각삼각형이 되도록 하는 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㅂ의 4개이다. 답 ④

| 다른 풀이 |

(i) x cm가 가장 긴 변의 길이인 경우

삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서

$13<x<20$

둔각삼각형이 되려면

$x^2>7^2+13^2$, $x^2>218 \quad \therefore x>\sqrt{218}$

$\therefore \sqrt{218}<x<20$

(ii) 13 cm가 가장 긴 변의 길이인 경우

삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서

$6<x<13$

둔각삼각형이 되려면

$13^2>x^2+7^2$, $x^2<120 \quad \therefore 0<x<2\sqrt{30}$

$\therefore 6<x<2\sqrt{30}$

(i), (ii)에서 $\sqrt{218}<x<20$ 또는 $6<x<2\sqrt{30}$이므로 둔각삼각형이 되도록 하는 x는 7, 8, 10, 15의 4개이다.

04 $x^2=2\times(2+7)=18 \quad \therefore x=3\sqrt{2}$ ($\because x>0$)

$y^2=2\times7=14 \quad \therefore y=\sqrt{14}$ ($\because y>0$)

답 $x=3\sqrt{2}$, $y=\sqrt{14}$

05 △ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+8^2}=\sqrt{128}=8\sqrt{2}$(cm)

$△ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AD}$에서

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로

$8\times8=8\sqrt{2}\times\overline{AD}$

$\therefore \overline{AD}=\frac{8}{\sqrt{2}}=4\sqrt{2}$ (cm) 답 ③

06 $\overline{DE}^2+\overline{BC}^2=\overline{BE}^2+\overline{DC}^2$이므로

$3^2+\overline{BC}^2=6^2+4^2$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{43}$ ($\because \overline{BC}>0$) 답 $\sqrt{43}$

07 □ABCD는 등변사다리꼴이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=x$라 하면

$\overline{AB}^2+\overline{DC}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$에서

$x^2+x^2=(2\sqrt{5})^2+6^2$, $2x^2=56$

$x^2=28 \quad \therefore x=2\sqrt{7}$ ($\because x>0$)

$\therefore \overline{AB}=2\sqrt{7}$ 답 ⑤

08 △BCD에서
$\overline{BD}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$
$\overline{BP}:\overline{PD}=3:2$이므로
$\overline{BP}=\frac{3}{5}\times10=6$, $\overline{PD}=\frac{2}{5}\times10=4$
$\therefore \overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{PD}^2=6^2+4^2=52$ 답 ②

09 $\overline{AC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$\frac{1}{2}\pi\times4^2=8\pi\,(\text{cm}^2)$
따라서 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는
$36\pi-8\pi=28\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $28\pi\,\text{cm}^2$

10 $\overline{AB}=2a\,\text{cm}$, $\overline{AC}=a\,\text{cm}$라 하면
(색칠한 부분의 넓이)=△ABC이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}=\frac{1}{2}\times2a\times a=a^2=20$
$\therefore a=2\sqrt{5}\ (\because a>0)$
즉, $\overline{AB}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$, $\overline{AC}=2\sqrt{5}\,\text{cm}$이므로
$\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$ 답 ⑤

11 $\overline{BF}=\overline{DF}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{AF}=(16-x)\,\text{cm}$
△ABF에서 $x^2=(16-x)^2+12^2$
$x^2=256-32x+x^2+144$
$32x=400 \qquad \therefore x=\frac{25}{2}$
$\therefore \triangle BDF=\frac{1}{2}\times\overline{DF}\times\overline{AB}$
$=\frac{1}{2}\times\frac{25}{2}\times12=75\,(\text{cm}^2)$ 답 $75\,\text{cm}^2$

12 $\overline{BE}=\overline{AE}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{EC}=(8-x)\,\text{cm}$
△AEC에서 $x^2=(8-x)^2+6^2$
$x^2=64-16x+x^2+36$, $16x=100$
$\therefore x=\frac{25}{4} \qquad \therefore \overline{AE}=\frac{25}{4}\,\text{cm}$ 답 ②

THEME 모아 중단원 실전 평가 22~25쪽

01 $(x+2)^2=x^2+8^2$, $x^2+4x+4=x^2+64$
$4x=60 \qquad \therefore x=15$ 답 ②

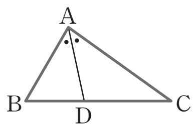
02 반원의 반지름의 길이를 x라 하면
$\overline{CO}=x$, $\overline{DO}=x-2$이므로 피타고라스 정리에 의해
$4^2+(x-2)^2=x^2$, $4x=20$
$\therefore x=5$ 답 ②

03 △ADC에서
$\overline{AC}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$
△ABC에서
$\overline{AB}=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 ④

04 △DCH에서
$\overline{CH}=\sqrt{13^2-12^2}=\sqrt{25}=5\,(\text{cm})$
△DBH에서
$\overline{BD}=\sqrt{16^2+12^2}=\sqrt{400}=20\,(\text{cm})$ 답 20 cm

05 △ABD에서
$\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{5})^2-1}=\sqrt{4}=2$
$\overline{AC}=x$라 하면 $\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선이므로
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$에서
$2:x=1:\overline{CD} \qquad \therefore \overline{CD}=\frac{1}{2}x$
△ABC에서
$2^2+\left(1+\frac{1}{2}x\right)^2=x^2$, $3x^2-4x-20=0$
$(x+2)(3x-10)=0 \qquad \therefore x=\frac{10}{3}\ (\because x>0)$
$\therefore \overline{AC}=\frac{10}{3}$ 답 $\frac{10}{3}$

참고 삼각형의 각의 이등분선
오른쪽 그림의 △ABC에서 ∠A의 이등분선과 $\overline{BC}$의 교점을 D라 할 때,
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$가 성립한다.



06 $\overline{OB}=\overline{OC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$
$\therefore \overline{OF}=\overline{OD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$ 답 $\sqrt{3}$

07 △ACB에서
$\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$
△ADC에서
$\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$
△AED에서
$\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4$
△AFE에서
$\overline{AF}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$
△AGF에서
$\overline{AG}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+2^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}$
△AHG에서
$\overline{AH}=\sqrt{(2\sqrt{6})^2+2^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ 답 ⑤

08 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
□ABHD는 직사각형이므로
$\overline{DH}=\overline{AB}=4$, $\overline{BH}=\overline{AD}=3$
△DHC에서 $\overline{CH}=x$라 하면
$x^2+4^2=5^2 \qquad \therefore x=3\ (\because x>0)$
$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=3+3=6$ 답 6

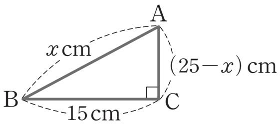
09 ② $\triangle BFL=\frac{1}{2}\overline{AB}^2$ 답 ②

10 □EFGH=□ABCD−4△AEH
$=6^2-4\times\left(\frac{1}{2}\times4\times2\right)=20\,(\text{cm}^2)$ 답 ③

11 △ABQ≡△BCR≡△CDS≡△DAP (RHS 합동)이므로
□PQRS는 정사각형이다.
△ABQ에서 $\overline{BQ}=5\,\text{cm}$이므로
$\overline{AQ}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$
$\overline{PQ}=\overline{AQ}-\overline{AP}=12-5=7\,(\text{cm})$
$\therefore$ □PQRS$=7^2=49\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

12 ㄱ. $1^2+2^2\neq(\sqrt{6})^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
ㄴ. $2^2+(2\sqrt{3})^2=4^2$이므로 직각삼각형이다.
ㄷ. $5^2+(3\sqrt{2})^2\neq6^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
ㄹ. $3^2+5^2\neq7^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
ㅁ. $8^2+15^2=17^2$이므로 직각삼각형이다.
ㅂ. $(\sqrt{3})^2+2^2\neq(\sqrt{5})^2$이므로 직각삼각형이 아니다.
따라서 직각삼각형인 것은 ㄴ, ㅁ의 2개이다. 답 2개

13 $\overline{AB}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{BC}=15\,\text{cm}$,
$\overline{AC}=(25-x)\,\text{cm}$이므로



$x^2=15^2+(25-x)^2$
$x^2=225+625-50x+x^2$
$50x=850$ $\therefore x=17$
따라서 이 직각삼각형의 빗변의 길이는 17 cm이다.
답 17 cm

14 가장 긴 변의 길이가 5이므로
$5<a+4$ $\therefore 1<a<5$ ($\because a<5$)
예각삼각형이 되려면
$5^2<a^2+4^2$, $a^2>9$ $\therefore a>3$ ($\because a>0$)
$\therefore 3<a<5$ 답 ④

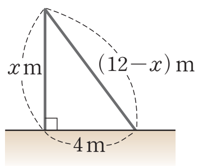
15 $\triangle$ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{3^2-2^2}=\sqrt{5}\,(\text{cm})$
$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로
$(\sqrt{5})^2=2\overline{CD}$ $\therefore \overline{CD}=\frac{5}{2}\,\text{cm}$
$\triangle$ADC에서
$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+\left(\frac{5}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{5}}{2}\,(\text{cm})$ 답 ②

16 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{BC}^2+\overline{DE}^2$
$7^2+6^2=8^2+\overline{DE}^2$, $\overline{DE}^2=21$
$\therefore \overline{DE}=\sqrt{21}\,\text{cm}$ ($\because \overline{DE}>0$) 답 ②

17 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로
$2^2+5^2=\overline{AD}^2+4^2$, $\overline{AD}^2=13$
$\therefore \overline{AD}=\sqrt{13}\,\text{cm}$ ($\because \overline{AD}>0$) 답 ③

18 $\overline{AE}=\overline{AD}=15\,\text{cm}$이므로 $\triangle$ABE에서
$\overline{BE}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9\,(\text{cm})$
$\overline{DF}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{EF}=x\,\text{cm}$, $\overline{CF}=(12-x)\,\text{cm}$, $\overline{EC}=6\,\text{cm}$이므로
$\triangle$ECF에서 $6^2+(12-x)^2=x^2$
$36+144-24x+x^2=x^2$
$24x=180$ $\therefore x=\frac{15}{2}$
$\triangle$ECF에서 $\overline{CF}^2=\overline{FH}\times\overline{FE}$이므로
$\left(\frac{9}{2}\right)^2=\overline{FH}\times\frac{15}{2}$ $\therefore \overline{FH}=\frac{27}{10}\,\text{cm}$ 답 ⑤

19 지면에서부터 부러진 부분까지의 높이를 x m라 하면



$(12-x)^2=x^2+4^2$ …❶
$x^2-24x+144=x^2+16$
$24x=128$ $\therefore x=\frac{16}{3}$
따라서 지면에서 부러진 부분까지의 높이는 $\frac{16}{3}$ m이다. …❷
답 $\frac{16}{3}$ m

채점 기준	배점
❶ 피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	3점
❷ 지면에서부터 부러진 부분까지의 높이 구하기	3점

20 가장 긴 변의 길이가 $2x+1$이므로
$(2x+1)^2=(x-1)^2+(2x)^2$ …❶
$4x^2+4x+1=x^2-2x+1+4x^2$
$x^2-6x=0$, $x(x-6)=0$
$\therefore x=6$ ($\because x>2$) …❷
답 6

채점 기준	배점
❶ 피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	3점
❷ 이차방정식을 풀어 조건에 맞는 x의 값 구하기	2점

21 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 반지름의 길이를 r라 하면
$S_3=\frac{1}{2}\pi r^2=50\pi$, $r^2=100$ $\therefore r=10$ ($\because r>0$)
$\therefore \overline{BC}=20$
$\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 반지름의 길이는 6이므로
$S_1=\frac{1}{2}\pi\times6^2=18\pi$ …❶
$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{\overline{BC}^2-\overline{AB}^2}=\sqrt{20^2-12^2}=16$
$\therefore S_4=\frac{1}{2}\times12\times16=96$ …❷
$\therefore S_1+S_4=18\pi+96$ …❸
답 $18\pi+96$

채점 기준	배점
❶ S_1의 값 구하기	3점
❷ S_4의 값 구하기	2점
❸ S_1+S_4의 값 구하기	1점

22 (1) $\triangle$ABD에서
$\overline{BD}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$ …❶
(2) $\overline{AF}=a\,\text{cm}$라 하면
$\overline{FD}=\overline{BF}=(8-a)\,\text{cm}$
$\triangle$ABF에서
$(8-a)^2=a^2+4^2$
$64-16a+a^2=a^2+16$
$16a=48$ $\therefore a=3$
$\therefore \overline{BF}=8-3=5\,(\text{cm})$ …❷
(3) $\triangle$FBM에서
$\overline{FM}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}\,(\text{cm})$ …❸
답 (1) $4\sqrt{5}$ cm (2) 5 cm (3) $\sqrt{5}$ cm

채점 기준	배점
❶ 피타고라스 정리를 이용하여 $\overline{BD}$의 길이 구하기	2점
❷ $\triangle$ABF에서 $\overline{BF}$의 길이 구하기	2점
❸ $\triangle$FBM에서 $\overline{FM}$의 길이 구하기	2점

03. 피타고라스 정리의 활용

26쪽

THEME 06 피타고라스 정리의 평면도형에의 활용 (1) 1회 실전 연습 문제

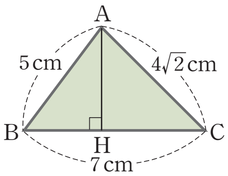
01 $\overline{AB}=2a$ cm, $\overline{BC}=a$ cm라 하면
$\triangle ABC$에서
$10=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5a^2}$
$5a^2=100$에서 $a^2=20$ $\quad\therefore a=2\sqrt{5}$ ($\because a>0$)
$\therefore \overline{AB}=2\times2\sqrt{5}=4\sqrt{5}$ (cm)
답 $4\sqrt{5}$ cm

02 $\overline{OB}=3$ cm이므로 □ABCD의 대각선의 길이는 6 cm이다.
□ABCD의 한 변의 길이를 x cm라 하면
$\sqrt{2}x=6$ $\quad\therefore x=3\sqrt{2}$
답 $3\sqrt{2}$ cm

03 $\triangle ABD$에서
$\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{225}=15$
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로
$9\times12=15\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\frac{36}{5}$
답 ③

04 $\triangle ABC$의 한 변의 길이를 a라 하면
$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$, $\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$
$\overline{AD}$가 $\triangle ADE$의 한 변의 길이이므로
($\triangle ADE$의 높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{3}{4}a$
$\therefore \triangle ADE=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\times\frac{3}{4}a=\frac{3\sqrt{3}}{16}a^2$
$\therefore \triangle ABC : \triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2 : \frac{3\sqrt{3}}{16}a^2=4:3$
답 4 : 3

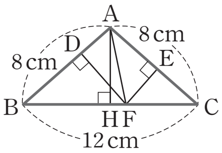
05 오른쪽 그림과 같이
$\overline{AB}=5$ cm, $\overline{BC}=7$ cm,
$\overline{AC}=4\sqrt{2}$ cm인 $\triangle ABC$의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BH}=x$ cm라 하면
$\overline{CH}=(7-x)$ cm
$\overline{AH}^2=5^2-x^2=(4\sqrt{2})^2-(7-x)^2$이므로
$14x=42$ $\quad\therefore x=3$
$\triangle ABH$에서
$\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=\sqrt{16}=4$ (cm)
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times7\times4=14$ (cm^2)
답 14 cm^2

06 $\triangle ABD$에서
$\overline{BD}=\sqrt{30^2+40^2}=\sqrt{2500}=50$ (cm)
$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AE}$에서
$30\times40=50\times\overline{AE}$ $\quad\therefore \overline{AE}=24$ cm
$\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$에서
$30^2=\overline{BE}\times50$
$\therefore \overline{BE}=18$ cm
$\triangle ABE\equiv\triangle CDF$(RHA 합동)이므로
$\overline{CF}=\overline{AE}=24$ cm, $\overline{DF}=\overline{BE}=18$ cm
$\overline{EF}=\overline{BD}-\overline{BE}-\overline{FD}=50-18-18=14$ (cm)
$\therefore$ □AECF$=\triangle AEF+\triangle CFE$
$=\frac{1}{2}\times14\times24+\frac{1}{2}\times14\times24$
$=336$ (cm^2)
답 336 cm^2

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AF}$를 그으면



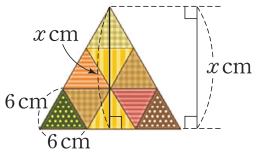
$\triangle ABC=\triangle ABF+\triangle ACF$
$=\frac{1}{2}\times8\times\overline{DF}$
$+\frac{1}{2}\times8\times\overline{EF}$
$=4(\overline{DF}+\overline{EF})$ (cm^2) ...... ㉠
꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times12=6$ (cm)
$\triangle ABH$에서
$\overline{AH}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}$ (cm)
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$
$=\frac{1}{2}\times12\times2\sqrt{7}=12\sqrt{7}$ (cm^2) ...... ㉡
㉠, ㉡에서 $4(\overline{DF}+\overline{EF})=12\sqrt{7}$
$\therefore \overline{DF}+\overline{EF}=3\sqrt{7}$ cm
답 $3\sqrt{7}$ cm

27쪽

THEME 06 피타고라스 정리의 평면도형에의 활용 (1) 2회 실전 연습 문제

01 넓이가 24 cm^{2}인 정사각형의 한 변의 길이는
$\sqrt{24}=2\sqrt{6}$ (cm)
$\therefore$ (대각선의 길이)$=\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=4\sqrt{3}$ (cm)
답 ②

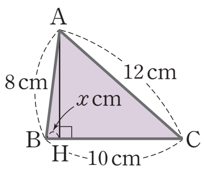
02 오른쪽 그림에서 퀼트 작품은 한 변의 길이가 18 cm인 정삼각형이다.



정삼각형의 높이가 x cm이므로
$x=\frac{\sqrt{3}}{2}\times18=9\sqrt{3}$
답 ③

03 정육각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면 색칠한 부분의 넓이는 한 변의 길이가 x cm인 정삼각형 3개의 넓이와 같으므로
$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2\times3=9\sqrt{3}$, $x^2=12$
$\therefore x=2\sqrt{3}$ ($\because x>0$)
답 ④

04 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고
$\overline{BH}=x$ cm라 하면
$\overline{HC}=(10-x)$ cm



$\overline{AH}^2=8^2-x^2=12^2-(10-x)^2$
$64-x^2=144-100+20x-x^2$, $20x=20$ $\quad\therefore x=1$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{8^2-1^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 10\times 3\sqrt{7}$

$=15\sqrt{7}\,(\text{cm}^2)$ 답 $15\sqrt{7}\,\text{cm}^2$

05 $\triangle ADC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{12^2+9^2}=\sqrt{225}=15\,(\text{cm})$

$\triangle ACD$와 $\triangle DPC$에서

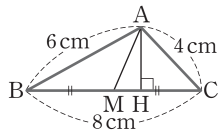
$\angle ADC=\angle DCP=90^\circ$, $\angle CAD=\angle PDC$이므로

$\triangle ACD \backsim \triangle DPC$ (AA 닮음)

$\overline{AC}:\overline{DP}=\overline{AD}:\overline{DC}$이므로 $15:\overline{DP}=12:9$

$12\overline{DP}=135 \quad \therefore \overline{DP}=\dfrac{45}{4}\,\text{cm}$ 답 ③

06 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\overline{MH}=x\,\text{cm}$라 하면



$\overline{BH}=(4+x)\,\text{cm}$,

$\overline{HC}=(4-x)\,\text{cm}$

$\overline{AH}^2=6^2-(4+x)^2=4^2-(4-x)^2$

$16x=20 \quad \therefore x=\dfrac{5}{4}$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{6^2-\left(\dfrac{21}{4}\right)^2}=\dfrac{3\sqrt{15}}{4}\,(\text{cm})$

$\triangle AMH$에서

$\overline{AM}=\sqrt{\left(\dfrac{3\sqrt{15}}{4}\right)^2+\left(\dfrac{5}{4}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{160}{16}}=\sqrt{10}\,(\text{cm})$ 답 ③

THEME 07 피타고라스 정리의 평면도형에의 활용 (2) 1회 실전 연습 문제

28쪽

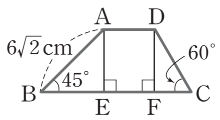
01 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{AC}=1:\sqrt{3}:2$이므로

$3\sqrt{3}:\overline{AC}=\sqrt{3}:2 \quad \therefore \overline{AC}=6$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$이므로

$x:6=1:\sqrt{2} \quad \therefore x=3\sqrt{2}$ 답 ④

02 오른쪽 그림과 같이 두 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\triangle ABE$에서 $\overline{AB}:\overline{AE}=\sqrt{2}:1$이므로

$6\sqrt{2}:\overline{AE}=\sqrt{2}:1 \quad \therefore \overline{AE}=6\,\text{cm}$

$\triangle DFC$에서 $\overline{DF}:\overline{CD}=\sqrt{3}:2$이므로

$6:\overline{CD}=\sqrt{3}:2 \quad \therefore \overline{CD}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$ 답 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$

03 $\overline{AB}=\sqrt{\{2-(-1)\}^2+(-3-2)^2}=\sqrt{34}$ 답 ⑤

04 $\overline{AB}=\sqrt{(5-1)^2+(-3-2)^2}=\sqrt{41}$

$\overline{BC}=\sqrt{(3-5)^2+\{x-(-3)\}^2}=\sqrt{x^2+6x+13}$

$\overline{CA}=\sqrt{(3-1)^2+(x-2)^2}=\sqrt{x^2-4x+8}$

$\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이 되려면 $\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$이므로

$x^2+6x+13=41+x^2-4x+8$

$10x=36 \quad \therefore x=\dfrac{18}{5}$ 답 ⑤

05 $y=x^2-4x+1=(x-2)^2-3$

이므로 $P(2, -3)$

따라서 꼭짓점 P와 원점 O 사이의 거리는

$\overline{PO}=\sqrt{(2-0)^2+(-3-0)^2}=\sqrt{13}$ 답 $\sqrt{13}$

06 $\angle B=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$이므로

$\triangle CBH$에서 $\overline{HC}:\overline{BH}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}:2$

$4\sqrt{3}:\overline{CH}=\sqrt{3}:1 \quad \therefore \overline{CH}=4$

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}:\overline{CH}=1:\sqrt{3}$이므로

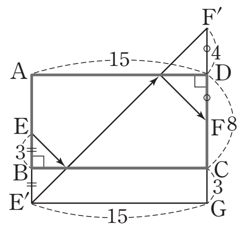
$\overline{AH}:4=1:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AH}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{BH}+\overline{AH}=4\sqrt{3}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$ 답 $\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$

07 공이 움직인 최단 거리는 오른쪽 그림에서 $\overline{E'F'}$의 길이와 같으므로

$\overline{E'F'}=\sqrt{15^2+(4+8+3)^2}$

$=15\sqrt{2}$



답 ⑤

THEME 07 피타고라스 정리의 평면도형에의 활용 (2) 2회 실전 연습 문제

29쪽

01 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}:\overline{AB}=2:1$이므로 $6:\overline{AB}=2:1 \quad \therefore \overline{AB}=3$

$\overline{BC}:\overline{AC}=2:\sqrt{3}$이므로

$6:\overline{AC}=2:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$

$\triangle ACD$에서 $\overline{AD}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$이므로

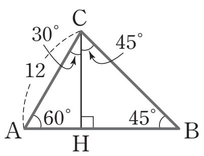
$\overline{AD}:3\sqrt{3}=1:\sqrt{2} \quad \therefore \overline{AD}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

$\therefore \overline{AD}=\overline{DC}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+2\overline{AD}+\overline{BC}=3+3\sqrt{6}+6=9+3\sqrt{6}$ 답 $9+3\sqrt{6}$

02 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle CAH$에서

$\overline{AC}:\overline{CH}=2:\sqrt{3}$이므로

$12:\overline{CH}=2:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{CH}=6\sqrt{3}$

$\triangle CHB$에서 $\overline{CH}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$이므로

$6\sqrt{3}:\overline{BC}=1:\sqrt{2} \quad \therefore \overline{BC}=6\sqrt{6}$ 답 ③

03 점 P가 y축 위의 점이므로 $P(0, a)$라 하면

$\overline{PA}=\sqrt{(-2-0)^2+(6-a)^2}=\sqrt{a^2-12a+40}$

$\overline{PB}=\sqrt{(5-0)^2+(-3-a)^2}=\sqrt{a^2+6a+34}$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\overline{PA}^2=\overline{PB}^2$

$a^2-12a+40=a^2+6a+34$

$18a=6 \qquad \therefore a=\dfrac{1}{3}$

$\therefore P\left(0, \dfrac{1}{3}\right)$ 답 ④

04 $\overline{AB}=\sqrt{(4-2)^2+(-4-4)^2}=2\sqrt{17}$

$\overline{BC}=\sqrt{(-1-4)^2+\{-1-(-4)\}^2}=\sqrt{34}$

$\overline{CA}=\sqrt{(-1-2)^2+(-1-4)^2}=\sqrt{34}$

$\overline{BC}=\overline{CA}$이고 $\overline{AB}^2=\overline{BC}^2+\overline{CA}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}$가 빗변인, 즉 $\angle C=90^\circ$인 직각이등변삼각형이다. 답 ⑤

05 두 그래프의 교점의 x좌표는

$x^2=x+6$에서 $x^2-x-6=0$

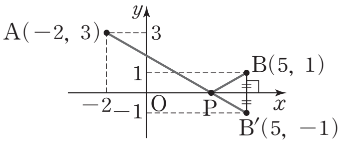
$(x+2)(x-3)=0 \qquad \therefore x=-2$ 또는 $x=3$

$x=-2$이면 $y=4$, $x=3$이면 $y=9$이므로 두 그래프의 교점은 $(-2, 4)$, $(3, 9)$이다.

$\therefore A(-2, 4), B(3, 9)$ 또는 $A(3, 9), B(-2, 4)$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{\{3-(-2)\}^2+(9-4)^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ 답 $5\sqrt{2}$

06 오른쪽 그림과 같이 점 B(5, 1)을 x축에 대하여 대칭이동하면 B′(5, −1)



$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}$

$\geq \overline{AB'}$

$=\sqrt{\{5-(-2)\}^2+(-1-3)^2}$

$=\sqrt{65}$ 답 ③

THEME **08** 피타고라스 정리의 입체도형에의 활용 (1) 1회 실전 연습 문제 30쪽

01 (대각선의 길이)$=\sqrt{4^2+3^2+2^2}=\sqrt{29}$ 답 ③

02 (1) 정사면체의 겉넓이가 $18\sqrt{3}\,\text{cm}^2$이므로 $\triangle ABC$의 넓이는

$\dfrac{18\sqrt{3}}{4}=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\,(\text{cm}^2)$

한 변의 길이가 a cm인 정삼각형의 넓이가 $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$이므로

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$, $a^2=18 \qquad \therefore a=3\sqrt{2}\ (\because a>0)$

(2) $\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 3\sqrt{2}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}\,(\text{cm})$

(3) 점 H는 $\triangle DBC$의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3\sqrt{6}}{2}=\sqrt{6}\,(\text{cm})$

(4) 직각삼각형 AHD에서

$\overline{AH}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2-(\sqrt{6})^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

(5) (정사면체의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\times 2\sqrt{3}=9\,(\text{cm}^3)$

답 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ cm (3) $\sqrt{6}$ cm (4) $2\sqrt{3}$ cm (5) $9\,\text{cm}^3$

03 $\overline{OM}=\overline{CM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$이므로

$\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{CM}=\dfrac{1}{3}\times 3\sqrt{3}=\sqrt{3}\,(\text{cm})$

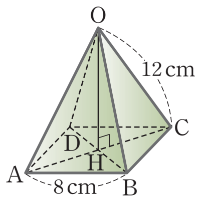
$\triangle OMH$에서

$\overline{OH}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle OMH=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}=3\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ 답 $3\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

04 $\overline{AC}=\sqrt{2}\times 8=8\sqrt{2}\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 O에서 밑면에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times 8\sqrt{2}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\triangle OAH$에서

$\overline{OH}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{112}=4\sqrt{7}\,(\text{cm})$ 답 $4\sqrt{7}$ cm

05 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$

입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 6 cm, 높이가 8 cm인 원뿔이므로 구하는 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 8=96\pi\,(\text{cm}^3)$ 답 $96\pi\,\text{cm}^3$

06 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면

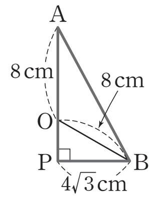
$4\pi r^2=108\pi$, $r^2=27 \qquad \therefore r=3\sqrt{3}\ (\because r>0)$

정육면체의 한 모서리의 길이는 구의 반지름의 길이의 2배이므로 $6\sqrt{3}$ cm이다.

따라서 정육면체의 대각선의 길이는

$\sqrt{3}\times 6\sqrt{3}=18\,(\text{cm})$ 답 18 cm

07 $\triangle OPB$에서



$\overline{OP}=\sqrt{8^2-(4\sqrt{3})^2}=\sqrt{16}=4\,(\text{cm})$

$\triangle APB$에서

$\overline{AB}=\sqrt{(8+4)^2+(4\sqrt{3})^2}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 $8\sqrt{3}$ cm

THEME **08** 피타고라스 정리의 입체도형에의 활용 (1) 2회 실전 연습 문제 31쪽

01 직육면체의 대각선의 길이가 8이므로

$\sqrt{4^2+3^2+x^2}=8$, $25+x^2=64$, $x^2=39$

$\therefore x=\sqrt{39}\ (\because x>0)$ 답 ④

02 $\overline{CM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$

점 H는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{CH}=\dfrac{2}{3}\overline{CM}=\dfrac{2}{3}\times 2\sqrt{3}=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

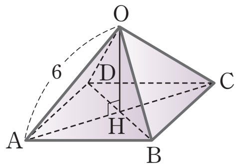
$\triangle OHC$에서 $\overline{OH}=\sqrt{4^2-\left(\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

$\therefore \triangle OHC=\dfrac{1}{2}\times\overline{CH}\times\overline{OH}$

$=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{4\sqrt{3}}{3}\times\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

$=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$ 답 $\dfrac{8\sqrt{2}}{3}$

03 정팔면체의 부피는 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔의 부피의 2배이다.



$\overline{AC}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$

$\overline{CH}=\frac{1}{2}\times\overline{AC}=3\sqrt{2}$

$\triangle OAH$에서 $\overline{OH}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$\therefore$ (정사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{2}=36\sqrt{2}$

$\therefore$ (정팔면체의 부피)$=36\sqrt{2}\times2=72\sqrt{2}$ 답 ③

04 (모선의 길이)$=\sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2}=\sqrt{36}=6$

밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times2=4\pi$

옆면인 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면

$2\pi\times6\times\frac{\angle x}{360^\circ}=4\pi \qquad \therefore \angle x=120^\circ$ 답 ①

05 단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하고 $\overline{OA}$를 그으면

$\triangle OHA$에서 $r=\sqrt{12^2-8^2}=\sqrt{80}=4\sqrt{5}$ 답 ③

06 점 G는 $\triangle BCD$의 무게중심이므로

$\overline{MD}=3\overline{MG}=6$, $\overline{GD}=2\overline{MG}=4$

정삼각형 BCD의 높이가 6이므로 한 변의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=6 \qquad \therefore a=4\sqrt{3}$

즉, 정사면체의 한 모서리의 길이는 $4\sqrt{3}$이므로 $\overline{AD}=4\sqrt{3}$

$\triangle AGD$에서

$\overline{AG}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

따라서 이 정사면체의 부피는

$\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{3})^2\times4\sqrt{2}=16\sqrt{6}$ 답 $16\sqrt{6}$

07 ① $\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{2}\times10=5\sqrt{2}$ (cm)

② $\triangle OAH$에서 $\overline{OH}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{2})^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ (cm)

③ $\triangle OAB$는 정삼각형이므로 넓이는

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2=25\sqrt{3}$ (cm^2)

④ (부피)$=\frac{1}{3}\times10^2\times5\sqrt{2}=\frac{500\sqrt{2}}{3}$ (cm^3)

⑤ (겉넓이)$=4\triangle OAB+\square ABCD=100\sqrt{3}+100$ (cm^2)

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

THEME **09** 피타고라스 정리의 입체도형에의 활용 (2) **1회 실전 연습 문제** 32~33쪽

01 $\overline{EG}$를 그으면 $\triangle AEG$는 $\angle AEG=90^\circ$인 직각삼각형이다.

$\overline{EG}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ (cm)

$\overline{AG}=\sqrt{4^2+3^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ (cm)

이므로 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EP}$에서

$5\times5=5\sqrt{2}\times\overline{EP} \qquad \therefore \overline{EP}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm 답 ④

02 $\overline{EG}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$ (cm)

$\overline{EO}=\frac{1}{2}\overline{EG}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$ (cm)

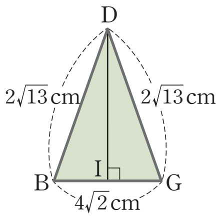
$\triangle AEO$에서

$\overline{AO}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$ (cm) 답 ②

03 $\overline{BD}=\overline{DG}=\sqrt{6^2+4^2}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}$ (cm)

$\overline{BG}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$ (cm)

즉, $\triangle BDG$는 $\overline{DB}=\overline{DG}$인 이등변삼각형이다.



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BG}$에 내린 수선의 발을 I라 하면

$\overline{DI}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-(2\sqrt{2})^2}$

$=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$ (cm)

$\therefore \triangle BDG=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times2\sqrt{11}=4\sqrt{22}$ (cm^2) 답 ③

04 $\overline{BD}=\overline{DC}=\overline{BC}=3\sqrt{2}$ cm

$\triangle ABC$를 밑면으로 하고 높이를 $\overline{AD}$로 하는 삼각뿔 D$-$ABC의 부피는 $\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times3\times3\right)\times3=\frac{9}{2}$ (cm^3)

이때 $\triangle BCD$의 한 변의 길이는 $3\sqrt{2}$ cm이므로

$\triangle BCD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(3\sqrt{2})^2=\frac{9\sqrt{3}}{2}$ (cm^2)

$\frac{1}{3}\times\frac{9\sqrt{3}}{2}\times\overline{AH}=\frac{9}{2}$이므로 $\overline{AH}=\sqrt{3}$ cm 답 $\sqrt{3}$ cm

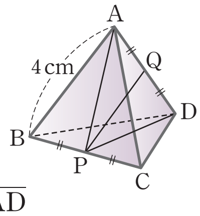
05 $\overline{AG}=\sqrt{3}\times6=6\sqrt{3}$ (cm)

$\overline{MN}=\sqrt{2}\times6=6\sqrt{2}$ (cm)

$\square AMGN$은 네 변의 길이가 모두 같은 마름모이므로

$\square AMGN=\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times6\sqrt{2}=18\sqrt{6}$ (cm^2) 답 $18\sqrt{6}$ cm^2

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AP}$, $\overline{PD}$를 그으면 $\overline{AP}$와 $\overline{PD}$는 각각 $\triangle ABC$와 $\triangle DBC$의 높이이다.



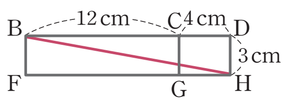
$\therefore \overline{AP}=\overline{PD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$ (cm)

$\triangle PDA$는 이등변삼각형이므로 $\overline{PQ}\perp\overline{AD}$

$\triangle PQA$에서

$\overline{PQ}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$ (cm) 답 $2\sqrt{2}$ cm

07 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같고 구하는 최단 거리는 $\overline{BH}$의 길이와 같으므로

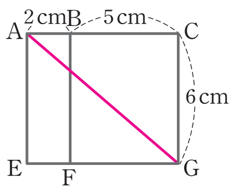


$\overline{BH}=\sqrt{16^2+3^2}=\sqrt{265}$ (cm) 답 ④

08 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{29})^2-5^2}=\sqrt{4}=2$ (cm)

실이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같고, 구하는 최단 거리는 $\overline{AG}$의 길이와 같다.



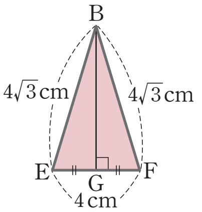
$\therefore \overline{AG}=\sqrt{7^2+6^2}=\sqrt{85}$ (cm) 답 ④

09 두 점 E, F는 각각 $\overline{AC}$, $\overline{AD}$의 중점이므로

$\overline{EF}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$

$\overline{BE}=\overline{BF}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 $\triangle$BEF의 꼭짓점 B에서 $\overline{EF}$에 내린 수선의 발을 G라 하면



$\overline{EG}=\overline{GF}=\frac{1}{2}\overline{EF}=2\,(\text{cm})$

$\triangle$BEG에서

$\overline{BG}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}$

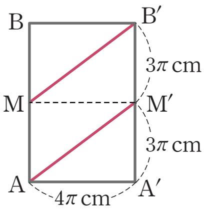
$=\sqrt{44}=2\sqrt{11}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle BEF=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{11}=4\sqrt{11}\,(\text{cm}^2)$ 답 $4\sqrt{11}\,\text{cm}^2$

10 밑면의 둘레의 길이는

$2\pi\times 2=4\pi\,(\text{cm})$

오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{AM'}+\overline{MB'}$의 길이와 같으므로



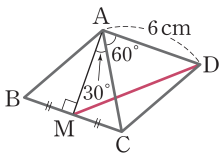
$\overline{AM'}+\overline{MB'}=2\overline{AM'}$

$=2\sqrt{(4\pi)^2+(3\pi)^2}=10\pi\,(\text{cm})$ 답 ④

11 오른쪽 그림의 전개도에서

$\angle MAC=30^\circ$, $\angle CAD=60^\circ$

$\triangle$ABC에서



$\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}\,(\text{cm})$

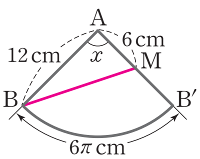
따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{DM}$의 길이이므로

$\triangle$AMD에서

$\overline{DM}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=\sqrt{63}=3\sqrt{7}\,(\text{cm})$ 답 $3\sqrt{7}\,\text{cm}$

12 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times 3=6\pi\,(\text{cm})$

오른쪽 그림의 옆면의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면



$24\pi\times\frac{\angle x}{360^\circ}=6\pi$ $\quad\therefore \angle x=90^\circ$

따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{BM}$의 길이이므로 $\triangle$ABM에서

$\overline{BM}=\sqrt{12^2+6^2}=\sqrt{180}=6\sqrt{5}\,(\text{cm})$ 답 ①

THEME 09 피타고라스 정리의 입체도형에의 활용 (2) 2회 실전 연습 문제

34~35쪽

01 $\overline{FH}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

$\overline{EF}\times\overline{EH}=\overline{EI}\times\overline{FH}$이므로

$2\times 3=\overline{EI}\times\sqrt{13}$ $\quad\therefore \overline{EI}=\frac{6\sqrt{13}}{13}$

$\triangle$AEI에서

$\overline{AI}=\sqrt{1^2+\left(\frac{6\sqrt{13}}{13}\right)^2}=\sqrt{\frac{49}{13}}=\frac{7\sqrt{13}}{13}$ 답 $\frac{7\sqrt{13}}{13}$

02 $\overline{EM}$을 그으면 $\triangle$AEM은 $\angle AEM=90^\circ$인 직각삼각형이다.

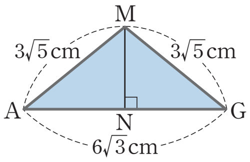
$\triangle$HEM에서 $\overline{EM}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\triangle$AEM에서 $\overline{AM}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$ 답 6 cm

03 $\overline{AM}=\overline{GM}=\sqrt{6^2+3^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\overline{AG}=\sqrt{6^2+6^2+6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\triangle$AMG는 이등변삼각형이므로 오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{AG}$에 내린 수선의 발을 N이라 하면



$\overline{AN}=\overline{NG}=\frac{1}{2}\overline{AG}=3\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\overline{MN}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-(3\sqrt{3})^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle MAG=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 3\sqrt{2}=9\sqrt{6}\,(\text{cm}^2)$ 답 ⑤

04 ① $\overline{EG}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$

점 O는 $\overline{EG}$의 중점이므로 $\overline{EO}=5\,\text{cm}$

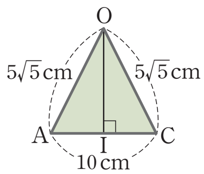
② $\overline{AC}=\overline{EG}=10\,\text{cm}$

③ $\triangle$COG에서 $\overline{CO}=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}\,(\text{cm})$

④ $\triangle$AEO에서 $\overline{OA}=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle$AOC는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이다.

⑤ 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 I라 하면 $\overline{AI}=\overline{CI}=5\,\text{cm}$



$\triangle$OAI에서

$\overline{OI}=\sqrt{(5\sqrt{5})^2-5^2}$

$=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle AOC=\frac{1}{2}\times 10\times 10=50\,(\text{cm}^2)$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

05 $\overline{AE}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

$\overline{AF}=\sqrt{8^2+(6\sqrt{2})^2}=\sqrt{136}=2\sqrt{34}$

$\overline{AE}^2+\overline{EF}^2=\overline{AF}^2$이므로 $\triangle$AEF는 $\angle AEF=90^\circ$인 직각삼각형이다.

$\therefore \triangle AEF=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{EF}=\frac{1}{2}\times 10\times 6=30$ 답 ②

06 (삼각뿔 F$-$ABC의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\right)\times 4$

$=\frac{32}{3}\,(\text{cm}^3)$

$\overline{AC}=\overline{AF}=\overline{CF}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}\,(\text{cm})$이므로

(삼각뿔 B$-$AFC의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left\{\frac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{2})^2\right\}\times h$

$=\frac{8\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm}^3)$

이때 두 삼각뿔의 부피는 서로 같으므로

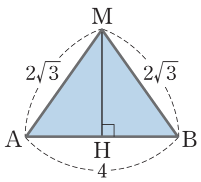
$\frac{32}{3}=\frac{8\sqrt{3}}{3}h$ $\quad\therefore h=\frac{4\sqrt{3}}{3}$ 답 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$

07 정사면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=2\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=4$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 M에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{MH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

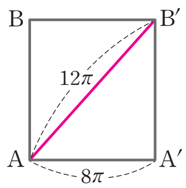


$\therefore \triangle MAB=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}$

$=4\sqrt{2}$ 답 $4\sqrt{2}$

08 밑면의 둘레의 길이는 $2\pi\times 4=8\pi$

최단 거리는 오른쪽 그림의 전개도에서 $\overline{AB'}$의 길이와 같으므로 높이는

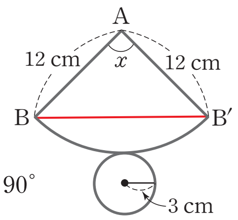


$\overline{AB}=\sqrt{(12\pi)^2-(8\pi)^2}$

$=4\sqrt{5}\pi$ 답 ③

09 오른쪽 그림과 같은 원뿔의 전개도에서 $\widehat{BB'}=2\pi\times 3=6\pi\,(\text{cm})$

부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면



$2\pi\times 12\times\frac{\angle x}{360^\circ}=6\pi \qquad \therefore \angle x=90^\circ$

따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{BB'}$의 길이와 같으므로

$\overline{BB'}=\sqrt{12^2+12^2}=\sqrt{288}=12\sqrt{2}\,(\text{cm})$ 답 ②

10 (삼각뿔 D$-$CMN의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 5\times 5\right)\times 10$

$=\frac{125}{3}\,(\text{cm}^3)$

$\overline{DM}=\overline{DN}=\sqrt{10^2+5^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\overline{MN}=\sqrt{5^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}\,(\text{cm})$

($\triangle$DMN의 높이)$=\sqrt{(5\sqrt{5})^2-\left(\frac{5\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{15\sqrt{2}}{2}\,(\text{cm})$

삼각뿔 C$-$DMN의 꼭짓점 C에서 $\triangle$DMN에 내린 수선의 길이를 h cm라 하면

(삼각뿔 C$-$DMN의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times 5\sqrt{2}\times\frac{15\sqrt{2}}{2}\right)\times h$

$=\frac{25}{2}h$

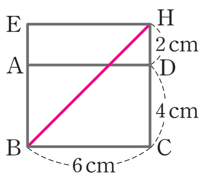
이때 두 삼각뿔의 부피는 같으므로

$\frac{25}{2}h=\frac{125}{3} \qquad \therefore h=\frac{10}{3}$ 답 ②

11 (ⅰ) $\overline{AD}$를 지나는 경우

$\overline{BH}=\sqrt{6^2+6^2}=\sqrt{72}$

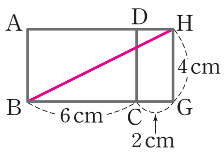
$=6\sqrt{2}\,(\text{cm})$



(ⅱ) $\overline{CD}$를 지나는 경우

$\overline{BH}=\sqrt{8^2+4^2}=\sqrt{80}$

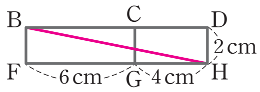
$=4\sqrt{5}\,(\text{cm})$



(ⅲ) $\overline{CG}$를 지나는 경우

$\overline{BH}=\sqrt{10^2+2^2}=\sqrt{104}$

$=2\sqrt{26}\,(\text{cm})$

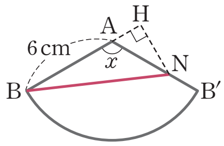


(ⅳ) $\overline{FG}$를 지나는 경우는 (ⅰ)의 경우와 마찬가지이므로 $6\sqrt{2}$ cm

(ⅰ)~(ⅳ)에 의해 최단 거리는 $6\sqrt{2}$ cm이다. 답 $6\sqrt{2}$ cm

12 $\overline{AN}=\frac{2}{3}\times\overline{AB'}$

$=\frac{2}{3}\times 6=4\,(\text{cm})$



오른쪽 그림의 전개도에서

$\widehat{BB'}=2\pi\times 2=4\pi\,(\text{cm})$

점 N에서 $\overline{BA}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하고 부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하자.

$2\pi\times 6\times\frac{\angle x}{360^\circ}=4\pi \qquad \therefore \angle x=120^\circ$

$\therefore \angle HAN=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\triangle$ANH에서 $\overline{AN}:\overline{AH}=2:1$이므로

$4:\overline{AH}=2:1 \qquad \therefore \overline{AH}=2$ cm

또, $\overline{AN}:\overline{HN}=2:\sqrt{3}$이므로

$4:\overline{HN}=2:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{HN}=2\sqrt{3}$ cm

따라서 구하는 최단 거리는 $\overline{BN}$의 길이와 같으므로

$\triangle$HBN에서

$\overline{BN}=\sqrt{8^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{76}=2\sqrt{19}\,(\text{cm})$ 답 ⑤

THEME 모아 중단원 실전 평가 36~39쪽

01 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$4x=20 \qquad \therefore x=5$

$\therefore$ (정사각형의 대각선의 길이)$=\sqrt{2}\times 5$

$=5\sqrt{2}\,(\text{cm})$ 답 ②

02 정사각형의 한 변의 길이를 a라 하면

$\overline{AC}^2=(3a)^2+a^2$, $400=10a^2$

$a^2=40 \qquad \therefore a=2\sqrt{10}\ (\because a>0)$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{160+40}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$

답 $10\sqrt{2}$

03 $x=\sqrt{9^2+12^2}=\sqrt{225}=15$

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$에서

$9\times 12=15y \qquad \therefore y=\frac{36}{5}$

$\therefore x-y=15-\frac{36}{5}=\frac{39}{5}$ 답 ③

04 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 O는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{AO}:\overline{AH}=2:3$

$\overline{AH}=\frac{3}{2}\overline{AO}=\frac{3}{2}\times 4\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\text{cm})$

정삼각형의 한 변의 길이를 x cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}x=6\sqrt{3} \qquad \therefore x=12$

$\therefore \triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 12^2=36\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$

05 ㄱ. (대각선의 길이)$=\sqrt{3}a$

ㄴ. $\overline{PQ}=\sqrt{\{3-(-1)\}^2+(3-1)^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

ㄷ. $a=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 1=\frac{\sqrt{3}}{2}$, $b=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 1^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$

$\therefore a+b=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$

ㄹ. (대각선의 길이)$=\sqrt{a^2+a^2+b^2}=\sqrt{2a^2+b^2}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다. 답 ③

06 $\triangle ABC$의 한 변의 길이를 a라 하면 $\overline{AD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a$

$\overline{AF}$는 $\triangle ADE$의 높이이므로

$\overline{AF}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\dfrac{3}{4}a$

$\triangle ABC=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2$

$\triangle ADE=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}a\right)^2=\dfrac{3\sqrt{3}}{16}a^2$

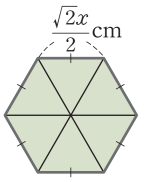
$\triangle AFG=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\dfrac{3}{4}a\right)^2=\dfrac{9\sqrt{3}}{64}a^2$

$\therefore \triangle ABC : \triangle ADE : \triangle AFG$

$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2 : \dfrac{3\sqrt{3}}{16}a^2 : \dfrac{9\sqrt{3}}{64}a^2$

$=16 : 12 : 9$ 답 ⑤

07 정육면체의 한 모서리의 길이를 x cm라 하면



정육각형의 한 변의 길이는 $\dfrac{\sqrt{2}x}{2}$ cm

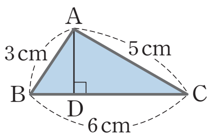
정육각형의 넓이는 한 변의 길이가 $\dfrac{\sqrt{2}x}{2}$ cm인 정삼각형 6개의 넓이와 같으므로

$9\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times\left(\dfrac{\sqrt{2}x}{2}\right)^2\times 6$

$x^2=12 \qquad \therefore x=2\sqrt{3}\ (\because x>0)$

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 $2\sqrt{3}$ cm이다. 답 ②

08 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}=3$ cm, $\overline{BC}=6$ cm, $\overline{CA}=5$ cm인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 D라 하고 $\overline{BD}=x$ cm라 하면 $\overline{DC}=(6-x)$ cm



$\triangle ABD$에서

$\overline{AD}^2=3^2-x^2 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

$\triangle ACD$에서

$\overline{AD}^2=5^2-(6-x)^2 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

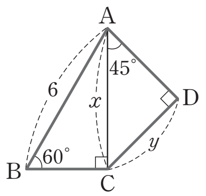
㉠, ㉡에 의해 $3^2-x^2=5^2-(6-x)^2$

$9-x^2=-11+12x-x^2,\ 12x=20 \qquad \therefore x=\dfrac{5}{3}$

$\overline{AD}=\sqrt{9-\left(\dfrac{5}{3}\right)^2}=\dfrac{2\sqrt{14}}{3}$ (cm)

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 6\times\dfrac{2\sqrt{14}}{3}=2\sqrt{14}$ (cm^2) 답 $2\sqrt{14}$ cm^2

09 $\triangle ABC$에서



$\overline{AB} : \overline{AC}=2 : \sqrt{3}$이므로

$6 : x=2 : \sqrt{3} \qquad \therefore x=3\sqrt{3}$

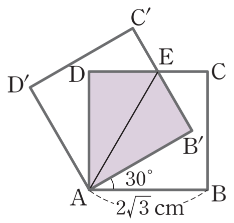
$\triangle ACD$에서

$\overline{AC} : \overline{CD}=\sqrt{2} : 1$이므로

$3\sqrt{3} : y=\sqrt{2} : 1 \qquad \therefore y=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

$\therefore xy=3\sqrt{3}\times\dfrac{3\sqrt{6}}{2}=\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$ 답 $\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$

10 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



$\triangle AED\equiv\triangle AEB'$ (RHS 합동)

$\angle DAB'=90^\circ-30^\circ=60^\circ$이므로

$\angle EAB'=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\triangle EAB'$에서 $\overline{AB'}=2\sqrt{3}$ cm이고

$\overline{AB'} : \overline{B'E}=\sqrt{3} : 1$이므로

$2\sqrt{3} : \overline{B'E}=\sqrt{3} : 1 \qquad \therefore \overline{B'E}=2$ cm

$\therefore \triangle AB'E=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB'}\times\overline{B'E}$

$=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2=2\sqrt{3}$ (cm^2)

따라서 구하는 넓이는

$2\triangle AB'E=2\times 2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$ (cm^2) 답 $4\sqrt{3}$ cm^2

11 $P(a, b)$라 하면 $\overline{PA}=\overline{PB}$, 즉 $\overline{PA}^2=\overline{PB}^2$이므로

$(7-a)^2+(13-b)^2=(10-a)^2+(4-b)^2$

$49-14a+a^2+169-26b+b^2$

$=100-20a+a^2+16-8b+b^2$

$6a-18b+102=0$

$\therefore a-3b+17=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉠

점 $P(a, b)$가 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$a+2b-3=0 \qquad \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-5,\ b=4$

$\therefore P(-5, 4)$ 답 ③

12 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\sqrt{3}a=30 \qquad \therefore a=10\sqrt{3}$

따라서 공의 반지름의 길이는

$\dfrac{1}{2}\times 10\sqrt{3}=5\sqrt{3}$ (cm) 답 ②

13 $\overline{EG}=\sqrt{4^2+3^2}=\sqrt{25}=5$ (cm)

$\overline{AG}=\sqrt{4^2+3^2+5^2}=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$ (cm)

따라서 $\triangle AEG$에서

$\overline{AE} : \overline{EG} : \overline{AG}=5 : 5 : 5\sqrt{2}=1 : 1 : \sqrt{2}$이므로

$\angle AGE=45^\circ$ 답 ④

14 $\overline{CD}=\overline{OD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 9=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ (cm)

점 H는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{DH}=\dfrac{1}{3}\overline{CD}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{9\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ (cm)

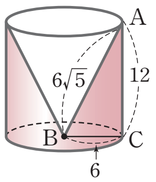
$\triangle ODH$에서

$\overline{OH}=\sqrt{\left(\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$ (cm)

$\therefore \triangle ODH=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\times 3\sqrt{6}$

$=\dfrac{27\sqrt{2}}{4}$ (cm^2) 답 $\dfrac{27\sqrt{2}}{4}$ cm^2

15 주어진 도형을 직선 l을 축으로 하여 1회 전시켜 만들어지는 도형은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AC}=\sqrt{(6\sqrt{5})^2-6^2}=\sqrt{144}=12$

$\therefore$ (입체도형의 부피)

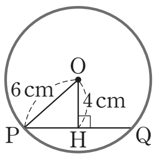
$=$(원기둥의 부피)$-$(원뿔의 부피)

$=\pi\times6^2\times12-\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times12$

$=288\pi$

답 ①

16 $\overline{OP}$는 구의 반지름이므로 $\overline{OP}=6\,\text{cm}$



$\triangle OPH$에서

$\overline{PH}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}\,(\text{cm})$

$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times(2\sqrt{5})^2\times4$

$=\frac{80}{3}\pi\,(\text{cm}^3)$

답 ③

17 $\overline{EG}$를 그으면

$\overline{EG}=\sqrt{5^2+12^2}=\sqrt{169}=13\,(\text{cm})$

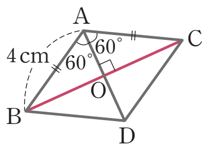
$\overline{AG}=\sqrt{5^2+12^2+13^2}=\sqrt{338}=13\sqrt{2}\,(\text{cm})$

이때 $\overline{EG}\times\overline{AE}=\overline{AG}\times\overline{EI}$이므로

$13\times13=13\sqrt{2}\times\overline{EI}$ $\quad\therefore \overline{EI}=\frac{13\sqrt{2}}{2}\,\text{cm}$

답 ①

18 오른쪽 그림의 전개도에서 구하는 최단 거리는 $\overline{BC}$의 길이와 같다.



$\triangle ABO$에서

$\overline{AB}:\overline{BO}=2:\sqrt{3}$이므로

$4:\overline{BO}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{BO}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\therefore \overline{BC}=2\overline{BO}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

답 ②

19 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BH}=\overline{CH}=12$

$\therefore \overline{AH}=\sqrt{15^2-12^2}=\sqrt{81}=9$

따라서 (가)의 넓이는 $\frac{1}{2}\times24\times9=108$ …❶

꼭짓점 D에서 $\overline{EF}$에 내린 수선의 발을 H′, $\overline{EH'}=x$라 하면

$\overline{FH'}=21-x$이므로

$\triangle DEH'$와 $\triangle DFH'$에서

$\overline{DH'}^2=13^2-x^2=20^2-(21-x)^2$

$169-x^2=400-441+42x-x^2$

$42x=210$ $\quad\therefore x=5$

$\therefore \overline{DH'}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$

따라서 (나)의 넓이는 $\frac{1}{2}\times21\times12=126$ …❷

그러므로 넓이가 더 넓은 것은 (나)이다. …❸

답 (나)

채점 기준	배점
❶ (가)의 넓이 구하기	2점
❷ (나)의 넓이 구하기	3점
❸ 넓이가 더 넓은 것 찾기	1점

20 (1) $\overline{AB}=\sqrt{(0-1)^2+(3-0)^2}=\sqrt{10}$ …❶

(2) $\overline{BC}=\sqrt{(4-0)^2+(3-3)^2}=\sqrt{16}=4$ …❷

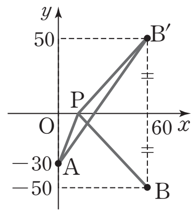
(3) $\overline{CA}=\sqrt{(4-1)^2+(3-0)^2}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$ …❸

(4) $\overline{CA}^2<\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로 $\triangle ABC$는 예각삼각형이다. …❹

답 (1) $\sqrt{10}$ (2) 4 (3) $3\sqrt{2}$ (4) 예각삼각형

채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이 구하기	1점
❷ $\overline{BC}$의 길이 구하기	1점
❸ $\overline{CA}$의 길이 구하기	1점
❹ $\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 알기	2점

21 강가를 x축으로 하고 A 지점이 y축에 있다고 생각하여 좌표평면 위에 나타내면 오른쪽 그림과 같으므로



A$(0,\ -30)$, B$(60,\ -50)$ …❶

점 B$(60,\ -50)$을 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표는

B′$(60,\ 50)$ …❷

따라서 이 사람이 걸어야 할 최소 거리는 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값과 같으므로

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{AP}+\overline{B'P}$

$\geq\overline{AB'}$

$=\sqrt{(60-0)^2+\{50-(-30)\}^2}$

$=\sqrt{10000}=100\,(\text{m})$ …❸

답 100 m

채점 기준	배점
❶ 좌표평면 위에 나타내기	2점
❷ 점 B를 x축에 대하여 대칭이동한 점의 좌표 구하기	1점
❸ $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값 구하기	3점

22 (1) $\overline{CM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times a=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

점 H가 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{HC}=\frac{2}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{3}a$ …❶

(2) $\triangle OHC$에서 $\overline{OH}=\sqrt{a^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}a\right)^2}=\frac{\sqrt{6}}{3}a$ …❷

(3) $\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ …❸

(4) (부피)$=\frac{1}{3}\times\triangle ABC\times\overline{OH}$

$=\frac{1}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2\times\frac{\sqrt{6}}{3}a=\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$ …❹

답 (1) $\frac{\sqrt{3}}{3}a$ (2) $\frac{\sqrt{6}}{3}a$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ (4) $\frac{\sqrt{2}}{12}a^3$

채점 기준	배점
❶ $\overline{HC}$의 길이 구하기	1점
❷ $\overline{OH}$의 길이 구하기	1점
❸ $\triangle ABC$의 넓이 구하기	1점
❹ 정사면체의 부피 구하기	2점

04. 삼각비

THEME 10 삼각비의 뜻 1회 실전 연습 문제 40~41쪽

01 $\overline{AB}=\sqrt{7^2-3^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

② $\cos A=\dfrac{2\sqrt{10}}{7}$ 답 ②

02 △ABC에서 $\overline{AB}=2\overline{AO}=26$

$\overline{AC}=\sqrt{26^2-10^2}=\sqrt{576}=24$

$\therefore \tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{10}{24}=\dfrac{5}{12}$ 답 ⑤

03 $\sin B=\dfrac{8}{\overline{AB}}=\dfrac{4}{5}$이므로

$4\overline{AB}=40 \quad \therefore \overline{AB}=10\,\text{cm}$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\,(\text{cm})$ 답 6 cm

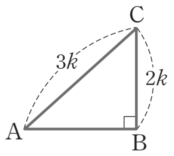
04 $\sin B=\dfrac{\overline{AC}}{12}=\dfrac{\sqrt{3}}{6}$이므로

$6\overline{AC}=12\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AC}=2\sqrt{3}$

$\overline{BC}=\sqrt{12^2-(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{132}=2\sqrt{33}$

$\therefore \tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{2\sqrt{33}}{2\sqrt{3}}=\sqrt{11}$ 답 $\sqrt{11}$

05 $\sin A=\dfrac{2}{3}$이므로 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서



$\overline{AC}=3k$, $\overline{BC}=2k\ (k>0)$라 하면

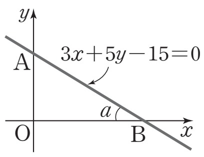
$\overline{AB}=\sqrt{(3k)^2-(2k)^2}=\sqrt{5}k$

$\cos A=\dfrac{\sqrt{5}k}{3k}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan A=\dfrac{2k}{\sqrt{5}k}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$

$\therefore 6\cos A\times\tan A=6\times\dfrac{\sqrt{5}}{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{5}}=4$ 답 ④

06 $3x+5y-15=0$의 그래프의 x절편이 5, y절편이 3이므로



오른쪽 그림에서 $\overline{AO}=3$, $\overline{BO}=5$

△AOB에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$이므로

$\cos a=\dfrac{\overline{BO}}{\overline{AB}}=\dfrac{5}{\sqrt{34}}=\dfrac{5\sqrt{34}}{34}$

$\sin a=\dfrac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\dfrac{3}{\sqrt{34}}=\dfrac{3\sqrt{34}}{34}$

$\therefore \cos a-\sin a=\dfrac{5\sqrt{34}}{34}-\dfrac{3\sqrt{34}}{34}=\dfrac{\sqrt{34}}{17}$ 답 $\dfrac{\sqrt{34}}{17}$

07 △ABC∽△CBD (AA 닮음)이므로

$\angle BAC=\angle BCD=\angle x$

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-7^2}=\sqrt{51}$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{51}}{10}$

$\tan x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{51}}{7}$

$\therefore \sin x\div\tan x=\dfrac{\sqrt{51}}{10}\div\dfrac{\sqrt{51}}{7}=\dfrac{7}{10}$ 답 $\dfrac{7}{10}$

08 $\overline{CE}=\sqrt{2^2+2^2+2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\overline{EG}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\therefore \cos x=\dfrac{\overline{EG}}{\overline{CE}}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 답 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

09 $c=3a$이므로 △ABC에서

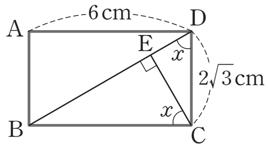
$b=\sqrt{a^2+c^2}=\sqrt{a^2+(3a)^2}=\sqrt{10}a$

$\therefore \sin A+\cos A=\dfrac{a}{b}+\dfrac{c}{b}$

$=\dfrac{a}{\sqrt{10}a}+\dfrac{3a}{\sqrt{10}a}=\dfrac{\sqrt{10}}{10}+\dfrac{3\sqrt{10}}{10}$

$=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$ 답 $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$

10 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}$



$=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$

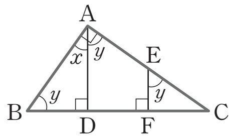
△BCD∽△BEC (AA 닮음)이므로

$\angle BDC=\angle BCE=\angle x$

△BCD에서

$\cos x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{BD}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2}$ 답 $\dfrac{1}{2}$

11 △ABD에서



$\tan x=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AD}}$, $\dfrac{\overline{BD}}{6}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \overline{BD}=3\sqrt{2}$

$\overline{AB}=\sqrt{(3\sqrt{2})^2+6^2}=\sqrt{54}=3\sqrt{6}$

$\therefore \sin x=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AB}}=\dfrac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{6}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\angle CAD=\angle CEF=\angle y$이고

$\angle x+\angle y=90°$이므로

△ABD에서 $\angle ABD=\angle y$

$\therefore \tan y=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{BD}}=\dfrac{6}{3\sqrt{2}}=\sqrt{2}$

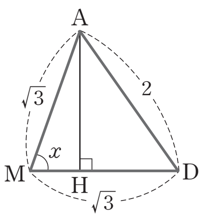
$\therefore 3\sin x+\sqrt{6}\tan y=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{6}\times\sqrt{2}$

$=\sqrt{3}+2\sqrt{3}=3\sqrt{3}$ 답 $3\sqrt{3}$

12 △ABC, △BCD는 한 변의 길이가 2인 정삼각형이므로

$\overline{AM}=\overline{MD}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}$

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{MD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 △BCD의 무게중심이므로



$\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{MD}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

△AMH에서

$\overline{AH}=\sqrt{(\sqrt{3})^2-\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{8}{3}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}$

$\sin x=\frac{\overline{AH}}{\overline{AM}}=\frac{2\sqrt{6}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\cos x=\frac{\overline{MH}}{\overline{AM}}=\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{1}{3}$

$\therefore \sin x\times\cos x=\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{2\sqrt{2}}{9}$ 답 $\frac{2\sqrt{2}}{9}$

THEME **10** 삼각비의 뜻 — 42~43쪽 — **2회 실전 연습 문제**

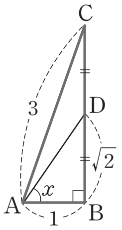
01 $\overline{BC}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이므로

$\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$

$\cos B=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{5}}{6}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$ 답 ②

02 △ABC에서



$\overline{BC}=\sqrt{3^2-1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

△DAB에서

$\overline{AD}=\sqrt{1^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{3}$

$\therefore \cos x=\frac{\overline{AB}}{\overline{AD}}=\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ 답 ②

03 $\sin A=\frac{6}{\overline{AC}}=\frac{3}{4}$이므로

$3\overline{AC}=24$ $\quad\therefore \overline{AC}=8$ cm 답 8 cm

04 △ADC에서

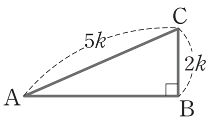
$\overline{CD}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$이므로

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{CD}=6+2\sqrt{5}$

$\therefore \tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{4}{6+2\sqrt{5}}$

$=\frac{2}{3+\sqrt{5}}=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$ 답 ②

05 $\sin A=\frac{2}{5}$이므로 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서

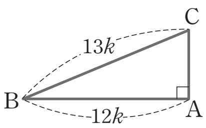


$\overline{AC}=5k$, $\overline{BC}=2k$ $(k>0)$라 하면

$\overline{AB}=\sqrt{(5k)^2-(2k)^2}=\sqrt{21}k$

$\therefore \tan A=\frac{2k}{\sqrt{21}k}=\frac{2\sqrt{21}}{21}$ 답 ②

06 $\cos B=\frac{12}{13}$이므로 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서



$\overline{AB}=12k$, $\overline{BC}=13k$ $(k>0)$라 하면

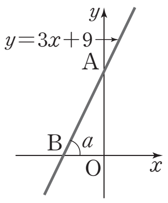
$\overline{AC}=\sqrt{(13k)^2-(12k)^2}=5k$

$\sin B=\frac{5}{13}$, $\tan B=\frac{5}{12}$

$\therefore \frac{\sin B}{\tan B}=\frac{5}{13}\div\frac{5}{12}$

$=\frac{5}{13}\times\frac{12}{5}=\frac{12}{13}$ 답 $\frac{12}{13}$

07 직선 $y=3x+9$에서 y절편은 9이므로



A$(0, 9)$, x절편은 -3이므로 B$(-3, 0)$

즉, $\overline{AO}=9$, $\overline{BO}=3$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+9^2}=\sqrt{90}=3\sqrt{10}$

$\sin a=\frac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\frac{9}{3\sqrt{10}}=\frac{3\sqrt{10}}{10}$

$\cos a=\frac{\overline{BO}}{\overline{AB}}=\frac{3}{3\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$

$\therefore \sin a\times\cos a=\frac{3\sqrt{10}}{10}\times\frac{\sqrt{10}}{10}=\frac{3}{10}$ 답 $\frac{3}{10}$

08 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$ (cm)

△ABH∽△CBA(AA 닮음)이므로

∠BCA=∠BAH=∠x

$\therefore \cos x=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{5}{13}$ 답 $\frac{5}{13}$

09 △ABH에서 $\tan B=\frac{\overline{AH}}{7}$

△AHC에서 $\tan C=\frac{\overline{AH}}{3}$

$\therefore \frac{\tan C}{\tan B}=\frac{\overline{AH}}{3}\div\frac{\overline{AH}}{7}$

$=\frac{\overline{AH}}{3}\times\frac{7}{\overline{AH}}=\frac{7}{3}$ 답 $\frac{7}{3}$

10 $\sin x=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{1}{3}$이므로

$\frac{3}{\overline{AB}}=\frac{1}{3}$ $\quad\therefore \overline{AB}=9$

△ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{9^2-3^2}=\sqrt{72}=6\sqrt{2}$

△ADC에서

$\tan(x+y)=\frac{\overline{CD}}{\overline{AC}}=\frac{6}{6\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ 답 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11 △ADE에서

$\overline{AD}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}$

△ADE∽△ACB (AA 닮음)이므로

∠DEA=∠B, ∠ADE=∠C

$\therefore \cos B=\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$, $\cos C=\frac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\frac{3\sqrt{3}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \cos B-\cos C=\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ 답 ①

12 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$\sqrt{3}a=2\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=2$

$\overline{EG}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$이고 $\overline{CG}=2$이므로

$\sin x=\dfrac{\overline{CG}}{\overline{CE}}=\dfrac{2}{2\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\tan x=\dfrac{\overline{CG}}{\overline{EG}}=\dfrac{2}{2\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore 3\sin x-2\tan x=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}-2\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=\sqrt{3}-\sqrt{2}$ 답 $\sqrt{3}-\sqrt{2}$

THEME 11 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값 1회 실전 연습 문제

44쪽

01 ① $\sin 30^\circ+\sin 60^\circ=\dfrac{1}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

② $\cos 45^\circ+\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

③ $\tan 30^\circ\times\cos 30^\circ=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}$

④ $\cos 60^\circ+\tan 45^\circ=\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{3}{2}$

⑤ $\tan 60^\circ\times\dfrac{1}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}\times\dfrac{3}{\sqrt{3}}=3$

따라서 계산 결과가 가장 큰 것은 ⑤이다. 답 ⑤

02 $\tan A=\dfrac{\sqrt{15}}{3\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \angle A=30^\circ$ 답 30°

03 $\tan A=1$이므로 $\angle A=45^\circ$

$\therefore (1-\sin 45^\circ)(1+\cos 45^\circ)=\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$=\dfrac{1}{2}$ 답 ①

04 △ABC에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\overline{AC}}{6}$

$\therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$ cm

△ACD에서

$\cos 45^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}$, $\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\overline{AD}}{3\sqrt{3}}$

$\therefore \overline{AD}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ cm 답 $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ cm

05 $3x-2y+4=0$에서 $2y=3x+4$

$\therefore y=\dfrac{3}{2}x+2$

$\tan a=\dfrac{3}{2}$이므로 $\dfrac{1}{\tan a}=\dfrac{2}{3}$ 답 $\dfrac{2}{3}$

06 $a=\sin 30^\circ-\cos 30^\circ=\dfrac{1}{2}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}$이므로

일차방정식 $2ax+1=0$에서 $2ax=-1$

$\therefore x=-\dfrac{1}{2a}=-\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{1-\sqrt{3}}$

$=\dfrac{1}{\sqrt{3}-1}=\dfrac{\sqrt{3}+1}{2}$ 답 ④

07 ① $\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\overline{AD}}{8}$

$\therefore \overline{AD}=4\sqrt{3}$

② $\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{BD}}{\overline{AB}}$, $\dfrac{1}{2}=\dfrac{\overline{BD}}{8}$

$\therefore \overline{BD}=4$

$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}-\overline{BD}=12-4=8$

③ $\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+8^2}=\sqrt{112}=4\sqrt{7}$

④ $\sin C=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}=\dfrac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{21}}{7}$

⑤ $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 12\times 4\sqrt{3}=24\sqrt{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

THEME 11 30°, 45°, 60°의 삼각비의 값 2회 실전 연습 문제

45쪽

01 (1) $\cos 30^\circ\times\tan 60^\circ-\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}$

(2) $\cos^2 45^\circ+\sin^2 30^\circ=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}$

답 (1) $\dfrac{3-\sqrt{2}}{2}$ (2) $\dfrac{3}{4}$

02 $\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로

$3\angle x+15^\circ=60^\circ$, $3\angle x=45^\circ$

$\therefore \angle x=15^\circ$

$\therefore \sin 2x+\tan 3x=\sin 30^\circ+\tan 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}+1=\dfrac{3}{2}$ 답 ④

03 △ACB에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\overline{BC}}{3}$

$\therefore \overline{BC}=\sqrt{3}$

△BDC에서

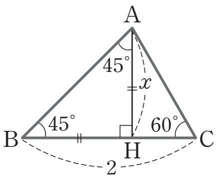
$\sin 45^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{BD}}$, $\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{\overline{BD}}$

$\therefore \overline{BD}=\sqrt{6}$ 답 ⑤

04 $\sqrt{3}x-y+2=0$에서 $y=\sqrt{3}x+2$이므로

$\tan a=\sqrt{3}$ $\quad\therefore \angle a=60^\circ$ 답 60°

05 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고
$\overline{AH}=x$라 하면
$\overline{BH}=x$, $\overline{CH}=2-x$



△AHC에서

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{CH}}$, $\sqrt{3}=\dfrac{x}{2-x}$

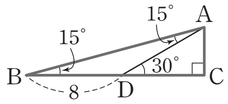
$x=\sqrt{3}(2-x)$, $x=2\sqrt{3}-\sqrt{3}x$

$(\sqrt{3}+1)x=2\sqrt{3}$

$\therefore x=\dfrac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}=3-\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{2}x=3\sqrt{2}-\sqrt{6}$ 답 $3\sqrt{2}-\sqrt{6}$

06 $\angle BAD=30^\circ-15^\circ=15^\circ$이므로
$\overline{AD}=\overline{BD}=8$



△ADC에서

$\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{AD}}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\overline{CD}}{8}$

$\therefore \overline{CD}=4\sqrt{3}$

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$, $\dfrac{1}{2}=\dfrac{\overline{AC}}{8}$

$\therefore \overline{AC}=4$

$\therefore \tan 15^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{4}{8+4\sqrt{3}}=\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}=2-\sqrt{3}$

답 $2-\sqrt{3}$

46쪽

THEME **12** 예각의 삼각비의 값 **1회 실전 연습 문제**

01 ① $\sin a=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

② $\cos b=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

③ $\tan c=\tan b=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\dfrac{\overline{OC}}{\overline{CD}}=\dfrac{1}{\overline{CD}}$

④ $\cos c=\cos b=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

⑤ $\tan a=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\overline{CD}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

02 ① $\sin 0^\circ=0$
④ $\cos 90^\circ=0$
⑤ $\tan 0^\circ=0$ 답 ②, ③

03 $\cos^2 0^\circ+\sin^2 30^\circ+\cos^2 60^\circ+\sin^2 90^\circ$

$=1^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+1^2=\dfrac{5}{2}$ 답 $\dfrac{5}{2}$

04 $45^\circ<A<90^\circ$일 때,

$\dfrac{\sqrt{2}}{2}<\sin A<1$, $0<\cos A<\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A>1$이므로

$\cos A<\sin A<\tan A$ 답 ③

05 $\angle A=180^\circ-(51^\circ+90^\circ)=39^\circ$이고

$\tan 39^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{20}=0.8098$이므로

$\overline{BC}=20\times0.8098=16.196\ (\text{cm})$ 답 16.196 cm

06 △ADC에서

$\cos 50^\circ=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{AC}}=\overline{AD}$

$\therefore \overline{DB}=\overline{AB}-\overline{AD}=1-\cos 50^\circ$ 답 ②

07 $0^\circ<x<45^\circ$일 때, $0<\sin x<\cos x$이므로

$\sin x-\cos x<0$, $\sin x+\cos x>0$

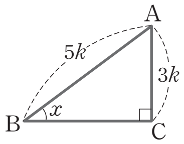
$\therefore \sqrt{(\sin x-\cos x)^2}-\sqrt{(\sin x+\cos x)^2}$

$=-(\sin x-\cos x)-(\sin x+\cos x)$

$=-2\sin x$

$-2\sin x=-\dfrac{6}{5}$ $\quad\therefore \sin x=\dfrac{3}{5}$

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서
$\overline{AB}=5k$, $\overline{AC}=3k\,(k>0)$라 하면



$\overline{BC}=\sqrt{(5k)^2-(3k)^2}=4k$

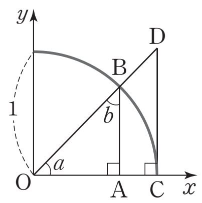
$\therefore \tan x=\dfrac{3k}{4k}=\dfrac{3}{4}$

답 ③

47쪽

THEME **12** 예각의 삼각비의 값 **2회 실전 연습 문제**

01 $\overline{OA}=\cos a=\sin b$
$\overline{AB}=\sin a=\cos b$
따라서 점 B의 좌표는 $(\overline{OA}, \overline{AB})$이다.



답 ②

02 $\cos 0^\circ\times\tan 60^\circ-\sin 0^\circ\times\tan 60^\circ$

$=1\times\sqrt{3}-0\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$ 답 ⑤

03 ⑤ $\tan A$의 최솟값은 0이고, 최댓값은 없다. 답 ⑤

04 ① $\sin 10^\circ<\cos 10^\circ$
② $\sin 46^\circ>\cos 46^\circ$
④ $\cos 25^\circ>\cos 40^\circ$
⑤ $\tan 25^\circ<\tan 40^\circ$
따라서 옳은 것은 ③이다. 답 ③

05 $\sin x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{5.736}{10}=0.5736$

$\sin 35^\circ=0.5736$이므로 $\angle x=35^\circ$ 답 35°

06 $\angle OAH=180^\circ-(90^\circ+40^\circ)=50^\circ$
①, ③ $\overline{AH}=\sin 40^\circ=\cos 50^\circ$
②, ④ $\overline{OH}=\cos 40^\circ=\sin 50^\circ$
⑤ $\overline{BH}=1-\overline{OH}=1-\cos 40^\circ$
따라서 옳지 않은 것은 ③이다. 답 ③

07 $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $0<\sin x<1<\tan x$이므로
$\sin x+\tan x>0$, $\sin x-\tan x<0$

$\therefore \sqrt{(\sin x+\tan x)^2}-\sqrt{(\sin x-\tan x)^2}$
$=(\sin x+\tan x)+(\sin x-\tan x)$
$=2\sin x$

즉, $2\sin x=\sqrt{3}$이므로 $\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \angle x=60^\circ$ 답 60°

THEME 모아 **중단원 실전 평가** 48~51쪽

01 $\overline{AB}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$이므로

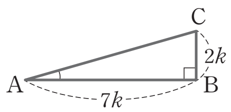
$\sin A=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$, $\sin B=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$

$\therefore \sin A\times\sin B=\dfrac{2}{\sqrt{5}}\times\dfrac{1}{\sqrt{5}}=\dfrac{2}{5}$ 답 $\dfrac{2}{5}$

02 오른쪽 그림과 같은 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=7k$, $\overline{BC}=2k\,(k>0)$라 하면

$\overline{AC}=\sqrt{(7k)^2+(2k)^2}=\sqrt{53}k$



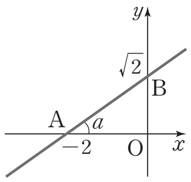
$\therefore \cos A=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{7}{\sqrt{53}}=\dfrac{7\sqrt{53}}{53}$ 답 ⑤

03 $x\sin 30^\circ-y\cos 45^\circ=-1$에서

$x\times\dfrac{1}{2}-y\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=-1$

$\therefore x-\sqrt{2}y=-2$

주어진 직선의 x절편은 -2, y절편은 $\sqrt{2}$이므로



$\overline{AB}=\sqrt{2^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{6}$

$\therefore \cos a=\dfrac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 답 ④

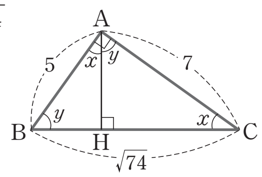
04 $\triangle ABC\backsim\triangle HBA$ (AA 닮음)이므로

$\angle ACB=\angle HAB=\angle x$

$\triangle ABC\backsim\triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle ABC=\angle HAC=\angle y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{5^2+7^2}=\sqrt{74}$



$\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{\sqrt{74}}=\dfrac{5\sqrt{74}}{74}$

$\cos y=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{\sqrt{74}}=\dfrac{5\sqrt{74}}{74}$

$\therefore \sin x\times\cos y=\dfrac{5\sqrt{74}}{74}\times\dfrac{5\sqrt{74}}{74}=\dfrac{25}{74}$ 답 $\dfrac{25}{74}$

05 $\triangle BCD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{12^2+5^2}=\sqrt{169}=13$

$\triangle DBC\backsim\triangle BAH$ (AA 닮음)이므로

$\angle DBC=\angle BAH=\angle x$

$\triangle BCD$에서

$\sin x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{BD}}=\dfrac{5}{13}$

$\cos x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{BD}}=\dfrac{12}{13}$

$\therefore \sin x+\cos x=\dfrac{5}{13}+\dfrac{12}{13}=\dfrac{17}{13}$ 답 $\dfrac{17}{13}$

06 ㄱ. $\sin^2 30^\circ-\cos^2 45^\circ=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)^2=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2}=-\dfrac{1}{4}$

ㄴ. $\cos^2 60^\circ-\sin^2 60^\circ=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2-\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}-\dfrac{3}{4}=-\dfrac{1}{2}$

ㄷ. $2\sin 60^\circ-\sqrt{3}\tan 45^\circ\times\tan 60^\circ$

$=2\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\sqrt{3}\times1\times\sqrt{3}=-3+\sqrt{3}$

ㄹ. $\sin^2 30^\circ+\sin^2 60^\circ=\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3}{4}=1$

ㅁ. $(1+\sin 45^\circ+\sin 30^\circ)(1-\cos 45^\circ+\cos 60^\circ)$

$=\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\right)\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\right)$

$=\left(\dfrac{3}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\dfrac{3}{2}-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{9}{4}-\dfrac{2}{4}=\dfrac{7}{4}$

따라서 옳은 것은 ㄷ, ㄹ, ㅁ의 3개이다. 답 3개

07 $\angle A=180^\circ\times\dfrac{3}{3+5+10}=30^\circ$

$\therefore \sin A:\cos A:\tan A=\sin 30^\circ:\cos 30^\circ:\tan 30^\circ$

$=\dfrac{1}{2}:\dfrac{\sqrt{3}}{2}:\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=3:3\sqrt{3}:2\sqrt{3}$

$=\sqrt{3}:3:2$ 답 ⑤

08 $\sin 60^\circ\times\cos^2 45^\circ\times\tan x=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$에서

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2\times\tan x=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{4}\tan x=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

$\tan x=1$ $\quad\therefore \angle x=45^\circ$ 답 45°

09 $x^2-(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}=0$에서

$(x-1)(x-\sqrt{3})=0$

$\therefore x=1$ 또는 $x=\sqrt{3}$

$\therefore \tan A=1$ 또는 $\tan A=\sqrt{3}$

그런데 $0^\circ\le A\le 45^\circ$이므로 $\tan A=1$ $\quad\therefore \angle A=45^\circ$

$\therefore \cos^2 A-\sqrt{2}\sin A+1=\cos^2 45^\circ-\sqrt{2}\sin 45^\circ+1$

$=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\sqrt{2}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1$

$=\dfrac{1}{2}$ 답 $\dfrac{1}{2}$

10 $\sin 60^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로

$\cos(x-30^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$에서

$\angle x-30^\circ=30^\circ$ $\quad\therefore \angle x=60^\circ$ 답 60°

11 $\triangle BCD$에서

$\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{DC}}$, $1=\dfrac{\overline{BC}}{\sqrt{2}}$ $\quad\therefore \overline{BC}=\sqrt{2}$ cm

$\triangle ABC$에서

$\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$, $\sqrt{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{\overline{AB}}$

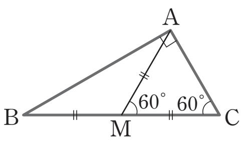
$\therefore \overline{AB}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ cm 답 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ cm

12 $\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$이므로

△AMC에서

$\angle C=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)$

$=60^\circ$



△ABC에서

$\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\cos C=\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$ 　　답 $\dfrac{1}{2}$

13 직선과 x축이 이루는 예각의 크기가 60°이므로 이 직선의 기울기는

$\tan 60^\circ=\sqrt{3}$

따라서 기울기가 $\sqrt{3}$, y절편이 $3\sqrt{3}$인 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x+3\sqrt{3}$

$\therefore \sqrt{3}x-y+3\sqrt{3}=0$ 　　답 ③

14 직선 $y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$가 x축의 양의 방향과 이루는 예각의 크기를 a라 하면

$\tan a=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ 　　$\therefore \angle a=30^\circ$

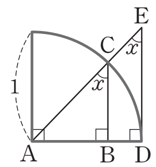
$\therefore m=\tan 2a=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$ 　　답 $\sqrt{3}$

15 (1) $\sin x=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

(2) $\cos x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\overline{BC}}{1}=\overline{BC}$

(3) $\tan x=\dfrac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\dfrac{1}{\overline{DE}}$이므로

$\dfrac{1}{\tan x}=\overline{DE}$



답 (1) ㄱ (2) ㄹ (3) ㅁ

16 [그림 2]에서 $\sin 35^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{10}$

[그림 1]에서 $\sin 35^\circ=0.5736$이므로

$\overline{AC}=5.736$

[그림 2]에서 $\cos 35^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{10}$

[그림 1]에서 $\cos 35^\circ=0.8192$이므로

$\overline{BC}=8.192$

$\therefore \overline{AC}+\overline{BC}=5.736+8.192=13.928$ 　　답 13.928

17 ② $0^\circ\le A\le 90^\circ$일 때, $\angle A$의 크기가 커지면 $\cos A$의 값은 작아진다.

⑤ $\tan A$의 최솟값은 $\angle A=0^\circ$일 때 0이다. 　　답 ②, ⑤

18 $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $\tan x>1$이므로

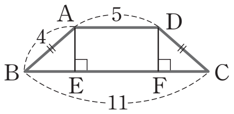
$1-\tan x<0$, $1+\tan x>0$

$\therefore \sqrt{(1-\tan x)^2}+\sqrt{(1+\tan x)^2}$

$=-(1-\tan x)+(1+\tan x)$

$=2\tan x$ 　　답 ⑤

19 오른쪽 그림과 같이 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하면



$\overline{EF}=\overline{AD}=5$이므로

$\overline{BE}=\overline{CF}=\dfrac{1}{2}\times(11-5)=3$ 　　…❶

△ABE에서 $\overline{AE}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$ 　　…❷

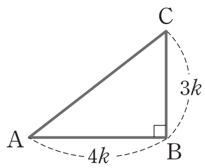
$\therefore \sin B=\dfrac{\overline{AE}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$ 　　…❸

답 $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

채점 기준	배점
❶ 점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, $\overline{BE}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{AE}$의 길이 구하기	2점
❸ △ABE에서 $\sin B$의 값 구하기	2점

20 $\sin A : \cos A=3:4$이므로

오른쪽 그림과 같은 △ABC에서



$\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}:\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=3:4$

$\overline{BC}=3k$, $\overline{AB}=4k$ $(k>0)$라 하면

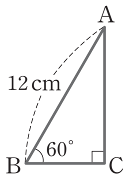
$\tan A=\dfrac{3k}{4k}=\dfrac{3}{4}$ 　　…❶

$\therefore \dfrac{\tan A+1}{1-\tan A}=\left(\dfrac{3}{4}+1\right)\div\left(1-\dfrac{3}{4}\right)=\dfrac{7}{4}\times 4=7$ 　　…❷

답 7

채점 기준	배점
❶ $\tan A$의 값 구하기	3점
❷ 주어진 식의 값 구하기	2점

21 2시 정각일 때 시침과 분침이 이루는 예각의 크기가 60°이므로 오른쪽 그림과 같은 △ABC에서



$\cos 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{12}$, $\dfrac{1}{2}=\dfrac{\overline{BC}}{12}$

$2\overline{BC}=12$ 　　$\therefore \overline{BC}=6\text{ cm}$ 　　…❶

따라서 시침의 길이는 6 cm이다. 　　…❷

답 6 cm

채점 기준	배점
❶ $\overline{BC}$의 길이 구하기	4점
❷ 시침의 길이 구하기	1점

22 $\angle A=44^\circ$이므로 $\angle B=90^\circ-44^\circ=46^\circ$ 　　…❶

주어진 삼각비의 표에서 $\tan 46^\circ=1.0355$

$\tan 46^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{20}=1.0355$

$\therefore \overline{AC}=20\times 1.0355=20.71$ 　　…❷

답 20.71

채점 기준	배점
❶ $\angle B$의 크기 구하기	2점
❷ $\overline{AC}$의 길이 구하기	4점

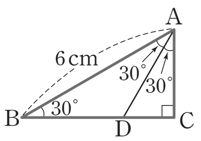
05. 삼각비의 활용

THEME 13 삼각형의 변의 길이 · 1회 실전 연습 문제 52~53쪽

01 $\sin B=\dfrac{b}{c}$이므로 $c=\dfrac{b}{\sin B}$

$\cos B=\dfrac{a}{c}$이므로 $c=\dfrac{a}{\cos B}$ 답 ②

02 $\triangle ABC$에서



$\overline{AC}=\overline{AB}\sin 30^\circ=6\times\dfrac{1}{2}=3\,(\text{cm})$

$\angle DAC=30^\circ$이므로 $\triangle ADC$에서

$\overline{CD}=\overline{AC}\tan 30^\circ=3\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 ②

| 다른 풀이 | $\angle BAC=60^\circ$이므로

$\overline{AB}:\overline{AC}:\overline{BC}=2:1:\sqrt{3}$에서

$6:\overline{AC}:\overline{BC}=2:1:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AC}=3\,\text{cm},\ \overline{BC}=3\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\angle BAD=\angle DAC$이므로

$\overline{BD}:\overline{DC}=6:3=2:1$

$\therefore \overline{CD}=\dfrac{1}{3}\overline{BC}=\dfrac{1}{3}\times 3\sqrt{3}=\sqrt{3}\,(\text{cm})$

03 $\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=200\sin 60^\circ=200\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=100\sqrt{3}$

$\triangle CAH$는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}=100\sqrt{3}$ 답 ④

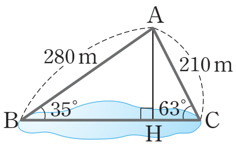
04 $\triangle ACB$에서

$\overline{BC}=20\tan 35^\circ=20\times 0.7=14\,(\text{m})$

따라서 이 나무의 높이는

$\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=14+1.6=15.6\,(\text{m})$ 답 15.6 m

05 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



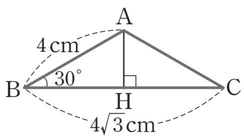
$\overline{BH}=280\cos 35^\circ\,(\text{m})$

$\overline{CH}=210\cos 63^\circ\,(\text{m})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$

$=280\cos 35^\circ+210\cos 63^\circ\,(\text{m})$ 답 ②

06 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\overline{AB}\sin 30^\circ$

$=4\times\dfrac{1}{2}=2\,(\text{cm})$

$\overline{BH}=\overline{AB}\cos 30^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{16}=4\,(\text{cm})$ 답 ④

07 $\triangle BCD$에서

$\overline{CD}=4\sin 30^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2$

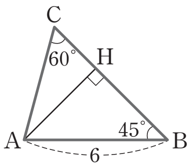
$\angle A=180^\circ-(30^\circ+105^\circ)=45^\circ$이므로

$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}=\dfrac{\overline{CD}}{\sin 45^\circ}=2\div\dfrac{1}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AC}+\overline{CD}=2\sqrt{2}+2=2(\sqrt{2}+1)$ 답 $2(\sqrt{2}+1)$

08 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle ABH$에서



$\overline{AH}=6\sin 45^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

$\triangle AHC$에서

$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}}{\overline{AC}}$

$\therefore \overline{AC}=2\sqrt{6}$ 답 ③

09 $\angle ABC=60^\circ$이므로 $\angle ABE=30^\circ$

즉, $\triangle ABE$는 $\overline{AE}=\overline{BE}$인 이등변삼각형이므로

$\overline{BE}=\overline{AE}=8$

$\triangle BCE$에서

$\overline{CE}=\overline{BE}\sin 30^\circ=8\times\dfrac{1}{2}=4$

$\triangle ECD$에서 $\angle DEC=50^\circ$이므로

$\overline{CD}=\overline{CE}\tan 50^\circ=4\times 1.19=4.76$ 답 4.76

10 $\overline{FG}=\overline{FC}\cos 30^\circ=4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{CG}=\overline{FC}\sin 30^\circ=4\times\dfrac{1}{2}=2\,(\text{cm})$

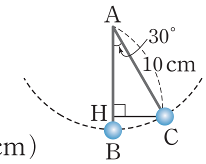
따라서 이 직육면체의 겉넓이는

$2\times(3\times 2+3\times 2\sqrt{3}+2\times 2\sqrt{3})$

$=12+20\sqrt{3}=4(3+5\sqrt{3})\,(\text{cm}^2)$ 답 $4(3+5\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

11 $\overline{AB}=\overline{AC}=10\,\text{cm}$

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



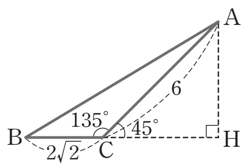
$\overline{AH}=10\cos 30^\circ=10\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

따라서 B 지점과 C 지점에서의 추의 높이의 차는

$\overline{HB}=\overline{AB}-\overline{AH}=10-5\sqrt{3}=5(2-\sqrt{3})\,(\text{cm})$

답 $5(2-\sqrt{3})\,\text{cm}$

12 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH=180^\circ-135^\circ=45^\circ$

이므로

$\overline{AH}=6\sin 45^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

$\overline{CH}=6\cos 45^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

$\overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}=5\sqrt{2}$

따라서 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{(5\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{68}=2\sqrt{17}$ 답 ①

01 ② $\sin B=\dfrac{\overline{AH}}{c}$이므로 $\overline{AH}=c\sin B$

③ $\cos B=\dfrac{\overline{BH}}{c}$이므로 $c=\dfrac{\overline{BH}}{\cos B}$

④ $\overline{AH}=b\sin C=c\sin B$

⑤ $\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=c\cos B+b\cos C$

따라서 옳은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

02 $\triangle ABC$에서

$\tan C=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}$, $\dfrac{2}{3}=\dfrac{8}{\overline{BC}}$

$\therefore \overline{BC}=12$

$\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times12=6$

$\triangle ABM$에서

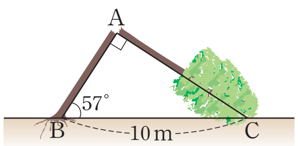
$\overline{AM}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10$ 답 10

03 $\overline{AG}=\sqrt{4^2+4^2+4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$

$\overline{EG}=\sqrt{4^2+4^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

$\overline{AE}\perp\overline{EG}$이므로 직각삼각형 AEG에서

$\cos x=\dfrac{\overline{EG}}{\overline{AG}}=\dfrac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ 답 ④

04 

$\overline{AC}=10\sin57^\circ$

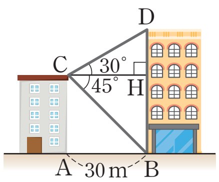
$=10\times0.8=8\,(\mathrm{m})$

$\overline{AB}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}$

$=6\,(\mathrm{m})$

따라서 이 나무의 원래 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC}=6+8=14\,(\mathrm{m})$ 답 ①

05 

$\triangle CBH$는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BH}=\overline{CH}=30\,\mathrm{m}$

$\triangle DCH$에서

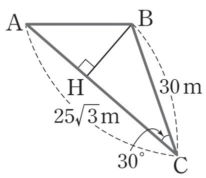
$\overline{DH}=30\tan30^\circ=30\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$=10\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

따라서 B 건물의 높이는

$\overline{BH}+\overline{DH}=30+10\sqrt{3}=10(3+\sqrt{3})\,(\mathrm{m})$

답 $10(3+\sqrt{3})\,\mathrm{m}$

06 

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle BHC$에서

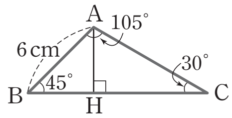
$\overline{BH}=30\sin30^\circ=30\times\dfrac{1}{2}=15\,(\mathrm{m})$

$\overline{CH}=30\cos30^\circ=30\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=15\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

$\overline{AH}=\overline{AC}-\overline{CH}=25\sqrt{3}-15\sqrt{3}=10\sqrt{3}\,(\mathrm{m})$

따라서 $\triangle BAH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{(10\sqrt{3})^2+15^2}=\sqrt{525}=5\sqrt{21}\,(\mathrm{m})$ 답 ⑤

07 

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=6\sin45^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$=3\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

$\overline{BH}=6\cos45^\circ=6\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

$\angle C=180^\circ-(45^\circ+105^\circ)=30^\circ$이므로

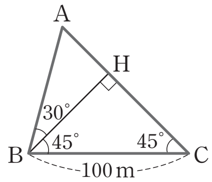
$\triangle AHC$에서

$\overline{HC}=\dfrac{\overline{AH}}{\tan30^\circ}=3\sqrt{2}\div\dfrac{1}{\sqrt{3}}=3\sqrt{6}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}$

$=3\sqrt{2}+3\sqrt{6}$

$=3(\sqrt{2}+\sqrt{6})\,(\mathrm{cm})$ 답 $3(\sqrt{2}+\sqrt{6})\,\mathrm{cm}$

08 

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle BCH$에서

$\overline{CH}=100\cos45^\circ$

$=100\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=50\sqrt{2}\,(\mathrm{m})$

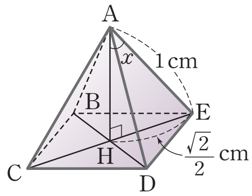
$\overline{BH}=\overline{CH}=50\sqrt{2}\,\mathrm{m}$

$\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\dfrac{\overline{BH}}{\cos30^\circ}=50\sqrt{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{100\sqrt{6}}{3}\,(\mathrm{m})$

따라서 이 다리의 길이는 $\dfrac{100\sqrt{6}}{3}$ m이다.

답 $\dfrac{100\sqrt{6}}{3}$ m

09 

주어진 전개도로 만들어지는 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 정사각뿔이다.

□BCDE는 한 변의 길이가 1 cm인 정사각형이므로

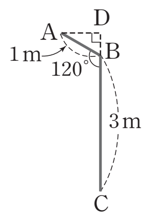
$\overline{CE}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{HE}=\dfrac{1}{2}\overline{CE}=\dfrac{1}{2}\times\sqrt{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\,(\mathrm{cm})$

$\triangle AHE$에서

$\sin x=\dfrac{\overline{EH}}{\overline{AE}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\div1=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\therefore \angle x=45^\circ$ 답 45°

10 

오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{CB}$의 연장선에 내린 수선의 발을 D라 하면

직각삼각형 ABD에서

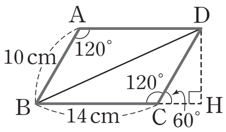
$\angle ABD=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\overline{BD}=1\times\cos60^\circ=1\times\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}\,(\mathrm{m})$

따라서 지면에서 점 A까지의 거리는 $\overline{CD}$의 길이와 같으므로 구하는 가로등의 높이는

$\overline{CD}=\overline{CB}+\overline{BD}=3+\dfrac{1}{2}=\dfrac{7}{2}\,(\mathrm{m})$ 답 $\dfrac{7}{2}$ m

11 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선 위에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=10\sin 60^\circ$

$=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\overline{CH}=10\cos 60^\circ$

$=10\times\frac{1}{2}=5\,(\text{cm})$

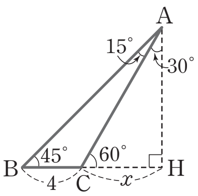
$\therefore \overline{BH}=\overline{BC}+\overline{CH}=14+5=19\,(\text{cm})$

△DBH에서

$\overline{BD}=\sqrt{19^2+(5\sqrt{3})^2}=\sqrt{436}$

$=2\sqrt{109}\,(\text{cm})$ 답 $2\sqrt{109}$ cm

12 △ABC에서



$\angle ACH=45^\circ+15^\circ=60^\circ$

△ACH에서

$\angle CAH=30^\circ$

$\overline{CH}=x$라 하면

△ABH는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{AH}=\overline{BH}=x+4$

△ACH에서

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}$, $\sqrt{3}=\frac{x+4}{x}$

$\sqrt{3}x=x+4$, $(\sqrt{3}-1)x=4$

$\therefore x=2\sqrt{3}+2$

△ACH에서

$\overline{AC}=\frac{x}{\cos 60^\circ}=(2\sqrt{3}+2)\div\frac{1}{2}=4\sqrt{3}+4$

△ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{2}\,\overline{BH}=\sqrt{2}(2\sqrt{3}+6)=2\sqrt{6}+6\sqrt{2}$

따라서 △ABC의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}=2\sqrt{6}+6\sqrt{2}+4+4\sqrt{3}+4$

$=6\sqrt{2}+4\sqrt{3}+2\sqrt{6}+8$

$\therefore a=6,\ b=4,\ c=2,\ d=8$

$\therefore a+b+c+d=6+4+2+8=20$ 답 ②

56쪽

THEME **14** 삼각형과 사각형의 넓이 **1회 실전 연습 문제**

01 $\overline{CH}=h$ m라 하면 △CBH는 직각이등변삼각형이므로

$\overline{BH}=\overline{CH}=h$ m

$\overline{AH}=(100+h)$ m

△CAH에서

$\tan 30^\circ=\frac{\overline{CH}}{\overline{AH}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{h}{100+h}$

$\sqrt{3}h=100+h$, $(\sqrt{3}-1)h=100$

$\therefore h=50(\sqrt{3}+1)$

따라서 이 전망대의 높이 $\overline{CH}$의 길이는

$50(\sqrt{3}+1)$ m이다. 답 ⑤

02 $\overline{AC}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로

△ACD=△ACE

∴ □ABCD=△ABC+△ACD

=△ABC+△ACE

=△ABE

$=\frac{1}{2}\times 3\times 8\times\sin 60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 3\times 8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=6\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 $6\sqrt{3}\text{ cm}^2$

03 □ABCD=△ABD+△DBC

$=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times 8\times 2\sqrt{2}\times\sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{1}{2}\times 8\times 2\sqrt{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=4+8$

$=12\,(\text{cm}^2)$ 답 12 cm^2

04 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 서로 같으므로

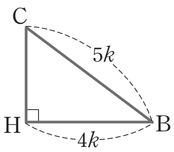
$\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)=6\sqrt{3}$

$\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin 60^\circ=6\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=6\sqrt{3}$, $x^2=24$

$\therefore x=2\sqrt{6}$ ($\because x>0$) 답 $2\sqrt{6}$

05 $\cos B=\frac{4}{5}$이므로 오른쪽 직각삼각형에서



$\overline{CH}=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$ (단, $k>0$)

△CAH에서

$\overline{AH}=\overline{CH}\tan 30^\circ=3k\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}k$

$\overline{AH}+\overline{BH}=\overline{AB}$에서

$\sqrt{3}k+4k=65$, $(\sqrt{3}+4)k=65$

$\therefore k=5(4-\sqrt{3})$

$\therefore \overline{CH}=3k=3\times 5(4-\sqrt{3})=15(4-\sqrt{3})$ 답 ④

06 $\triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC$

$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(12\times 16\times\sin 60^\circ)$

$=\frac{1}{4}\times\left(12\times 16\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=24\sqrt{3}\,(\text{cm}^2)$ 답 ④

THEME 14 삼각형과 사각형의 넓이 2회 실전 연습 문제

57쪽

01 $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=h\,\text{m}$라 하면

$\overline{BH}=\overline{AH}=h\,\text{m}$

$\triangle ACH$에서

$\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$에서

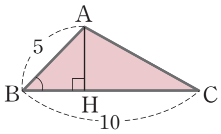
$12=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h,\ 36=(3+\sqrt{3})h$

$\therefore h=\frac{36}{3+\sqrt{3}}=6(3-\sqrt{3})$

따라서 나무의 높이 $\overline{AH}$의 길이는 $6(3-\sqrt{3})\,\text{m}$이다.

답 $6(3-\sqrt{3})\,\text{m}$

02 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\tan B=2$에서 $\overline{BH}=k$라 하면

$\overline{AH}=2k$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{(2k)^2+k^2}=\sqrt{5}k$

$\sqrt{5}k=5$에서 $k=\sqrt{5}$

$\therefore \sin B=\frac{\overline{AH}}{\overline{AB}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\times 10\times \frac{2\sqrt{5}}{5}$

$=10\sqrt{5}$

답 ②

03 $\triangle ABD$에서

$\overline{BD}=\frac{8}{\sin 45^\circ}=8\div\frac{\sqrt{2}}{2}=8\sqrt{2}$

$\therefore \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8+\frac{1}{2}\times 8\sqrt{2}\times 6\sqrt{2}\times \sin 30^\circ$

$=32+24=56$

답 ⑤

04 마름모의 내각 중 예각의 크기는

$360^\circ\div 6=60^\circ$

따라서 구하는 도형의 넓이는

$6\times(12\times 12\times \sin 60^\circ)=6\times\left(12\times 12\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$=6\times 72\sqrt{3}$

$=432\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 ②

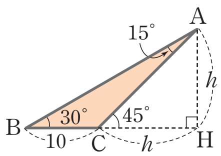
05 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 4\times 6\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

$=6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

답 $6\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

06 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{AH}=h$라 하자.



$\angle ACH=30^\circ+15^\circ=45^\circ$이므로

$\triangle ACH$는 직각이등변삼각형이다.

즉, $\overline{CH}=\overline{AH}=h$

$\triangle ABH$에서

$\tan 30^\circ=\frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$이므로

$\frac{1}{\sqrt{3}}=\frac{h}{10+h},\ (\sqrt{3}-1)h=10$

$\therefore h=5(\sqrt{3}+1)$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 5(\sqrt{3}+1)$

$=25(\sqrt{3}+1)$

답 $25(\sqrt{3}+1)$

07 $\square ABCD=\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B$

(평행사변형 $AB'C'D'$의 넓이)

$=0.8\overline{AB}\times 1.1\overline{BC}\times\sin B$

$=0.88\times(\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin B)$

$=0.88\times\square ABCD$

따라서 평행사변형의 넓이는 12 % 감소한다.

답 ①

THEME 모아 중단원 실전 평가

58~61쪽

01 $\triangle ABD$에서

$\overline{AD}=\overline{AB}\sin 30^\circ$

$=4\times\frac{1}{2}=2$

따라서 $\triangle ADE$에서

$\overline{AE}=\overline{AD}\cos 30^\circ$

$=2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

답 $\sqrt{3}$

02 $\angle BAC=\angle ABD=\angle DBC=30^\circ$이므로

$\overline{BD}=\overline{AD}=4\,\text{cm}$

$\triangle BCD$에서

$\overline{BC}=4\cos 30^\circ$

$=4\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{CD}=4\sin 30^\circ$

$=4\times\frac{1}{2}=2(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times(4+2)$

$=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 ②

03 $\triangle BFG$에서

$\overline{BF}=2\tan 60^\circ=2\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 이 직육면체의 부피는

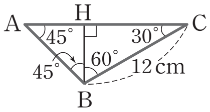
$2\times 3\times 2\sqrt{3}=12\sqrt{3}(\text{cm}^3)$

답 $12\sqrt{3}\,\text{cm}^3$

04 $\triangle ABC$에서

$\angle BAC = 180^\circ - (105^\circ + 30^\circ) = 45^\circ$

오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle BCH$에서

$\overline{BH} = 12\cos 60^\circ = 12 \times \frac{1}{2} = 6\,(\text{cm})$

$\triangle ABH$에서

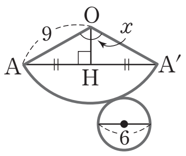
$\overline{AB} = \frac{\overline{BH}}{\sin 45^\circ} = 6 \div \frac{1}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}\,(\text{cm})$

$\triangle DAB$에서

$\overline{DA} = 6\sqrt{2}\tan a = 6\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 12\,(\text{cm})$

따라서 이 삼각기둥의 높이는 12 cm이다. 답 12 cm

05 오른쪽 그림과 같은 원뿔의 전개도에서



$\widehat{AA'} = 6\pi$

부채꼴의 중심각의 크기를 $\angle x$라 하면

$2\pi \times 9 \times \frac{\angle x}{360^\circ} = 6\pi$

$\therefore \angle x = 120^\circ$

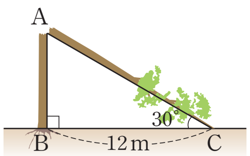
즉, $\angle AOH = 60^\circ$, $\angle OAH = 30^\circ$이므로

$\overline{AH} = 9\cos 30^\circ = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{9\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AA'} = 2\overline{AH} = 9\sqrt{3}$

따라서 구하는 최단 거리는 $9\sqrt{3}$이다. 답 $9\sqrt{3}$

06 $\overline{AB} = 12\tan 30^\circ$



$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$

$= 4\sqrt{3}\,(\text{m})$

$\overline{AC} = \frac{12}{\cos 30^\circ}$

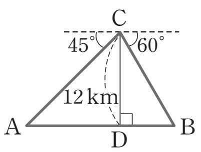
$= 12 \div \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 8\sqrt{3}\,(\text{m})$

따라서 이 나무의 원래 높이는

$\overline{AB} + \overline{AC} = 4\sqrt{3} + 8\sqrt{3} = 12\sqrt{3}\,(\text{m})$ 답 ②

07 $\angle ACD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$



$\triangle CAD$에서

$\overline{AD} = \overline{CD} = 12\,\text{km}$

$\angle BCD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle CDB$에서

$\overline{BD} = 12\tan 30^\circ$

$= 12 \times \frac{\sqrt{3}}{3}$

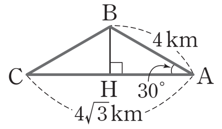
$= 4\sqrt{3}\,(\text{km})$

$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BD} = 4(3+\sqrt{3})\,\text{km}$

따라서 두 사람 사이의 거리는 $4(3+\sqrt{3})$ km이다.

답 $4(3+\sqrt{3})$ km

08 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서

$\overline{BH} = 4\sin 30^\circ$

$= 4 \times \frac{1}{2} = 2\,(\text{km})$

$\overline{AH} = 4\cos 30^\circ$

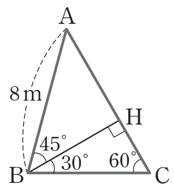
$= 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}\,(\text{km})$

$\therefore \overline{CH} = \overline{AC} - \overline{AH}$

$= 4\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}\,(\text{km})$

$\therefore \overline{BC} = \sqrt{2^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16} = 4\,(\text{km})$ 답 ③

09 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서

$\overline{BH} = 8\cos 45^\circ$

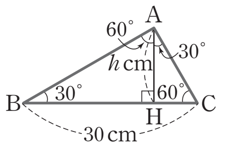
$= 8 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 4\sqrt{2}\,(\text{m})$

$\triangle BCH$에서

$\sin 60^\circ = \frac{\overline{BH}}{\overline{BC}}$, $\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{4\sqrt{2}}{\overline{BC}}$

$\therefore \overline{BC} = \frac{8\sqrt{6}}{3}$ m 답 $\frac{8\sqrt{6}}{3}$ m

10 $\overline{AH} = h$ cm라 하면



$\overline{BH} = h\tan 60^\circ = \sqrt{3}h\,(\text{cm})$

$\overline{CH} = h\tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}h\,(\text{cm})$

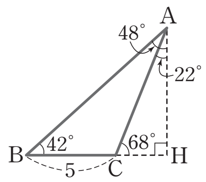
$\overline{BC} = \overline{BH} + \overline{CH}$이므로

$30 = \sqrt{3}h + \frac{\sqrt{3}}{3}h$, $\frac{4\sqrt{3}}{3}h = 30$

$\therefore h = \frac{15\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AH} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$ cm 답 ①

11 $\overline{BH} = \overline{AH}\tan 48^\circ$,



$\overline{CH} = \overline{AH}\tan 22^\circ$이므로

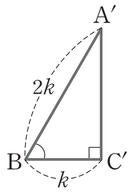
$\overline{BC} = \overline{BH} - \overline{CH}$에서

$5 = \overline{AH}\tan 48^\circ - \overline{AH}\tan 22^\circ$

$\therefore \overline{AH} = \frac{5}{\tan 48^\circ - \tan 22^\circ}$

답 ②

12 $\cos B = \frac{1}{2}$이므로 오른쪽 직각삼각형에서



$\overline{A'C'} = \sqrt{(2k)^2 - k^2} = \sqrt{3}k$ (단, $k > 0$)

$\therefore \sin B = \frac{\sqrt{3}k}{2k} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin B$

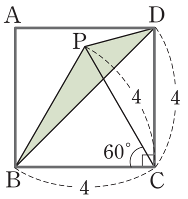
$= \frac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2}$

$= 24\sqrt{3}$ 답 $24\sqrt{3}$

13 $\triangle PBC=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=4\sqrt{3}$



$\triangle PCD=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin30^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{1}{2}$

$=4$

$\triangle DBC=\frac{1}{2}\times4\times4=8$

$\therefore\ \triangle PBD=\triangle PBC+\triangle PCD-\triangle DBC$

$=4\sqrt{3}+4-8$

$=4\sqrt{3}-4$

$=4(\sqrt{3}-1)$

답 $4(\sqrt{3}-1)$

14 $\triangle ADE$에서

$\overline{DE}=8\sin60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}$

$\angle CDE=90^\circ+30^\circ=120^\circ$

$\therefore\ \triangle CDE=\frac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times8\times4\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=24$

답 24

15 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\angle AOB=360^\circ\times\frac{3}{3+4+2}=120^\circ$

$\therefore\ \triangle ABO=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

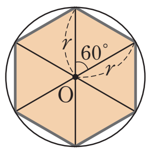
$=\frac{1}{2}\times8\times8\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times8\times8\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=16\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

답 ②

16 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 정육각형의 넓이는 $54\sqrt{3}$이므로



$6\times\left(\frac{1}{2}\times r\times r\times\sin60^\circ\right)=54\sqrt{3}$

$6\times\left(\frac{1}{2}\times r\times r\times\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=54\sqrt{3}$

$\frac{3\sqrt{3}}{2}r^2=54\sqrt{3}$

$r^2=36\quad\therefore\ r=6\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 6이다.

답 6

17 $\overline{AC}=\overline{BD}=x$라 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin30^\circ$이므로

$9=\frac{1}{2}\times x\times x\times\frac{1}{2}$

$9=\frac{1}{4}x^2,\ x^2=36\quad\therefore\ x=6\ (\because x>0)$

$\therefore\ \overline{AC}=6$

답 6

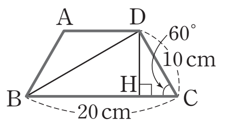
18 $\square ABCD=\frac{1}{2}\times4\times2\times\sin x$이므로

$2\sqrt{3}=4\sin x,\ \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore\ \angle x=60^\circ$

$\therefore\ \tan x=\tan60^\circ=\sqrt{3}$

답 $\sqrt{3}$

19 오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle DHC$에서

$\overline{DH}=10\sin60^\circ$

$=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=5\sqrt{3}(\text{cm})$ …❶

$\overline{CH}=10\cos60^\circ$

$=10\times\frac{1}{2}=5(\text{cm})$

$\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}$

$=20-5=15(\text{cm})$ …❷

$\triangle DBH$에서

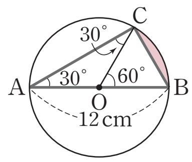
$\overline{BD}=\sqrt{15^2+(5\sqrt{3})^2}=10\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 빨대에서 물에 잠긴 부분의 길이는 $10\sqrt{3}$ cm이다. …❸

답 $10\sqrt{3}$ cm

채점 기준	배점
❶ $\overline{DH}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{BH}$의 길이 구하기	2점
❸ 빨대에서 물에 잠긴 부분의 길이 구하기	2점

20 $\triangle AOC$에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로



$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$

삼각형의 외각의 성질에 의해

$\angle COB=30^\circ+30^\circ=60^\circ$ …❶

$\overline{OB}=\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times12=6(\text{cm})$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

(부채꼴 COB의 넓이)$-\triangle COB$

$=\pi\times6^2\times\frac{60}{360}-\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin60^\circ$

$=6\pi-9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ …❷

답 $(6\pi-9\sqrt{3})\text{ cm}^2$

채점 기준	배점
❶ 삼각형의 외각의 성질을 이용하여 $\angle COB$의 크기 구하기	2점
❷ 색칠한 부분의 넓이 구하기	4점

21 점 I가 $\triangle ABC$의 내심이므로

$\angle AIB=90^\circ+\frac{1}{2}\angle C$

$=90^\circ+\frac{1}{2}\times60^\circ=120^\circ$ …❶

$\therefore \triangle AIB=\frac{1}{2}\times4\times3\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times4\times3\times\sin60^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times3\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

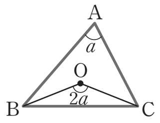
$=3\sqrt{3}(cm^2)$ …❷

답 $3\sqrt{3}$ cm^2

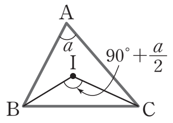
채점 기준	배점
❶ ∠AIB의 크기 구하기	2점
❷ △AIB의 넓이 구하기	2점

참고 삼각형의 외심은 세 변의 수직이등분선의 교점이고, 삼각형의 내심은 세 내각의 이등분선의 교점이다.

(i) 점 O가 외심일 때



(ii) 점 I가 내심일 때



22 $\square ABCD=6\times8\times\sin45^\circ$

$=6\times8\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=24\sqrt{2}(cm^2)$ …❶

$\triangle ABM=\frac{1}{2}\times6\times4\times\sin45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times6\times4\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=6\sqrt{2}(cm^2)$

$\triangle MCN=\frac{1}{2}\times4\times3\times\sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times4\times3\times\sin45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times4\times3\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}(cm^2)$

$\triangle AND=\frac{1}{2}\times8\times3\times\sin45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times8\times3\times\frac{\sqrt{2}}{2}$

$=6\sqrt{2}(cm^2)$ …❷

$\therefore \triangle AMN$

$=\square ABCD-\triangle ABM-\triangle MCN-\triangle AND$

$=24\sqrt{2}-6\sqrt{2}-3\sqrt{2}-6\sqrt{2}$

$=9\sqrt{2}(cm^2)$ …❸

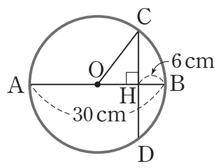
답 $9\sqrt{2}$ cm^2

채점 기준	배점
❶ 평행사변형 ABCD의 넓이 구하기	1점
❷ △ABM, △MCN, △AND의 넓이 각각 구하기	3점
❸ △AMN의 넓이 구하기	2점

06. 원과 직선

THEME 15 원과 현 — 1회 실전 연습 문제 62쪽

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OC}$를 그으면



$\overline{OB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times30=15$ (cm)

$\overline{OH}=\overline{OB}-\overline{HB}$

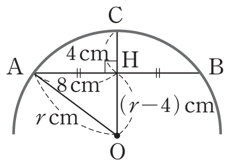
$=15-6=9$ (cm)

직각삼각형 COH에서

$\overline{CH}=\sqrt{15^2-9^2}=\sqrt{144}=12$ (cm)

$\therefore \overline{CD}=2\overline{CH}=2\times12=24$ (cm) 답 24 cm

02 $\overline{CH}$가 $\overline{AB}$의 수직이등분선이므로 $\overline{CH}$의 연장선은 원의 중심을 지난다. 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



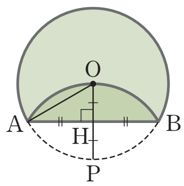
$\overline{OH}=(r-4)$ cm

직각삼각형 OHA에서

$r^2=(r-4)^2+8^2$, $8r=80$ $\therefore r=10$

따라서 이 원의 반지름의 길이는 10 cm이다. 답 10 cm

03 오른쪽 그림과 같이 원을 접었을 때 원의 중심 O와 일치하는 점을 P라 하고 $\overline{OP}$와 $\overline{AB}$의 교점을 H라 하면



$\overline{OP}\perp\overline{AB}$, $\overline{OH}=\overline{HP}=5$ cm이므로

직각삼각형 OAH에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-5^2}=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$(cm) 답 ④

04 ① $\overline{AC}=\overline{AB}=10$ cm

②, ③ △ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이고 ∠BAC$=60^\circ$이므로 ∠ABC$=$∠ACB$=60^\circ$

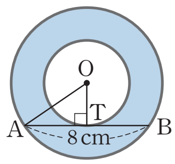
④ △ABC는 정삼각형이므로 $\overline{BC}=10$ cm

⑤ △ABC는 한 변의 길이가 10 cm인 정삼각형이므로

$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times10^2=25\sqrt{3}(cm^2)$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다. 답 ④

05 오른쪽 그림과 같이 현 AB와 작은 원의 접점을 T라 하면



$\overline{AT}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)

또, ∠ATO$=90^\circ$이므로

직각삼각형 OAT에서

$\overline{OA}^2=\overline{OT}^2+\overline{AT}^2$, $\overline{OA}^2=\overline{OT}^2+4^2$

$\therefore \overline{OA}^2-\overline{OT}^2=16$

따라서 색칠한 부분의 넓이는

$\pi\times\overline{OA}^2-\pi\times\overline{OT}^2=\pi(\overline{OA}^2-\overline{OT}^2)$

$=16\pi$ (cm^2) 답 16π cm^2

06 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 직각삼각형 OBM에서
$\overline{OB}=5$
$\overline{BM}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3$
$\overline{CD}=\overline{AB}=2\overline{BM}=2\times3=6$
$\triangle OAB\equiv\triangle OCD$ (SSS 합동)이므로
$\triangle OCD=\triangle OAB$
$=\frac{1}{2}\times6\times4=12$ 답 12

THEME 15 원과 현 — 2회 실전 연습 문제

63쪽

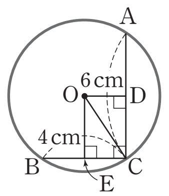
01 $\overline{OH}=8-3=5\,(\mathrm{cm})$이므로 직각삼각형 OAH에서
$\overline{AH}=\sqrt{8^2-5^2}=\sqrt{39}\,(\mathrm{cm})$
$\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times\sqrt{39}=2\sqrt{39}\,(\mathrm{cm})$이므로
$\triangle APB=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{HP}$
$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{39}\times3=3\sqrt{39}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 ①

02 $\overline{OT}=\overline{OM}=6\,\mathrm{cm}$이고, $\overline{OT}\perp\overline{PQ}$이므로
직각삼각형 OPT에서
$\overline{PT}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}\,(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \overline{PQ}=2\overline{PT}=2\times2\sqrt{7}=4\sqrt{7}\,(\mathrm{cm})$ 답 $4\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$

03 ③ $\overline{OB}\neq\overline{MB}$ 답 ③

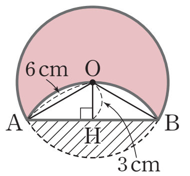
04 □AMON에서 $\angle OMA=\angle ONA=90^\circ$이고
$\angle MON=120^\circ$이므로
$\angle MAN=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+120^\circ)=60^\circ$
$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.
즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$ 답 ①

05 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하면



$\overline{OE}=\overline{DC}=3\,\mathrm{cm}$
$\overline{EC}=2\,\mathrm{cm}$
$\triangle OEC$는 직각삼각형이므로
$\overline{OC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}\,(\mathrm{cm})$ 답 $\sqrt{13}\,\mathrm{cm}$

06 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



직각삼각형 OAH에서
$\overline{OA}=6\,\mathrm{cm}$
$\overline{OH}=\frac{1}{2}\overline{OA}=\frac{1}{2}\times6=3\,(\mathrm{cm})$
$\overline{AH}=\sqrt{6^2-3^2}=\sqrt{27}=3\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}\,(\mathrm{cm})$
또한 직각삼각형 OAH에서
$\overline{OH}:\overline{AH}:\overline{OA}=1:\sqrt{3}:2$이므로 $\angle AOH=60^\circ$
$\therefore\ \angle AOB=120^\circ$

이때 빗금친 활꼴 AB의 넓이는 부채꼴 OAB의 넓이에서 $\triangle OAB$의 넓이를 빼면 되므로
$(\text{활꼴 AB의 넓이})=\pi\times6^2\times\frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times6\sqrt{3}\times3$
$=12\pi-9\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\pi\times6^2-2\times(12\pi-9\sqrt{3})=12\pi+18\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$
답 $(12\pi+18\sqrt{3})\,\mathrm{cm}^2$

THEME 16 원의 접선 — 1회 실전 연습 문제

64~65쪽

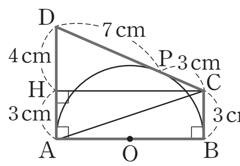
01 $\triangle PAB$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이고
$\angle APB=60^\circ$이므로
$\angle PAB=\angle PBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$
따라서 $\triangle PAB$는 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형이므로
$\triangle PAB=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}\,(\mathrm{cm}^2)$ 답 $4\sqrt{3}\,\mathrm{cm}^2$

02 $\overline{PA}$가 접선이므로 $\triangle PAO$는 $\angle A=90^\circ$인 직각삼각형이다.
$\overline{PO}=13\,\mathrm{cm}$, $\overline{AO}=\overline{BO}=5\,\mathrm{cm}$이므로
$x=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12$ 답 ⑤

03 $\overline{PO}$를 그으면 $\triangle APO\equiv\triangle BPO$(RHS 합동)이므로
$\angle AOP=60^\circ$, $\angle APO=30^\circ$
직각삼각형 APO에서
$\overline{AO}:\overline{PA}=1:\sqrt{3}$
$8:\overline{PA}=1:\sqrt{3}$
$\therefore\ \overline{PA}=8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$
즉, $\angle APB=60^\circ$, $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $\triangle APB$는 정삼각형이다.
$\therefore\ \overline{AB}=\overline{PA}=8\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ 답 ④

04 $\overline{AQ}=\overline{AR}$, $\overline{BP}=\overline{BR}$이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=(\overline{AR}+\overline{RB})+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=\overline{AQ}+\overline{BP}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=(\overline{AQ}+\overline{CA})+(\overline{BP}+\overline{BC})$
$=\overline{QC}+\overline{PC}$
$=2\overline{PC}\ (\because\ \overline{PC}=\overline{QC})$
$=18\,(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \overline{PC}=9\,\mathrm{cm}$
$\therefore\ \overline{PB}=\overline{PC}-\overline{BC}=9-6=3\,(\mathrm{cm})$ 답 3 cm

05 $\overline{DP}=\overline{DA}=7\,\mathrm{cm}$, $\overline{CP}=\overline{BC}=3\,\mathrm{cm}$이므로
$\overline{CD}=\overline{CP}+\overline{DP}=3+7=10\,(\mathrm{cm})$
오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

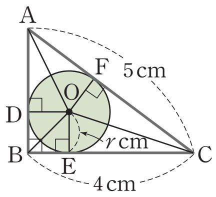


$\overline{DH}=\overline{DA}-\overline{HA}$
$=7-3=4\,(\mathrm{cm})$

직각삼각형 CDH에서
$\overline{CH}=\sqrt{10^2-4^2}=\sqrt{84}=2\sqrt{21}\,(cm)$
따라서 직각삼각형 CHA에서
$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{21})^2+3^2}=\sqrt{93}\,(cm)$ 　답 $\sqrt{93}$ cm

06 $\overline{BE}=\overline{BD}=4$ cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=6$ cm이므로
$\overline{AD}=\overline{AF}=x$ cm라 하면
$2(x+4+6)=30$, $x+10=15$ 　$\therefore x=5$
$\therefore \overline{AF}=5$ cm 　답 ⑤

07 △ABC는 직각삼각형이므로
$\overline{AB}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,(cm)$
오른쪽 그림에서 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
△ABC의 넓이에서



$\frac{1}{2}\times4\times3=\frac{1}{2}\times r\times(3+4+5)$
$6=6r$ 　$\therefore r=1$
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times1^2=\pi\,(cm^2)$ 　답 $\pi\,cm^2$

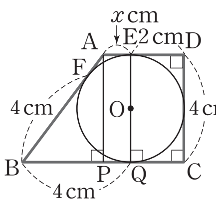
08 $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{DC}$이므로
$x+(2x+2)=(x+6)+(x+3)$
$3x+2=2x+9$ 　$\therefore x=7$ 　답 ②

09 $\overline{AO}$는 ∠QAP를 이등분하므로 ∠OAP$=30^\circ$
$\overline{AP}$는 원 O의 접선이므로 ∠APO$=90^\circ$
직각삼각형 OAP에서
$\overline{AP}=10\cos30^\circ=10\times\frac{\sqrt{3}}{2}=5\sqrt{3}\,(cm)$
$\overline{BR}=\overline{BP}$, $\overline{CR}=\overline{CQ}$이므로
(△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$
$=\overline{AB}+(\overline{BR}+\overline{CR})+\overline{CA}$
$=\overline{AB}+\overline{BP}+\overline{CQ}+\overline{CA}$
$=\overline{AP}+\overline{AQ}$
$=2\overline{AP}$
$=2\times5\sqrt{3}$
$=10\sqrt{3}\,(cm)$ 　답 ④

10 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E라 하면
$\overline{DE}=\overline{DA}$, $\overline{EC}=\overline{BC}$에서
$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{DE}+\overline{EC}=\overline{DC}=10\,(cm)$
∠DAB=∠CBA$=90^\circ$이므로 □ABCD는 사다리꼴이다.
$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$
$=\frac{1}{2}\times10\times8=40\,(cm^2)$ 　답 ③

11 $\overline{AD}:\overline{BC}=3:4$이므로
$\overline{AD}=3x$ cm, $\overline{BC}=4x$ cm라 하면
$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$에서
$3x+4x=13+15$, $7x=28$ 　$\therefore x=4$
$\therefore \overline{AD}=3x=3\times4=12\,(cm)$ 　답 12 cm

12 오른쪽 그림과 같이 원과 사각형의 접점을 E, F라 하고 점 A와 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하자.



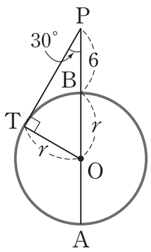
$\overline{AP}=\overline{EQ}=\overline{DC}=4$ cm이므로
$\overline{AE}=x$ cm라 하면
$\overline{AF}=\overline{AE}=x$ cm
$\overline{BP}=\overline{BC}-\overline{PC}=6-(x+2)=4-x\,(cm)$
$\overline{AB}=\overline{BF}+\overline{FA}=4+x\,(cm)$
직각삼각형 ABP에서
$(4-x)^2+4^2=(4+x)^2$
$16x=16$ 　$\therefore x=1$
$\therefore \overline{AB}=4+1=5\,(cm)$ 　답 ②

66~67쪽

THEME 16 원의 접선 　2회 실전 연습 문제

01 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 △PBA는 이등변삼각형이다.
$\therefore$ ∠PAB$=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$ 　답 55°

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 그어 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면
△PTO는 ∠PTO$=90^\circ$이고
∠P$=30^\circ$인 직각삼각형이므로



$\overline{TO}:\overline{OP}=1:2$
$r:(r+6)=1:2$
$2r=r+6$ 　$\therefore r=6$
$\overline{PT}:\overline{OT}=\sqrt{3}:1$이므로 $\overline{PT}:6=\sqrt{3}:1$
$\therefore \overline{PT}=6\sqrt{3}$ 　답 ②

03 □AOBP에서
∠OAP=∠OBP$=90^\circ$이므로
∠P+∠AOB$=180^\circ$
$\therefore$ ∠P$=180^\circ-150^\circ=30^\circ$ 　답 30°

04 $\overline{PA}=\overline{PB}=10$ cm
$\overline{CA}=10-6=4\,(cm)$
$\therefore \overline{CE}=\overline{CA}=4$ cm
$\overline{DB}=10-8=2\,(cm)$이므로
$\overline{DE}=\overline{DB}=2$ cm
$\therefore \overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=4+2=6\,(cm)$ 　답 6 cm

05 ∠OPC$=90^\circ$이므로 △OCP에서
$\overline{CP}=\sqrt{12^2-6^2}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}\,(cm)$
$\overline{AR}=\overline{AP}$, $\overline{BR}=\overline{BQ}$이므로
(△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=(\overline{AR}+\overline{RB})+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=(\overline{PA}+\overline{QB})+\overline{BC}+\overline{AC}$
$=(\overline{PA}+\overline{AC})+(\overline{QB}+\overline{BC})$
$=\overline{CP}+\overline{CQ}=2\overline{CP}$
$=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}\,(cm)$ 　답 ②

06 반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 P라 하면

$\overline{DP}=\overline{AD}$, $\overline{CP}=\overline{BC}$

즉, $\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로 $9=4+\overline{BC}$

$\therefore \overline{BC}=5\,\text{cm}$ 답 5 cm

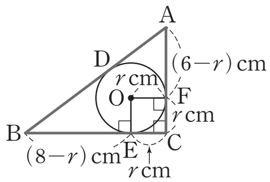
07 $\overline{AR}=\overline{AP}=5\,\text{cm}$

$\overline{BQ}=\overline{BP}=12-5=7\,(\text{cm})$

$\overline{CQ}=\overline{CR}=8-5=3\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BQ}+\overline{CQ}=7+3=10\,(\text{cm})$ 답 ②

08 오른쪽 그림과 같이 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



□OECF는 정사각형이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=r\,\text{cm}$

$\overline{BD}=\overline{BE}=(8-r)\,\text{cm}$

$\overline{AD}=\overline{AF}=(6-r)\,\text{cm}$

$\overline{AB}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10\,(\text{cm})$이므로

$(8-r)+(6-r)=10$, $2r=4$

$\therefore r=2$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times2=4\pi\,(\text{cm})$ 답 ④

09 $\angle OAP=\angle OBP=90^\circ$이므로

$\angle AOB+\angle APB=180^\circ$

$\therefore \angle APB=60^\circ$

① $\overline{PA}=\overline{PB}=4\sqrt{6}$이고 $\angle APO=30^\circ$이므로

직각삼각형 OAP에서

$\overline{AP}:\overline{OP}=\sqrt{3}:2$, $4\sqrt{6}:\overline{OP}=\sqrt{3}:2$

$\therefore \overline{OP}=8\sqrt{2}$

② 직각삼각형 OAP에서

$\overline{OA}:\overline{AP}=1:\sqrt{3}$, $\overline{OA}:4\sqrt{6}=1:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{OA}=4\sqrt{2}$

③ $\angle APB=60^\circ$이므로 $\triangle APB$는 정삼각형이다.

$\therefore \triangle APB=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(4\sqrt{6})^2=24\sqrt{3}$

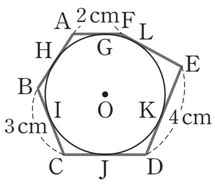
④ $\widehat{AB}=2\pi\times4\sqrt{2}\times\dfrac{120}{360}=\dfrac{8\sqrt{2}}{3}\pi$

⑤ $\square OAPB=2\triangle OAP$

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{6}\times4\sqrt{2}\right)=32\sqrt{3}$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다. 답 ⑤

10 오른쪽 그림과 같이 육각형과 원 O의 접점을 각각 G, H, I, J, K, L이라 하면



$\overline{AG}=\overline{AH}$, $\overline{BH}=\overline{BI}$, $\overline{CI}=\overline{CJ}$,

$\overline{DJ}=\overline{DK}$, $\overline{EK}=\overline{EL}$, $\overline{FL}=\overline{FG}$

이므로

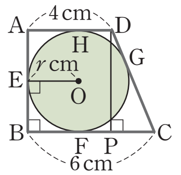
$\overline{AB}+\overline{CD}+\overline{EF}=\overline{BC}+\overline{DE}+\overline{AF}$

$=3+4+2=9\,(\text{cm})$

$\therefore$ (육각형 ABCDEF의 둘레의 길이)$=9+9=18\,(\text{cm})$

답 18 cm

11 오른쪽 그림과 같이 네 접점을 E, F, G, H라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면



$\overline{AE}=\overline{AH}=\overline{EB}=\overline{BF}=r\,\text{cm}$

$\overline{HD}=\overline{DG}=(4-r)\,\text{cm}$

$\overline{CG}=\overline{CF}=(6-r)\,\text{cm}$

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 P라 하면 $\triangle DPC$에서

$(10-2r)^2=(2r)^2+2^2$

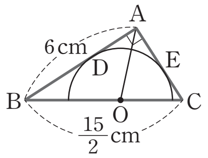
$100-40r+4r^2=4r^2+4$

$40r=96$ $\quad\therefore r=\dfrac{12}{5}$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times\left(\dfrac{12}{5}\right)^2$

$=\dfrac{144}{25}\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $\dfrac{144}{25}\pi\,\text{cm}^2$

12 직각삼각형 ABC에서



$\overline{AC}=\sqrt{\left(\dfrac{15}{2}\right)^2-6^2}=\sqrt{\dfrac{81}{4}}=\dfrac{9}{2}\,(\text{cm})$

반원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OD}=\overline{OE}=r\,\text{cm}$

$\triangle ABC=\triangle ABO+\triangle ACO$이므로

$\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{9}{2}=\dfrac{1}{2}\times6\times r+\dfrac{1}{2}\times\dfrac{9}{2}\times r$

$\dfrac{21}{2}r=27$ $\quad\therefore r=\dfrac{18}{7}$

따라서 반원 O의 반지름의 길이는 $\dfrac{18}{7}$ cm이다. 답 $\dfrac{18}{7}$ cm

THEME 모아 중단원 실전 평가 68~71쪽

01 직각삼각형 OAM에서

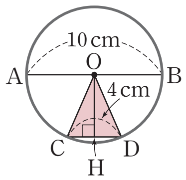
$\overline{AM}=\sqrt{4^2-2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times2\sqrt{3}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 ③

02 $\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\overline{OC}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times10=5\,(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



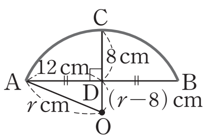
$\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\overline{CD}=\dfrac{1}{2}\times4=2\,(\text{cm})$

직각삼각형 OCH에서

$\overline{OH}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}\,(\text{cm})$

$\therefore \triangle OCD=\dfrac{1}{2}\times4\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}\,(\text{cm}^2)$ 답 $2\sqrt{21}\,\text{cm}^2$

03 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

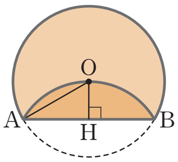


직각삼각형 AOD에서

$r^2=(r-8)^2+12^2$

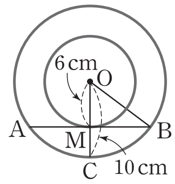
$r^2=r^2-16r+64+144$
$16r=208$
$\therefore r=13$
따라서 원래 접시의 반지름의 길이는 13 cm이다. 답 13 cm

04 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



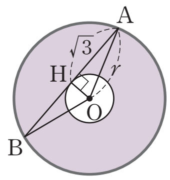
$\overline{OH}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$
직각삼각형 OAH에서
$\overline{AH}=\sqrt{8^2-4^2}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{AH}=2\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{3}\,(\text{cm})$ 답 $8\sqrt{3}$ cm

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



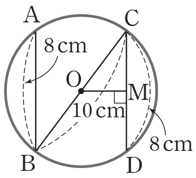
$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로
직각삼각형 OMB에서
$\overline{BM}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times 8=16\,(\text{cm})$
답 ④

06 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}=\sqrt{3}$
직각삼각형 AHO에서
$\overline{OH}=\sqrt{r^2-(\sqrt{3})^2}$
$=\sqrt{r^2-3}$
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\pi r^2-\pi(\sqrt{r^2-3})^2=\pi r^2-(\pi r^2-3\pi)$
$=3\pi$ 답 ③

07 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times 8=4\,(\text{cm})$
$\overline{OC}=5$ cm이므로
직각삼각형 OMC에서
$\overline{OM}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,(\text{cm})$
길이가 같은 두 현은 원의 중심으로부터의 거리가 서로 같으므로 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 사이의 거리는 6 cm이다. 답 ②

08 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$
따라서 △ABC는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle ABC=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$
□MBHO에서
$65^\circ+90^\circ+90^\circ+\angle MOH=360^\circ$
$\therefore \angle MOH=115^\circ$ 답 ②

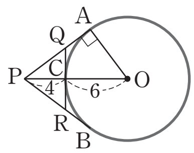
09 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로
$\overline{PA}=\overline{PB}$
$\overline{PB}$, $\overline{PC}$가 원 O′의 접선이므로
$\overline{PB}=\overline{PC}$
즉, $\overline{PA}=\overline{PC}$에서 $3x-5=20-2x$
$5x=25$ $\therefore x=5$ 답 ⑤

10 $\overline{OQ}=\overline{OA}=5$ cm이므로
$\overline{PO}=8+5=13\,(\text{cm})$
직각삼각형 PAO에서 $\angle PAO=90^\circ$이므로
$\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=\sqrt{144}=12\,(\text{cm})$
이때 $\overline{PB}=\overline{PA}=12$ cm이므로
$\overline{PA}+\overline{PB}=12+12=24\,(\text{cm})$ 답 ③

11 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면 둘레의 길이가 8π cm이므로
$2\pi r=8\pi$ $\therefore r=4$
직각삼각형 PBO에서
$\overline{PB}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=\sqrt{64}=8\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{PA}=\overline{PB}=8$ cm
$\therefore \triangle PBA=\frac{1}{2}\times\overline{PA}\times\overline{PB}\times\sin 45^\circ$
$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times\frac{\sqrt{2}}{2}$
$=16\sqrt{2}\,(\text{cm}^2)$ 답 ①

12 ④ △OCP와 △DOP에서
$\angle OPC=\angle DPO=90^\circ$이고
$\angle POC=\angle PDO$이므로
△OCP∽△DOP (AA 닮음)
$\therefore \overline{OC}:\overline{DO}=\overline{CP}:\overline{OP}$ 답 ④

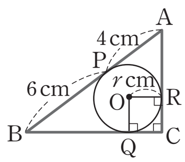
13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면



직각삼각형 APO에서
$\overline{PA}=\sqrt{10^2-6^2}=\sqrt{64}=8$
$\overline{QA}=\overline{QC}$, $\overline{RB}=\overline{RC}$이므로
(△QPR의 둘레의 길이)
$=\overline{PQ}+\overline{QR}+\overline{PR}$
$=\overline{PQ}+(\overline{QC}+\overline{CR})+\overline{PR}$
$=(\overline{PQ}+\overline{QA})+(\overline{BR}+\overline{PR})$
$=\overline{PA}+\overline{PB}$
$=2\overline{PA}$
$=2\times 8=16$ 답 ②

14 $\overline{AP}=\overline{AR}$, $\overline{BP}=\overline{BQ}$, $\overline{CQ}=\overline{CR}$이므로
$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=2(\overline{BP}+\overline{CQ}+\overline{AR})$
$\therefore x+y+z=\frac{1}{2}(\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA})$
$=\frac{1}{2}\times(11+9+10)=15$ 답 15

15 $\overline{AR}=\overline{AP}=4$ cm



$\overline{BQ}=\overline{BP}=6$ cm
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
□OQCR가 정사각형이므로
$\overline{AC}=(4+r)$ cm, $\overline{BC}=(6+r)$ cm
직각삼각형 ABC에서

$10^2=(4+r)^2+(6+r)^2$

$r^2+10r-24=0,\ (r+12)(r-2)=0$

$\therefore r=2\ (\because r>0)$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 2 cm이다. 답 ③

16 사각형 ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

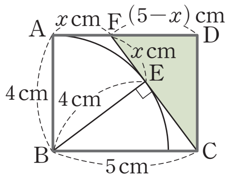
$6+9=5+\overline{BC}$

$\therefore \overline{BC}=10\text{ cm}$ 답 ②

17 $\overline{AF}=\overline{FE}=x\text{ cm}$라 하면

$\overline{FD}=(5-x)\text{ cm}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\overline{BE}=\overline{AB}=4\text{ cm},\ \overline{BE}\perp\overline{FC}$이므로

직각삼각형 BCE에서

$\overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\text{ (cm)}$

따라서 직각삼각형 CDF에서

$(3+x)^2=(5-x)^2+4^2$

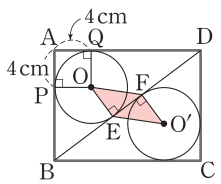
$9+6x+x^2=25-10x+x^2+16$

$16x=32 \quad \therefore x=2$

$\therefore \triangle CDF=\frac{1}{2}\times3\times4=6\text{ (cm}^2)$ 답 6 cm^2

18 $\overline{AB}+\overline{AD}=\frac{1}{2}\times56=28\text{ (cm)}$

오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{AD}$와의 접점을 각각 P, Q라 하면



$\overline{AP}=\overline{AQ}=4\text{ cm}$

$\overline{BP}=x\text{ cm}$라 하면

$\overline{BE}=\overline{BP}=x\text{ cm}$,

$\overline{DQ}=\overline{DE}=28-(4+4+x)=20-x\text{ (cm)}$

$\overline{BD}=\overline{BE}+\overline{DE}=x+(20-x)=20\text{ (cm)}$

직각삼각형 ABD에서

$20^2=(x+4)^2+(24-x)^2$

$x^2-20x+96=0,\ (x-8)(x-12)=0$

$\therefore x=8$ 또는 $x=12$

$\overline{DF}=\overline{BE}$이므로 $x=8$

$\therefore \overline{EF}=4\text{ cm}$

$\therefore \square OEO'F=2\triangle OEF$

$=2\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)$

$=16\text{ (cm}^2)$ 답 16 cm^2

19 $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=4\sqrt{3}\text{ (cm)}$이고 …❶

$\angle AOM=180^\circ-120^\circ=60^\circ,\ \angle OAM=30^\circ$이므로

직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}:\overline{OA}=\sqrt{3}:2$

$4\sqrt{3}:\overline{OA}=\sqrt{3}:2$

$\therefore \overline{OA}=8\text{ cm}$ …❷

따라서 원 O의 둘레의 길이는

$2\pi\times8=16\pi\text{ (cm)}$ …❸

답 $16\pi\text{ cm}$

채점 기준	배점
❶ $\overline{AM}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{OA}$의 길이 구하기	2점
❸ 원 O의 둘레의 길이 구하기	1점

20 $\overline{CE}=\overline{CF},\ \overline{BD}=\overline{BF}$이므로 …❶

($\triangle$ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{CB}+\overline{AB}$

$=\overline{AC}+(\overline{CF}+\overline{BF})+\overline{AB}$

$=(\overline{AC}+\overline{CE})+(\overline{BD}+\overline{AB})$

$=\overline{AE}+\overline{AD}$

$=2\overline{AE}=30\sqrt{3}\text{ (cm)}$ …❷

답 $30\sqrt{3}\text{ cm}$

채점 기준	배점
❶ $\overline{CE}=\overline{CF},\ \overline{BD}=\overline{BF}$임을 알기	2점
❷ $\triangle$ABC의 둘레의 길이 구하기	4점

21 $\overline{CD}$의 길이는 원 O의 지름의 길이와 같으므로

$\overline{CD}=2\times4=8\text{ (cm)}$ …❶

사다리꼴 ABCD가 원 O에 외접하므로

$\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$ …❷

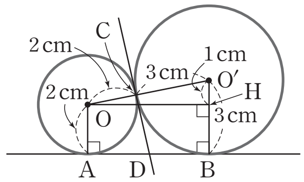
$\overline{AD}+12=10+8$

$\therefore \overline{AD}=18-12=6\text{ (cm)}$ …❸

답 6 cm

채점 기준	배점
❶ $\overline{CD}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{AD}+\overline{BC}=\overline{AB}+\overline{CD}$임을 알기	2점
❸ $\overline{AD}$의 길이 구하기	2점

22 다음 그림과 같이 $\overline{OO'}$을 긋고, 점 O에서 $\overline{O'B}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{OO'}=2+3=5\text{ (cm)}$

$\overline{O'H}=3-2=1\text{ (cm)}$

직각삼각형 OHO′에서

$\overline{OH}=\sqrt{5^2-1^2}=\sqrt{24}=2\sqrt{6}\text{ (cm)}$

$\therefore \overline{AB}=\overline{OH}=2\sqrt{6}\text{ cm}$ …❶

원 O에서 $\overline{AD}=\overline{CD}$이고

원 O′에서 $\overline{CD}=\overline{BD}$이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$ …❷

$\therefore \overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}=\sqrt{6}\text{ (cm)}$ …❸

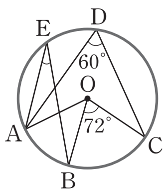
답 $\sqrt{6}\text{ cm}$

채점 기준	배점
❶ $\overline{AB}$의 길이 구하기	3점
❷ $\overline{AD}=\overline{BD}=\overline{CD}$임을 알기	2점
❸ $\overline{CD}$의 길이 구하기	1점

07. 원주각

THEME 17 원주각과 중심각 72~73쪽 1회 실전 연습 문제

01 $\angle x=\frac{1}{2}\times(360^\circ-160^\circ)$
$=\frac{1}{2}\times 200^\circ=100^\circ$ 답 ②

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$를 그으면


$\angle AOC=2\angle ADC$
$=2\times 60^\circ=120^\circ$
$\angle AOB=\angle AOC-\angle BOC$
$=120^\circ-72^\circ=48^\circ$
$\therefore \angle AEB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times 48^\circ=24^\circ$ 답 ②

03 $\angle DBC=\angle DAC=20^\circ$이므로 $\triangle PBC$에서
$\angle APB=\angle PBC+\angle PCB$
$=20^\circ+25^\circ=45^\circ$ 답 ④

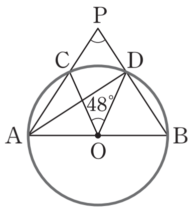
04 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로
$\angle ADB=90^\circ$
$\angle DAB=\angle DCB=55^\circ$이므로
$\triangle DAB$에서
$\angle DBA=180^\circ-(90^\circ+55^\circ)=35^\circ$ 답 35°

05 $\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로
$\angle x=\angle ADB=35^\circ$
$\angle DBA=\angle DCA=40^\circ$이므로
$\angle y=35^\circ+40^\circ=75^\circ$
$\therefore \angle x+\angle y=35^\circ+75^\circ=110^\circ$ 답 ③

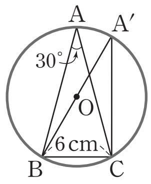
06 호의 길이가 6 cm로 서로 같으므로
$\angle x=30^\circ$
원주각의 크기는 호의 길이에 정비례하므로
$6:9=30^\circ:\angle y \qquad \therefore \angle y=45^\circ$
답 $\angle x=30^\circ$, $\angle y=45^\circ$

07 $\overset{\frown}{AC}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{5}$이므로
$\angle ADC=\frac{1}{5}\times 180^\circ=36^\circ$
$\overset{\frown}{BD}$의 길이가 원주의 $\frac{1}{12}$이므로
$\angle DAB=\frac{1}{12}\times 180^\circ=15^\circ$
$\therefore \angle APC=\angle ADC+\angle DAB$
$=36^\circ+15^\circ=51^\circ$ 답 51°

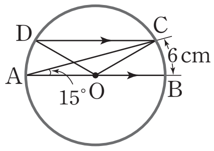
08 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle DAC=\angle DBC=50^\circ$
$\triangle DAC$에서
$\angle ACD=180^\circ-(50^\circ+70^\circ)=60^\circ$ 답 ⑤

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ADB=90^\circ$


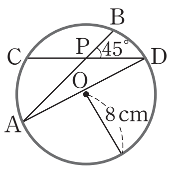
$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times 48^\circ=24^\circ$
$\triangle PAD$에서
$\angle P=180^\circ-(\angle PAD+\angle PDA)$
$=180^\circ-(24^\circ+90^\circ)=66^\circ$ 답 ⑤

10 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지나도록 $\overline{A'B}$를 그으면 $\angle A'CB=90^\circ$


$\angle BA'C=\angle BAC=30^\circ$이므로
$\triangle BCA'$에서
$\sin 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}},\ \frac{1}{2}=\frac{6}{\overline{A'B}}$
$\therefore \overline{A'B}=12\text{ cm}$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이고 그 둘레의 길이는
$2\pi\times 6=12\pi\,(\text{cm})$ 답 12π cm

11 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로


$\angle DCA=\angle CAB=15^\circ$ (엇각)
$\therefore \overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{BC}=6\text{ cm}$
오른쪽 그림과 같이 $\overline{DO}$, $\overline{CO}$를 그으면
$\angle AOD=\angle COB$
$=2\angle CAB$
$=2\times 15^\circ=30^\circ$
$\angle DOC=180^\circ-(\angle AOD+\angle COB)$
$=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$
호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}=30^\circ:120^\circ$
$6:\overset{\frown}{CD}=30^\circ:120^\circ$
$\therefore \overset{\frown}{CD}=24\text{ cm}$ 답 ③

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면


$\triangle PAD$에서
$\angle PAD+\angle PDA=45^\circ$
$\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}$에 대한 중심각의 크기는
$2(\angle BAD+\angle CDA)=2\times 45^\circ=90^\circ$이므로
$\overset{\frown}{AC}+\overset{\frown}{BD}=2\pi\times 8\times\frac{90}{360}=4\pi\,(\text{cm})$ 답 4π cm

THEME 17 원주각과 중심각 74~75쪽 2회 실전 연습 문제

01 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로
$\angle AOB=360^\circ-(38^\circ+90^\circ+90^\circ)=142^\circ$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 142^\circ=71^\circ$ 답 ④

02 $\angle BOC=2\angle BAC=2\times 67.5^\circ=135^\circ$이므로

$\triangle OBC=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \sin 45^\circ$

$=\frac{1}{2}\times 8\times 8\times \frac{\sqrt{2}}{2}$

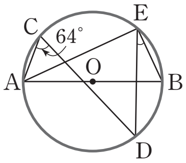
$=16\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ 답 $16\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

03 $\angle x=2\angle ACB=2\times 28^\circ=56^\circ$

$\angle y=\angle ACB=28^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y=56^\circ+28^\circ=84^\circ$ 답 ③

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



$\angle AEB=90^\circ$이고

$\angle AED=\angle ACD=64^\circ$이므로

$\angle DEB=\angle AEB-\angle AED$

$=90^\circ-64^\circ=26^\circ$ 답 ①

05 $\angle AQB=\angle APB=35^\circ$이고

$\widehat{AB}=\widehat{BC}$이므로 $\angle BQC=\angle APB=35^\circ$

$\therefore \angle x=35^\circ+35^\circ=70^\circ$

$\angle y=2\angle BQC=2\times 35^\circ=70^\circ$이므로

$\angle x+\angle y=70^\circ+70^\circ=140^\circ$ 답 ⑤

06 $\angle BCD=\angle BPD-\angle CBP=70^\circ-40^\circ=30^\circ$

$\widehat{AC}:\widehat{BD}=\angle CBA:\angle BCD$

$8:\widehat{BD}=40^\circ:30^\circ$

$\therefore \widehat{BD}=6\,\text{cm}$ 답 $6\,\text{cm}$

07 $\angle ACB:\angle BAC:\angle ABC=\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}$

$=5:4:3$

$\therefore \angle C=180^\circ\times\frac{5}{5+4+3}=180^\circ\times\frac{5}{12}=75^\circ$ 답 ⑤

08 $\triangle PBD$에서

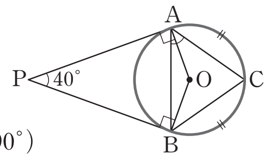
$\angle PBD=180^\circ-(34^\circ+112^\circ)=34^\circ$

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로

$\angle ABD=\angle ACD=\angle x$

$\therefore \angle x=34^\circ$ 답 ②

09 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=360^\circ-(40^\circ+90^\circ+90^\circ)$

$=140^\circ$

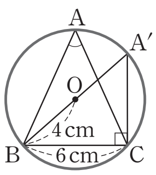
$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 140^\circ=70^\circ$

$\widehat{AC}=\widehat{BC}$이므로 $\angle ABC=\angle BAC$

따라서 $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle CAB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$ 답 55°

10 오른쪽 그림과 같이 지름 $A'B$를 그으면



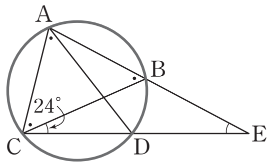
$\angle BCA'=90^\circ$, $\angle BA'C=\angle BAC$

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'B}=8\,\text{cm}$, $\overline{BC}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{A'C}=\sqrt{8^2-6^2}=\sqrt{28}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

$\therefore \tan A=\tan A'=\frac{\overline{BC}}{\overline{A'C}}=\frac{6}{2\sqrt{7}}=\frac{3\sqrt{7}}{7}$ 답 ④

11 $\angle E=\angle x$라 하면



$\angle ABC=\angle x+24^\circ$

$\widehat{AB}=\widehat{AC}=\widehat{CD}$이므로

$\overline{AC}$, $\overline{AD}$를 그으면

$\angle ACB=\angle ABC=\angle CAD$

$=\angle x+24^\circ$

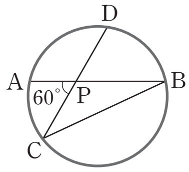
$\angle DAB=\angle DCB=24^\circ$

$\triangle ACB$에서

$24^\circ+3(\angle x+24^\circ)=180^\circ$

$3\angle x=84^\circ$ $\therefore \angle E=\angle x=28^\circ$ 답 28°

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ABC+\angle DCB=\angle APC=60^\circ$

따라서 $\widehat{AC}$, $\widehat{BD}$에 대한 원주각의 크기의 합이 60°이므로

$\widehat{AC}+\widehat{BD}$

$=(\text{원의 둘레의 길이})\times\frac{60}{180}$

이때 $\widehat{AC}+\widehat{BD}=4\pi\,\text{cm}$이므로

$(\text{원의 둘레의 길이})=3\times 4\pi=12\pi(\text{cm})$

원의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면

$2\pi r=12\pi$ $\therefore r=6$

따라서 이 원의 반지름의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

76쪽

THEME 18 원에 내접하는 사각형 1회 실전 연습 문제

01 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle x=180^\circ-80^\circ=100^\circ$

$\angle y=\angle DAB=70^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=100^\circ-70^\circ=30^\circ$ 답 ③

02 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle PAB=\angle BCD=75^\circ$

$\triangle PBA$에서

$\angle PBA=180^\circ-(45^\circ+75^\circ)=60^\circ$ 답 ③

03 $\square ABCD$가 원에 내접하므로

$\angle BAD=\angle x+55^\circ=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

$\therefore \angle x=75^\circ-55^\circ=20^\circ$

$\triangle ABD$에서

$\angle y=180^\circ-(55^\circ+20^\circ+60^\circ)=45^\circ$

$\angle DBC=\angle DAC=20^\circ$이므로

$\angle ABC=45^\circ+20^\circ=65^\circ$

$\therefore \angle z=\angle ABC=65^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y+\angle z=20^\circ-45^\circ+65^\circ=40^\circ$ 답 40°

04 $\square ABCD$가 원에 내접하므로 $\angle DAB=110^\circ$

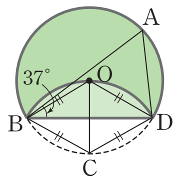
$\therefore \angle BAC=\angle DAB-\angle DAC$

$=110^\circ-60^\circ=50^\circ$

$\triangle ABE$에서

$\angle x=50°+35°=85°$ 답 $85°$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\overline{BC}=\overline{BO}=\overline{CD}=\overline{DO}=\overline{OC}$

즉, $\triangle OBC$와 $\triangle OCD$는 모두 정삼각형이다.

$\angle DBC=\frac{1}{2}\angle OBC=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

$\therefore \angle ABC=\angle ABD+\angle DBC$

$=37°+30°=67°$

이때 □ABCD가 원에 내접하므로

$\angle ABC+\angle ADC=180°$

$67°+\angle ADC=180°$

$\therefore \angle ADC=113°$ 답 $113°$

06 $\angle ABC=\angle x$라 하면

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle EDC=\angle x$

$\triangle FBC$에서

$\angle FCE=35°+\angle x$

$\triangle DCE$에서

$\angle x+(35°+\angle x)+23°=180°$

$2\angle x=122°$ $\therefore \angle ABC=\angle x=61°$ 답 $61°$

77쪽

THEME 18 원에 내접하는 사각형 2회 실전 연습 문제

01 $\triangle ACD$에서

$\angle x=180°-(50°+70°)=60°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle y=180°-60°=120°$ 답 $\angle x=60°$, $\angle y=120°$

02 $\angle BAD=\frac{1}{2}\angle BOD=\frac{1}{2}\times 150°=75°$

□ABCD가 원에 내접하므로

$\angle x=\angle BAD=75°$ 답 ③

03 $\angle BCD=\frac{3}{5}\times 180°=108°$이므로

$\angle x=180°-108°=72°$

$\angle ABC=\frac{7}{10}\times 180°=126°$이므로

$\angle y=\angle ABC=126°$

$\therefore \angle x+\angle y=72°+126°=198°$ 답 ⑤

04 ① $\angle BAC=\angle BDC=65°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

② $\angle ADC=180°-50°=130°$,

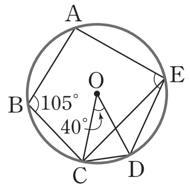
$\angle ABC=180°-130°=50°$

$\angle ADC+\angle ABC=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

③ $\angle BAD+\angle BCD=180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

⑤ 등변사다리꼴은 대각의 크기의 합이 $180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다. 답 ④

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times 40°=20°$

□ABCE에서

$\angle AEC=180°-105°=75°$

$\therefore \angle AED=\angle AEC+\angle CED$

$=75°+20°=95°$ 답 $95°$

06 □PQDB가 원 O′에 내접하므로

$\angle y=\angle PBD=100°$

□ACQP가 원 O에 내접하므로

$\angle A=180°-\angle y=180°-100°=80°$

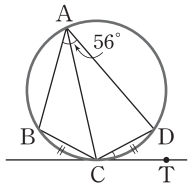
$\therefore \angle x=2\angle A=2\times 80°=160°$

$\therefore \angle x+\angle y=160°+100°=260°$ 답 $260°$

78쪽

THEME 19 접선과 현이 이루는 각 1회 실전 연습 문제

01 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면



$\widehat{BC}=\widehat{CD}$이므로 $\angle BAC=\angle DAC$

이때 $\angle DCT=\angle DAC$이므로

$\angle DCT=\frac{1}{2}\angle BAD=\frac{1}{2}\times 56°$

$=28°$ 답 $28°$

02 $\angle BTA=\angle BCT=32°$

□BTDC는 원 O에 내접하므로

$\angle CBT=180°-\angle CDT=180°-100°=80°$

$\triangle BAT$에서

$\angle A=80°-32°=48°$ 답 $48°$

03 $\overline{BD}$와 $\overline{BE}$는 원 O의 접선이므로 $\overline{BD}=\overline{BE}$

$\triangle BED$는 이등변삼각형이므로

$\angle BDE=\angle BED=\frac{1}{2}\times(180°-52°)=64°$

$\angle DFE=\angle DEB=64°$

따라서 $\triangle DEF$에서

$\angle EDF=180°-(64°+44°)=72°$ 답 $72°$

04 작은 원에서 $\angle DPT'=\angle DBP=65°$

큰 원에서 $\angle CAP=\angle DPT'=65°$

따라서 $\triangle ACP$에서

$\angle APC=180°-(65°+45°)=70°$ 답 ④

05 $\widehat{AB}:\widehat{BC}:\widehat{CA}=\angle ACB:\angle CAB:\angle ABC$

$=6:5:4$

$\angle ACB+\angle CAB+\angle ABC=180°$이므로

$\angle CAB=180°\times\frac{5}{6+5+4}=60°$

$\therefore \angle BCT=\angle CAB=60°$ 답 ③

06 $\angle CAB=\angle CBT=25°$

$\overline{AC}$는 원 O의 지름이므로

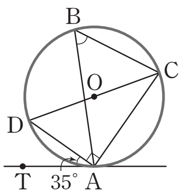
$\angle ABC=90^\circ$
$\triangle ABC$에서
$\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$
$\angle ADB=\angle ACB=65^\circ$이고 $\overline{AD}\,/\!/\,\overleftrightarrow{BT}$이므로
$\angle DBT=\angle ADB=65^\circ$ (엇각)
$\therefore \angle DBC=\angle DBT-\angle CBT=65^\circ-25^\circ=40^\circ$
$\triangle PBC$에서
$\angle BPC=180^\circ-(40^\circ+65^\circ)=75^\circ$
$\therefore \angle x=\angle BPC=75^\circ$ (맞꼭지각) 답 ④

THEME 19 접선과 현이 이루는 각 2회 실전 연습 문제 79쪽

01 $\angle BCA=\angle BAT=70^\circ$이므로
$\triangle CAB$에서
$\angle x=180^\circ-(70^\circ+30^\circ)=80^\circ$ 답 80°

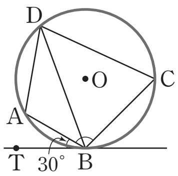
02 직선 BT가 원 O의 접선이므로
$\angle CAB=\angle CBT=75^\circ$
$\square DABC$는 원 O에 내접하므로
$\angle ABC=180^\circ-\angle CDA=180^\circ-110^\circ=70^\circ$
따라서 $\triangle ABC$에서
$\angle x=180^\circ-(75^\circ+70^\circ)=35^\circ$ 답 ①

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$를 그으면
$\overleftrightarrow{AT}$는 원 O의 접선이므로
$\angle DCA=\angle DAT=35^\circ$
$\overline{CD}$가 원 O의 지름이므로
$\angle DAC=90^\circ$
$\triangle DAC$에서
$\angle CDA=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$
$\therefore \angle ABC=\angle CDA=55^\circ$ 답 ⑤



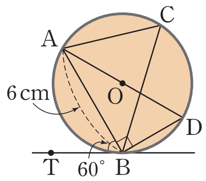
04 $\angle CAP=\angle CPT=\angle SPD=\angle PBD=60^\circ$이므로
$\triangle DPB$에서
$\angle DPB=180^\circ-(60^\circ+50^\circ)=70^\circ$ 답 70°
|다른 풀이| $\angle CPT=\angle CAP=60^\circ$
$\angle BPT=\angle BDP=50^\circ$이므로
$\angle DPB=180^\circ-(\angle CPT+\angle BPT)$
$=180^\circ-(60^\circ+50^\circ)=70^\circ$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{DB}$를 그으면
$\angle ADB=\angle ABT=30^\circ$
$\widehat{AB}:\widehat{BC}=\angle ADB:\angle CDB$
$=2:3$
이므로 $30^\circ:\angle CDB=2:3$
$2\angle CDB=90^\circ$
$\therefore \angle CDB=45^\circ$
$\therefore \angle ADC=\angle ADB+\angle CDB$
$=30^\circ+45^\circ=75^\circ$



$\square ABCD$가 원 O에 내접하므로
$\angle ABC=180^\circ-\angle ADC$
$=180^\circ-75^\circ=105^\circ$ 답 ⑤

06 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 원의 중심 O를 지나는 직선을 그어 원 O와 만나는 점을 D라 하고, $\overline{BD}$를 그으면
$\angle ADB=\angle ACB=\angle ABT=60^\circ$
이고 $\angle ABD=90^\circ$이므로
직각삼각형 ABD에서
$\sin 60^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{AD}},\ \dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{6}{\overline{AD}}$
$\therefore \overline{AD}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$
$\overline{AO}=\dfrac{1}{2}\overline{AD}=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}=2\sqrt{3}\,(\text{cm})$
따라서 원 O의 넓이는
$\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi\,(\text{cm}^2)$ 답 $12\pi\,\text{cm}^2$



THEME 20 원과 두 직선이 만나서 생기는 선분의 길이 1회 실전 연습 문제 80~81쪽

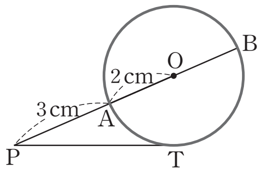
01 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$4\times 3=2\times\overline{PD}\qquad \therefore \overline{PD}=6\,\text{cm}$ 답 ⑤

02 $\overline{PA}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{AB}=2x\,\text{cm}$
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$x\times(x+2x)=3\times(3+9)$
$3x^2=36,\ x^2=12$
이때 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{3}$
$\therefore \overline{PA}=2\sqrt{3}\,\text{cm}$ 답 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$

03 $\overline{OB}=x\,\text{cm}$라 하면
$\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=2x-3\,(\text{cm})$
$\overline{CD}$의 연장선과 원 O와의 교점을 E라 하면
$\overline{AB}\perp\overline{CD}$이므로 $\overline{DE}=\overline{CD}=6\,\text{cm}$
$\overline{CD}\times\overline{DE}=\overline{AD}\times\overline{BD}$이므로
$6\times 6=3\times(2x-3),\ 36=6x-9$
$6x=45\qquad \therefore x=\dfrac{15}{2}$
따라서 원 O의 지름의 길이는
$2x=2\times\dfrac{15}{2}=15\,(\text{cm})$ 답 $15\,\text{cm}$

04 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면
$\overline{PB}=(2r-4)\,\text{cm}$
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서
$4\times(2r-4)=6\times 8$
$8r-16=48,\ 8r=64$
$\therefore r=8$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 $8\,\text{cm}$이다. 답 $8\,\text{cm}$

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PO}$의 연장선과 원 O와의 교점을 B라 하면



$\overline{BO}=\overline{AO}=2\,\mathrm{cm}$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=3\times(3+2+2)=21$

이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=\sqrt{21}\,\mathrm{cm}$ 답 $\sqrt{21}\,\mathrm{cm}$

06 ① $\angle A=\angle DCE=130^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

② $\angle BAC=\angle BDC=80^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

③ $\overline{EA}\times\overline{ED}=4\times(4+2)=24$

$\overline{EB}\times\overline{EC}=3\times(3+5)=24$

즉, $\overline{EA}\times\overline{ED}=\overline{EB}\times\overline{EC}$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

④ $\angle B=180^\circ-(45^\circ+25^\circ)=110^\circ$

즉, $\angle B+\angle D=180^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

⑤ $\overline{AE}\times\overline{EC}=3\times3=9$

$\overline{EB}\times\overline{ED}=4\times4=16$

즉, $\overline{AE}\times\overline{CE}\neq\overline{EB}\times\overline{ED}$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다. 답 ⑤

07 $\angle P=\angle ABT$이고 $\angle ATP=\angle ABT$이므로

$\angle P=\angle ATP$

$\overline{AP}=\overline{AT}=x\,\mathrm{cm}$라 하면

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$에서

$6^2=x\times(x+5)$

$36=x^2+5x$

$x^2+5x-36=0$, $(x+9)(x-4)=0$

이때 $x>0$이므로 $x=4$

$\therefore \overline{AT}=4\,\mathrm{cm}$ 답 4 cm

08 $\overline{OB}=5\,\mathrm{cm}$, $\overline{OC}=4\,\mathrm{cm}$이고 $\angle OCB=90^\circ$이므로

직각삼각형 BCO에서

$\overline{BC}=\sqrt{5^2-4^2}=\sqrt{9}=3\,(\mathrm{cm})$

$\overline{OC}\perp\overline{AB}$이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}=3\,\mathrm{cm}$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$에서

$\overline{PT}^2=4\times(4+3+3)=40$

이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=2\sqrt{10}\,\mathrm{cm}$ 답 ③

09 $\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+6)=40$

이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=2\sqrt{10}\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{QT}=\overline{PT}=2\sqrt{10}\,\mathrm{cm}$

원 O의 반지름의 길이를 $r\,\mathrm{cm}$라 하면

$\overline{QT}^2=\overline{QD}\times\overline{QC}$에서

$(2\sqrt{10})^2=2\times(2+2r)$, $40=4+4r$

$4r=36 \qquad \therefore r=9$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 9 cm이다. 답 9 cm

10 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=4\times(4+12)=64$

이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=8\,\mathrm{cm}$

△PAT와 △PTB에서

$\angle PTA=\angle PBT$, $\angle P$는 공통이므로

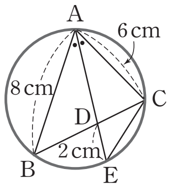
△PAT∽△PTB (AA 닮음)

$\overline{PA}:\overline{AT}=\overline{PT}:\overline{TB}$에서

$4:6=8:\overline{TB}$, $4\overline{TB}=48$

$\therefore \overline{TB}=12\,\mathrm{cm}$ 답 12 cm

11 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 긋고 $\overline{AD}=x\,\mathrm{cm}$라 하면



$\angle ABC=\angle AEC$,

$\angle BAD=\angle CAE$이므로

△ABD∽△AEC (AA 닮음)

$\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AE}:\overline{AC}$에서 $8:x=(x+2):6$

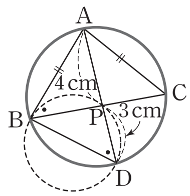
$x(x+2)=48$, $x^2+2x-48=0$

$(x+8)(x-6)=0 \qquad \therefore x=-8$ 또는 $x=6$

이때 $x>0$이므로 $x=6$

$\therefore \overline{AD}=6\,\mathrm{cm}$ 답 6 cm

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\widehat{AC}=\widehat{AB}$에서

$\angle ABC=\angle ADB$이므로

$\overline{AB}$는 세 점 B, P, D를 지나는 원의 접선이다.

$\overline{AB}^2=\overline{AP}\times\overline{AD}$이므로

$\overline{AB}^2=4\times(4+3)=28$

이때 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=2\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$ 답 $2\sqrt{7}\,\mathrm{cm}$

82~83쪽

THEME 20 원과 두 직선이 만나서 생기는 선분의 길이 2회 실전 연습 문제

01 $\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$2\times(2+10)=3\times(3+x)$

$24=9+3x$, $3x=15$

$\therefore x=5$ 답 ④

02 $\overline{PO}=10-4=6\,(\mathrm{cm})$이므로

$\overline{PC}=\overline{PD}=x\,\mathrm{cm}$라 하면

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$에서

$4\times16=x\times x$, $x^2=64$

이때 $x>0$이므로 $x=8$

$\therefore \overline{CD}=2x=2\times8=16\,(\mathrm{cm})$ 답 ⑤

03 $\overline{OP}=\overline{OD}-\overline{PD}=7-4=3\,(\mathrm{cm})$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$5\times\overline{PB}=(7+3)\times4$, $5\overline{PB}=40$

$\therefore \overline{PB}=8\,\mathrm{cm}$ 답 ②

04 원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\overline{PA}=(9-r)$ cm, $\overline{PB}=(9+r)$ cm
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$(9-r)(9+r)=5\times(5+4)$
$81-r^2=45,\ r^2=36$
이때 $r>0$이므로 $r=6$
따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다. 답 6 cm

05 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으려면
$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PD}\times\overline{PC}$이어야 하므로
$3\times(3+5)=4\times(4+x)$
$24=16+4x,\ 4x=8$
$\therefore x=2$ 답 ②

06 원 O′에서 $\overline{PT'}^2=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로
$x^2=3\times(3+13),\ x^2=48$
이때 $x>0$이므로 $x=4\sqrt{3}$
원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$(4\sqrt{3})^2=4\times(4+y),\ 48=16+4y$
$4y=32 \quad \therefore y=8$ 답 $x=4\sqrt{3},\ y=8$

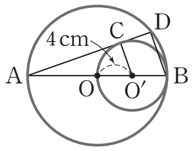
07 $\overline{AB}=2\overline{AO}=2\times3=6$(cm)
점 A가 원 O의 접점이므로 $\angle BAP=90°$
$\triangle BAP$에서
$\overline{BP}=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$(cm)
$\overline{PA}^2=\overline{PC}\times\overline{PB}$이므로
$8^2=\overline{PC}\times10,\ 10\overline{PC}=64$
$\therefore \overline{PC}=\frac{32}{5}$ cm 답 $\frac{32}{5}$ cm

08 $\overline{BO}=\overline{AO}=6$ cm
$\overline{PT}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로
$\overline{PT}^2=4\times(4+6+6)=64$
이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=8$ cm 답 ③

09 $\triangle PAD$와 $\triangle PCB$에서
$\angle P$는 공통, $\angle PDA=\angle PBC$이므로
$\triangle PAD\backsim\triangle PCB$ (AA 닮음)
$\overline{PA}=x$ cm라 하면
$\overline{PA}:\overline{PC}=\overline{PD}:\overline{PB}$이므로
$x:5=(5+7):(x+4)$
$x(x+4)=5\times(5+7)$
$x^2+4x-60=0,\ (x+10)(x-6)=0$
이때 $x>0$이므로 $x=6$
$\therefore \overline{PA}=6$ cm 답 6 cm

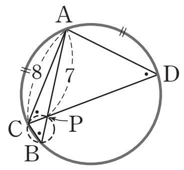
10 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$\overline{PT}^2=2\times(2+4)=12$
이때 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=2\sqrt{3}$ cm
$\therefore \triangle ATB=\triangle PTB-\triangle APT$
$=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}\times\sin30°$
$-\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times\sin30°$
$=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}\times\frac{1}{2}$
$=3\sqrt{3}-\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm²) 답 $2\sqrt{3}$ cm²

11 $\overline{AB}=4\overline{OO'}=4\times4=16$(cm)
$\overline{AC}^2=\overline{AO}\times\overline{AB}$이므로 $\overline{AC}^2=8\times16=128$
이때 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=8\sqrt{2}$ cm
오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO'}$, $\overline{DB}$를 그으면



$\triangle ACO'$과 $\triangle ADB$에서
$\angle ACO'=\angle ADB=90°$
$\angle A$는 공통이므로
$\triangle ACO'\backsim\triangle ADB$ (AA 닮음)
$\overline{AC}:\overline{AO'}=\overline{AD}:\overline{AB}$이므로
$8\sqrt{2}:12=\overline{AD}:16,\ 12\overline{AD}=128\sqrt{2}$
$\therefore \overline{AD}=\frac{32\sqrt{2}}{3}$ cm 답 $\frac{32\sqrt{2}}{3}$ cm

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면

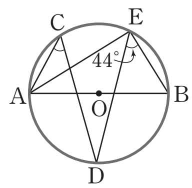


$\angle ACD=\angle ADC=\angle ABC$이므로
$\overline{AC}$는 세 점 C, B, P를 지나는 원의 접선이다.
$\overline{AC}^2=\overline{AP}\times\overline{AB}$이므로
$64=7\times\overline{AB} \quad \therefore \overline{AB}=\frac{64}{7}$
$\overline{PB}=\overline{AB}-\overline{AP}=\frac{64}{7}-7=\frac{15}{7}$
$\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로
$\overline{PC}\times\overline{PD}=7\times\frac{15}{7}=15$ 답 ④

THEME 모아 중단원 실전 평가 84~87쪽

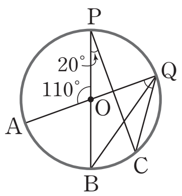
01 $\triangle APB$에서
$\angle ABP=180°-(25°+85°)=70°$
$\therefore \angle x=\angle ABP=70°$ 답 ④

02 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$를 그으면



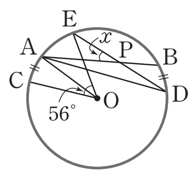
$\angle AEB=90°$
$\therefore \angle ACD=\angle AED$
$=\angle AEB-\angle DEB$
$=90°-44°=46°$
답 46°

03 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BQ}$를 그으면



$\angle BQC=\angle BPC=20°$
$\angle AOB=180°-\angle AOP$
$=180°-110°=70°$
$\angle AQB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times70°=35°$
$\therefore \angle AQC=\angle AQB+\angle BQC$
$=35°+20°=55°$ 답 ①

04 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AO}$, $\overline{AD}$를 그으면



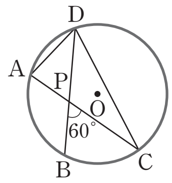
$\angle EDA=\frac{1}{2}\angle AOE$
$\angle BAD=\frac{1}{2}\angle AOC$이므로
$\triangle APD$에서

$\angle x=\angle EDA+\angle BAD$

$=\frac{1}{2}(\angle AOE+\angle AOC)$

$=\frac{1}{2}\times 56^\circ=28^\circ$ 답 28°

05 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면



$\triangle DPC$에서 $\angle ACD+\angle BDC=60^\circ$

$\widehat{AD}$에 대한 원주각이 $\angle ACD$, $\widehat{BC}$에 대한 원주각이 $\angle BDC$이므로

$\widehat{AD}+\widehat{BC}$는 원주의 $\frac{60^\circ}{180^\circ}=\frac{1}{3}$

따라서 원 O의 둘레의 길이는

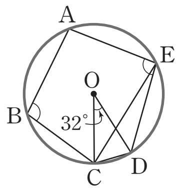
$3(\widehat{AD}+\widehat{BC})=3\times 6\pi=18\pi(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r=18\pi \quad \therefore r=9$

즉, 원 O의 반지름의 길이는 9 cm이다. 답 ②

06 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle CED=\frac{1}{2}\angle COD=\frac{1}{2}\times 32^\circ=16^\circ$

□BCEA는 원 O에 내접하므로

$\angle ABC+\angle AEC=180^\circ$

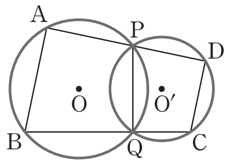
$\therefore \angle ABC+\angle AED$

$=\angle ABC+(\angle AEC+\angle CED)$

$=(\angle ABC+\angle AEC)+\angle CED$

$=180^\circ+16^\circ=196^\circ$ 답 ①

07 오른쪽 그림과 같이 $\overline{PQ}$를 그으면



□ABQP가 원 O에 내접하므로

$\angle ABQ=\angle QPD$

$\widehat{APQ}$에 대한 원주각이 $\angle ABQ$,

$\widehat{QCD}$에 대한 원주각이 $\angle QPD$

로 $\widehat{APQ}$와 $\widehat{QCD}$의 원주각의 크기가 서로 같으므로 호의 길이는 반지름의 길이에 정비례한다.

원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\widehat{APQ}:\widehat{QCD}=4:3$이므로

$12:r=4:3$, $4r=36$

$\therefore r=9$

따라서 원 O′의 반지름의 길이는 9 cm이다. 답 ④

08 □ABCD는 원에 내접하므로

$\angle ADC=\angle ABF=110^\circ$

$\angle x=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

$\triangle ADE$에서

$\angle y=180^\circ-(90^\circ+\angle x)$

$=180^\circ-(90^\circ+70^\circ)=20^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=70^\circ-20^\circ=50^\circ$ 답 ④

09 $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로 $\angle CAB=90^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle ACB=180^\circ-(90^\circ+65^\circ)=25^\circ$

$\overleftrightarrow{AT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle BAT=\angle BCA=25^\circ$ 답 25°

10 $\angle CAD=\angle ABC=\angle a$, $\angle ADE=\angle EDC=\angle b$라 하면

$\triangle ABD$에서

$(46^\circ+\angle a)+\angle a+2\angle b=180^\circ$

$2\angle a+2\angle b=134^\circ \quad \therefore \angle a+\angle b=67^\circ$

따라서 $\triangle EBD$에서

$\angle AED=\angle a+\angle b=67^\circ$ 답 67°

11 $\overleftrightarrow{AT}$가 원 O의 접선이므로

$\angle CAT=\angle CBA=55^\circ$

$\angle CAB=\angle CAT=55^\circ$

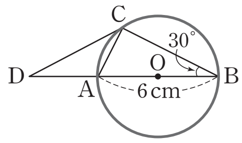
$\triangle ACB$에서

$\angle ACB=180^\circ-(55^\circ+55^\circ)=70^\circ$

□ACBD는 원 O에 내접하므로

$\angle BDA=180^\circ-\angle ACB=180^\circ-70^\circ=110^\circ$ 답 110°

12 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CA}$를 그으면



$\angle DCA=\angle CBA=30^\circ$

$\overline{AB}$가 원 O의 지름이므로

$\angle ACB=90^\circ$

$\triangle CDB$에서

$\angle CDB=180^\circ-(30^\circ+90^\circ+30^\circ)=30^\circ$

따라서 $\triangle CDB$는 $\overline{CD}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이다.

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=6$ cm, $\angle ACB=90^\circ$이므로

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$

$\overline{BC}=\overline{AB}\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{CD}=\overline{BC}=3\sqrt{3}$ cm 답 $3\sqrt{3}$ cm

13 $\angle ABC=\angle ACP=\angle DCQ=\angle CED$이므로

$\angle ABC=65^\circ$

$\therefore \angle AOC=2\angle ABC=2\times 65^\circ=130^\circ$ 답 130°

14 $\overline{PC}\times\overline{PD}=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$x\times x=3\times 8$, $x^2=24$

이때 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{6}$ 답 ③

15 ① $\angle D=\angle ABE$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

② $3\times 7\neq 5\times 5$이므로 □ABCD는 원에 내접하지 않는다.

③ $\angle C=180^\circ-(40^\circ+65^\circ)=75^\circ$

즉, $\angle A+\angle C=105^\circ+75^\circ=180^\circ$이므로

□ABCD는 원에 내접한다.

④ $\overline{PA}\times\overline{PD}=2\times(2+7)=18$

$\overline{PB}\times\overline{PC}=3\times(3+3)=18$

즉, $\overline{PA}\times\overline{PD}=\overline{PB}\times\overline{PC}$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.

⑤ $\angle DAC=\angle DBC=50^\circ$이므로 □ABCD는 원에 내접한다. 답 ②

16 작은 원에서 $\overline{PT}$와 $\overline{PQ}$가 모두 접선이므로

$\overline{PQ}=\overline{PT}=6$ cm

$\overline{BP}=\overline{PQ}+\overline{BQ}=6+3=9(\text{cm})$

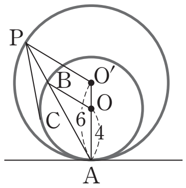
큰 원에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\times\overline{PB}$이므로

$6^2=\overline{PA}\times 9$, $9\overline{PA}=36$

$\therefore \overline{PA}=4\,cm$

답 ②

17 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$, $\overline{O'P}$를 그으면



$\triangle OBA$에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA$

$\triangle O'PA$에서 $\overline{O'A}=\overline{O'P}$이므로

$\angle O'AP=\angle O'PA$

즉, $\angle OBA=\angle O'PA$이고,

$\angle OAB=\angle O'AP$이므로

$\triangle OBA \backsim \triangle O'PA$ (AA 닮음)

$\overline{PB}:\overline{PA}=\overline{O'O}:\overline{O'A}=(6-4):6=1:3$

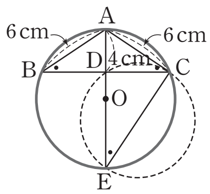
따라서 $\overline{PC}^2=\overline{PB}\times\overline{PA}$이므로

$$\left(\frac{\overline{PC}}{\overline{PA}}\right)^2=\frac{\overline{PC}^2}{\overline{PA}^2}=\frac{\overline{PB}\times\overline{PA}}{\overline{PA}^2}=\frac{\overline{PB}}{\overline{PA}}=\frac{1}{3}$$

이때 $\dfrac{\overline{PC}}{\overline{PA}}>0$이므로 $\dfrac{\overline{PC}}{\overline{PA}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

답 $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

18 $\overline{AB}=\overline{AC}=6\,cm$이므로



$\angle ABC=\angle ACB$

$\overline{CE}$를 그으면 $\widehat{AC}$에 대한 원주각의 크기는 같으므로

$\angle ABC=\angle AEC$

따라서 $\angle ACB=\angle AEC$이므로

$\overline{AC}$는 세 점 D, C, E를 지나는 원의 접선이다.

원 O의 반지름의 길이를 $r\,cm$라 하면 $\overline{AE}=2r\,cm$

$\overline{AC}^2=\overline{AD}\times\overline{AE}$이므로

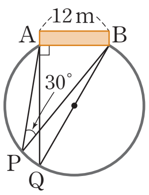
$6^2=4\times 2r$, $36=8r$

$\therefore r=\dfrac{9}{2}=4.5$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 4.5 cm이다.

답 ①

19 오른쪽 그림과 같이 무대의 양 끝을 A, B라 하자. $\angle BAQ=90^\circ$가 되도록 원 위에 점 Q를 잡으면 …❶



$\angle AQB=\angle APB=30^\circ$

$\triangle AQB$에서

$\overline{AB}=12\,m$, $\angle BAQ=90^\circ$이므로

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BQ}}$

$\therefore \overline{BQ}=\dfrac{\overline{AB}}{\sin 30^\circ}=12\times 2=24\,(m)$

따라서 공연장의 지름은 $\overline{BQ}$이므로 그 길이는 24 m이다. …❷

답 24 m

채점 기준	배점
❶ 한 각이 직각이 되도록 하는 원주 위의 한 점 잡기	2점
❷ 삼각비를 이용하여 공연장의 지름의 길이 구하기	3점

20 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$를 그으면 $\widehat{BD}=\widehat{CD}=10\,cm$이므로

$\angle CAD=\angle DAB=25^\circ$

$\therefore \angle CAB=25^\circ+25^\circ=50^\circ$

$\overline{AO}=\overline{CO}$이므로

$\angle AOC=180^\circ-(50^\circ+50^\circ)=80^\circ$

$\therefore \angle ABC=\dfrac{1}{2}\angle AOC=\dfrac{1}{2}\times 80^\circ=40^\circ$ …❶

$\widehat{AC}:\widehat{DB}=\angle ABC:\angle DAB$이므로

$\widehat{AC}:10=40:25$, $25\widehat{AC}=400$

$\therefore \widehat{AC}=16\,cm$ …❷

답 16 cm

채점 기준	배점
❶ $\angle ABC$의 크기 구하기	4점
❷ $\widehat{AC}$의 길이 구하기	2점

21 $\overline{OD}=\overline{OA}=6\,cm$이므로 $\triangle PDO$에서

$\overline{PD}=\sqrt{8^2+6^2}=\sqrt{100}=10\,(cm)$ …❶

$\overline{CD}=x\,cm$라 하면

$\overline{PC}=\overline{PD}-\overline{CD}=10-x\,(cm)$

$\overline{PA}\times\overline{PB}=\overline{PC}\times\overline{PD}$이므로

$2\times(2+6+6)=(10-x)\times 10$

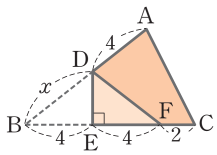
$28=100-10x$, $10x=72$ $\therefore x=\dfrac{36}{5}$

$\therefore \overline{CD}=\dfrac{36}{5}\,cm$ …❷

답 $\dfrac{36}{5}\,cm$

채점 기준	배점
❶ $\overline{PD}$의 길이 구하기	2점
❷ $\overline{CD}$의 길이 구하기	3점

22 $\triangle BED\equiv\triangle FED$이므로



$\angle DEF=90^\circ$, $\overline{BE}=\overline{FE}=4$

$\overline{BD}=x$라 하면

네 점 A, D, E, C가 한 원 위에 있으므로

$\overline{BD}\times\overline{BA}=\overline{BE}\times\overline{BC}$에서

$x\times(x+4)=4\times(4+4+2)$

$x^2+4x-40=0$

이때 $x>0$이므로 $x=-2+2\sqrt{11}$

$\therefore \overline{BD}=-2+2\sqrt{11}$ …❶

따라서 직각삼각형 BED에서

$\overline{DE}^2=\overline{BD}^2-\overline{BE}^2$

$=(-2+2\sqrt{11})^2-4^2$

$=32-8\sqrt{11}$ …❷

답 $32-8\sqrt{11}$

채점 기준	배점
❶ $\overline{BD}$의 길이 구하기	4점
❷ $\overline{DE}^2$의 값 구하기	2점