개념편

01 대푯값

P. 8

개념 확인 **(1) 평균: 5, 중앙값: 4, 최빈값: 3**
(2) 평균: 14, 중앙값: 15, 최빈값: 16

(1) (평균)$=\frac{4+8+3+3+7}{5}=\frac{25}{5}=5$
자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
3, 3, 4, 7, 8이므로 (중앙값)$=4$
3의 도수가 2로 가장 크므로 (최빈값)$=3$

(2) (평균)$=\frac{16+14+11+16+16+11}{6}=\frac{84}{6}=14$
자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
11, 11, 14, 16, 16, 16이므로
(중앙값)$=\frac{14+16}{2}=15$
16의 도수가 3으로 가장 크므로 (최빈값)$=16$

필수 예제 1 **52 kcal**
(평균)$=\frac{56+80+74+20+30}{5}=\frac{260}{5}=52(\text{kcal})$

유제 1 **17.5권**
(평균)$=\frac{5+10+13+17+21+22+24+28}{8}$
$=\frac{140}{8}=17.5$(권)

P. 9

필수 예제 2 **중앙값: 245 mm, 최빈값: 250 mm**
자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
230, 235, 235, 240, 250, 250, 250, 255이므로
(중앙값)$=\frac{240+250}{2}=245(\text{mm})$
250 mm의 도수가 3으로 가장 크므로 (최빈값)$=250$ mm

유제 2 **중앙값: 9시간, 최빈값: 9시간**
중앙값은 5번째와 6번째 도수가 각각 속하는 계급의 계급값의 평균이므로
(중앙값)$=\frac{9+9}{2}=9$(시간)
도수가 4로 가장 큰 계급의 계급값이 9시간이므로
(최빈값)$=9$시간

필수 예제 3 **43 kg**
학생 B의 몸무게를 x kg이라 하면 평균이 49 kg이므로
$\frac{39+x+52+46+65}{5}=49$
$202+x=245$ $\quad\therefore x=43(\text{kg})$
따라서 학생 B의 몸무게는 43 kg이다.

유제 3 **4**
주어진 자료의 최빈값이 4이므로
$a=4$
자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
1, 2, 4, 4, 5, 8이므로
(중앙값)$=\frac{4+4}{2}=4$

필수 예제 4 **평균: 119분, 중앙값: 85분, 중앙값**
(평균)$=\frac{70+65+95+10+90+100+75+105+500+80}{10}$
$=\frac{1190}{10}=119$(분)
자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
10, 65, 70, 75, 80, 90, 95, 100, 105, 500이므로
(중앙값)$=\frac{80+90}{2}=85$(분)
이 자료에는 10, 500과 같이 극단적인 값이 있으므로 자료의 중심 경향을 더 잘 나타내어 주는 것은 중앙값이다.

유제 4 **최빈값, 95호**
가장 많이 판매된 크기의 티셔츠를 주문해야 하므로 대푯값으로 적절한 것은 최빈값이다.
이때 95호의 도수가 5로 가장 크므로
(최빈값)$=95$호

P. 10 개념 누르기 한판

1 23	**2** 0	**3** $x=4$, $y=4$
4 3개	**5** ㄱ, ㅂ	

1 (평균)$=\frac{10+6+8+9+5+3+8+8+6}{9}=\frac{63}{9}=7$(개)
$\therefore a=7$
자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
3, 5, 6, 6, 8, 8, 8, 9, 10이므로
(중앙값)$=8$개 $\quad\therefore b=8$
8개의 도수가 3으로 가장 크므로
(최빈값)$=8$개 $\quad\therefore c=8$
$\therefore a+b+c=7+8+8=23$

2 중앙값은 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 자료의 값이므로
(중앙값)$=5$시간 $\quad\therefore a=5$
5시간의 도수가 5로 가장 크므로
(최빈값)$=5$시간 $\quad\therefore b=5$
$\therefore a-b=5-5=0$

3 도수의 총합이 20명이므로

$2+x+9+y+1=20$

$\therefore x+y=8 \quad \cdots ㉠$

또 평균이 2.9권이므로

$\dfrac{1\times2+2\times x+3\times9+4\times y+5\times1}{20}=2.9$

$2x+4y=24$

$\therefore x+2y=12 \quad \cdots ㉡$

따라서 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=4$, $y=4$

4 중앙값이 90점이므로 시험 점수를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면 85점, 88점, 92점, x점이다.

$\therefore x\geq92 \quad \cdots ㉠$

또 평균이 90점 미만이므로

$\dfrac{92+88+85+x}{4}<90$, $265+x<360$

$\therefore x<95 \quad \cdots ㉡$

따라서 ㉠, ㉡에서 $92\leq x<95$이므로 x의 값이 될 수 있는 자연수는 92, 93, 94의 3개이다.

5 ㄱ, ㅂ. 자료에 극단적인 값이 있으므로 평균을 대푯값으로 하기에 적절하지 않다.

02 산포도

P. 11

개념 확인 **평균: 13,**
편차: −1, 1, 2, 0, −2

$(\text{평균})=\dfrac{12+14+15+13+11}{5}=\dfrac{65}{5}=13$

(편차)=(자료의 값)−(평균)이므로

각 자료의 값의 편차는 −1, 1, 2, 0, −2

필수 예제 1 (1) **−1** (2) **1명**

(1) 편차의 합은 0이므로

$1+x+2+(-1)+(-1)=0 \qquad \therefore x=-1$

(2) (편차)=(자료의 값)−(평균)이므로

$-1=$(B가구의 자녀 수)-2

$\therefore$ (B가구의 자녀 수)=1(명)

유제 1 **36개**

승우가 암기한 영어 단어의 개수를 x개라 하면

평균이 40개이고 편차가 −4개이므로

$x-40=-4 \qquad \therefore x=36$(개)

따라서 승우가 암기한 영어 단어의 개수는 36개이다.

유제 2 **57**

편차의 합은 0이므로

$1+a+0+2+(-1)+(-6)=0 \qquad \therefore a=4$

형욱이의 몸무게의 편차가 0 kg이므로 평균은 59 kg이고, 서우의 몸무게의 편차가 −6 kg이므로

$-6=b-59 \qquad \therefore b=53$

$\therefore a+b=4+53=57$

다른 풀이

형욱이의 몸무게의 편차가 0 kg이므로 평균은 59 kg이다.

$a=63-59=4$

$-6=b-59$, $b=53 \qquad \therefore a+b=57$

P. 12

개념 확인 (1) **10** (2) **2** (3) $\sqrt{2}$

(1) $(\text{평균})=\dfrac{15+17+14+16+18}{5}=\dfrac{80}{5}=16$이므로

$\{(\text{편차})^2\text{의 합}\}=(-1)^2+1^2+(-2)^2+0^2+2^2=10$

(2) $(\text{분산})=\dfrac{10}{5}=2$

(3) $(\text{표준편차})=\sqrt{2}$

필수 예제 2 (1) **12** (2) **3** (3) $\sqrt{3}$**회**

(1) 평균이 10회이므로

$\dfrac{10+12+9+7+10+x}{6}=10$에서 $48+x=60$

$\therefore x=12$

(2) $(\text{분산})=\dfrac{0^2+2^2+(-1)^2+(-3)^2+0^2+2^2}{6}=\dfrac{18}{6}=3$

(3) $(\text{표준편차})=\sqrt{3}$회

유제 3 **43 g,** $\sqrt{20.4}$ **g**

편차의 합은 0이므로

$-2+(-6)+x+3+7=0 \qquad \therefore x=-2$

(편차)=(자료의 값)−(평균)이므로

$-2=$(달걀 C의 무게)$-45 \qquad \therefore$ (달걀 C의 무게)=43(g)

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2+(-6)^2+(-2)^2+3^2+7^2}{5}=\dfrac{102}{5}=20.4$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{20.4}$(g)

유제 4 **학생 A가 받은 점수의 표준편차:** $10\sqrt{2}$**점,**
학생 B가 받은 점수의 표준편차: $5\sqrt{2}$**점,**
학생 B

학생 A가 받은 점수에서

$(\text{평균})=\dfrac{50+70+90+80+60}{5}=\dfrac{350}{5}=70$(점)이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-20)^2+0^2+20^2+10^2+(-10)^2}{5}=\dfrac{1000}{5}=200$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$(점)

학생 B가 받은 점수에서

$(\text{평균})=\dfrac{60+80+65+75+70}{5}=\dfrac{350}{5}=70$(점)이므로

$(\text{분산})=\dfrac{(-10)^2+10^2+(-5)^2+5^2+0^2}{5}=\dfrac{250}{5}=50$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{50}=5\sqrt{2}$(점)

따라서 표준편차가 작을수록 점수가 고르다고 할 수 있으므로 학생 B의 점수가 학생 A의 점수보다 더 고르다.

P. 13

개념 확인

계급값(회)	(계급값)×(도수)	편차(회)	(편차)^2×(도수)
5	$5\times7=35$	$\boxed{-8}$	$\boxed{(-8)^2}\times7=\boxed{448}$
$\boxed{15}$	$\boxed{15}\times10=\boxed{150}$	$\boxed{2}$	$\boxed{2^2}\times10=\boxed{40}$
$\boxed{25}$	$\boxed{25}\times3=\boxed{75}$	$\boxed{12}$	$\boxed{12^2}\times3=\boxed{432}$
	$\boxed{260}$		$\boxed{920}$

$\therefore$ (평균)$=\dfrac{\boxed{260}}{20}=\boxed{13}$(회), (분산)$=\dfrac{\boxed{920}}{20}=\boxed{46}$,

(표준편차)$=\sqrt{\boxed{46}}$회

필수 예제 3 **분산: 64, 표준편차: 8분**

계급값(분)	(계급값)×(도수)	편차(분)	(편차)^2×(도수)
5	$5\times1=5$	-16	$(-16)^2\times1=256$
15	$15\times9=135$	-6	$(-6)^2\times9=324$
25	$25\times7=175$	4	$4^2\times7=112$
35	$35\times3=105$	14	$14^2\times3=588$
	420		1280

$\therefore$ (평균)$=\dfrac{420}{20}=21$(분), (분산)$=\dfrac{1280}{20}=64$,

(표준편차)$=\sqrt{64}=8$(분)

유제 5 **$\sqrt{3.2}$개**

주어진 히스토그램에서 계급값과 도수를 구하면 오른쪽 표와 같으므로

계급값(개)	도수(명)
3	3
5	5
7	1
9	1
합계	10

(평균)$=\dfrac{3\times3+5\times5+7\times1+9\times1}{10}$

$=\dfrac{50}{10}=5$(개)

(분산)

$=\dfrac{(-2)^2\times3+0^2\times5+2^2\times1+4^2\times1}{10}$

$=\dfrac{32}{10}=3.2$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{3.2}$(개)

P. 14 개념 누르기 한판

1 $x=1$, 표준편차: 2점 **2** ⑤
3 (1) ④ (2) $\sqrt{6}$권 **4** 평균: 7, 표준편차: 3
5 (1) B반 (2) C반

1 편차의 합은 0이므로

$-2+3+x+(-3)+0+1=0$ $\therefore x=1$

(분산)$=\dfrac{(-2)^2+3^2+1^2+(-3)^2+0^2+1^2}{6}=\dfrac{24}{6}=4$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4}=2$(점)

2 평균이 7이므로

$\dfrac{6+10+x+y+7}{5}=7$에서

$x+y=12$ $\cdots$ ㉠

또 분산이 3.8이므로

$\dfrac{(-1)^2+3^2+(x-7)^2+(y-7)^2+0^2}{5}=3.8$

$x^2+y^2-14(x+y)+108=19$ $\cdots$ ㉡

㉡에 ㉠을 대입하면

$x^2+y^2-14\times12+108=19$, $x^2+y^2-60=19$

$\therefore x^2+y^2=79$

3

책의 수(권)	학생 수(명)	계급값(권)	편차(권)	(편차)^2×(도수)
1이상 ~ 3미만	2	2	-4	$(-4)^2\times2=32$
3 ~ 5	6	4	-2	$(-2)^2\times6=24$
5 ~ 7	5	6	0	$0^2\times5=0$
7 ~ 9	4	8	2	$2^2\times4=16$
9 ~ 11	3	10	4	$4^2\times3=48$
합계	20			120

(1) ① $A=-2$ ② $B=4$ ③ $C=32$ ④ $D=0$ ⑤ $E=48$

(2) (분산)$=\dfrac{120}{20}=6$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{6}$(권)

4 a, b, c, d의 평균이 5이므로

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=5$에서 $a+b+c+d=20$

$\therefore$ ($a+2$, $b+2$, $c+2$, $d+2$의 평균)

$=\dfrac{(a+2)+(b+2)+(c+2)+(d+2)}{4}$

$=\dfrac{a+b+c+d+8}{4}$

$=\dfrac{20+8}{4}=7$

또 a, b, c, d의 표준편차가 3이므로

$\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=3^2$

$\therefore$ ($a+2$, $b+2$, $c+2$, $d+2$의 분산)

$=\dfrac{(a+2-7)^2+(b+2-7)^2+(c+2-7)^2+(d+2-7)^2}{4}$

$=\dfrac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2}{4}=3^2$

$\therefore$ ($a+2$, $b+2$, $c+2$, $d+2$의 표준편차)$=\sqrt{3^2}=3$

다른 풀이

(구하는 평균)$=5+2=7$

(구하는 표준편차)$=1\times3=3$

참고 n개의 변량 x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_n의 평균이 m이고, 표준편차가 s일 때, ax_1+b, ax_2+b, ax_3+b, $\cdots$, ax_n+b에 대하여

(평균)$=am+b$, (표준편차)$=|a|s$

5 (1) B반의 평균이 가장 높으므로 성적이 가장 높다.

(2) C반의 표준편차가 가장 작으므로 성적이 가장 고르다.

P. 15~18 단원 마무리

1 ③	**2** ①	**3** ③	**4** ①, ④	**5** ②
6 6	**7** ⑤	**8** ④	**9** ②	**10** ④
11 ④	**12** $\sqrt{54.2}$ dB		**13** 6	**14** ①
15 ①	**16** ④	**17** ③	**18** ③	**19** ③

20 0.1, 과정은 풀이 참조

21 $\sqrt{4.8}$권, 과정은 풀이 참조

22 16분, 14분, 과정은 풀이 참조

23 $2\sqrt{21}$개, 과정은 풀이 참조

1 $(\text{평균})=\dfrac{27+15+11+31+21+27}{6}$

$=\dfrac{132}{6}=22(\text{일})$

2 액션의 도수가 16으로 가장 크므로 최빈값은 액션이다.

3 ㄱ. 도수가 8로 가장 큰 계급의 계급값이 7일이므로
(최빈값)=7일

ㄴ. 10번째와 11번째 도수가 각각 속하는 계급의 계급값의 평균이 중앙값이므로

$(\text{중앙값})=\dfrac{5+7}{2}=6(\text{일})$

ㄷ. $(\text{평균})=\dfrac{1\times1+3\times3+5\times6+7\times8+9\times2}{20}$

$=\dfrac{114}{20}=5.7(\text{일})$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

4 누락된 2명의 성적이 평균보다 크므로 2명의 성적을 반영하여 계산하면 평균은 커진다.
또 누락된 2명의 성적이 중앙값보다 크므로 2명의 성적을 반영하여 계산하면 중앙값은 변하지 않거나 커진다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

5 5개의 도시에 있는 천연기념물의 수의 총합은
$5\times5=25$(개)
A, B, C 3개의 도시에 있는 천연기념물의 수의 총합은
$7\times3=21$(개)
따라서 D, E 2개의 도시에 있는 천연기념물의 수의 총합은
$25-21=4$(개)

$\therefore (\text{구하는 평균})=\dfrac{4}{2}=2(\text{개})$

6 x의 값에 관계없이 7시간의 도수가 가장 크므로 최빈값은 7시간이고 평균도 7시간이다.

$\dfrac{6+9+10+7+x+7+4+7}{8}=7$

$50+x=56$

$\therefore x=6$

7 세 수 2, 5, a의 중앙값이 5이므로 $a\geq5$
세 수 10, 16, a의 중앙값이 10이므로 $a\leq10$
$\therefore 5\leq a\leq10$
따라서 자연수 a의 값이 될 수 없는 것은 ⑤ 11이다.

8 ㄱ. 자료 A에는 극단적인 값 100이 있으므로 평균을 대푯값으로 정하기에 적절하지 않다.
ㄴ. 자료 B에는 최빈값이 없고, 극단적인 값이 없으므로 평균이나 중앙값을 대푯값으로 정하는 것이 적절하다.
ㄷ. 자료 C의 중앙값과 최빈값은 13으로 서로 같다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

9 ㄱ. 대푯값에는 평균, 중앙값, 최빈값 등이 있고 산포도에는 분산, 표준편차 등이 있다.
ㄴ. 1, 2, 3, 6의 평균은 3, 중앙값은 2.5로 같은 값이 아니다.
ㄷ. 중앙값은 자료의 개수가 짝수이면 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 중앙에 있는 두 자료의 값의 평균이므로 자료에 없는 값이 될 수도 있다.
ㄹ. 자료의 값이 모두 같으면 편차가 0이 되므로 분산은 0이다. 즉, 분산은 음수가 아닌 수이다.
ㅁ. $(\text{표준편차})=\sqrt{(\text{분산})}$이므로 분산이 클수록 표준편차도 크다.
따라서 옳은 것은 ㄷ, ㅁ이다.

10 $(\text{분산})=\dfrac{9+4+0+16+1}{5}=\dfrac{30}{5}=6$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{6}(\text{회})$

11 ㄱ. $(\text{평균})=\dfrac{3+4+5+1+5+2+5+7}{8}=\dfrac{32}{8}=4$

ㄴ. 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 4번째와 5번째 자료의 값의 평균이 중앙값이므로

$(\text{중앙값})=\dfrac{4+5}{2}=4.5$

ㄷ. 5의 도수가 3으로 가장 크므로 (최빈값)=5

ㄹ. (분산)

$=\dfrac{(-1)^2+0^2+1^2+(-3)^2+1^2+(-2)^2+1^2+3^2}{8}$

$=\dfrac{26}{8}=3.25$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{3.25}$

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㄹ의 3개이다.

12 $(\text{평균})=\dfrac{69+76+78+79+80+81+83+86+93+95}{10}$

$=\dfrac{820}{10}=82(\text{dB})$

(분산)

$=\dfrac{(-13)^2+(-6)^2+(-4)^2+(-3)^2+(-2)^2+(-1)^2+1^2+4^2+11^2+13^2}{10}$

$=\dfrac{542}{10}=54.2$

$\therefore (\text{표준편차})=\sqrt{54.2}(\text{dB})$

13 자료 A: 1, 2, 3, 4, 5

$(\text{자료 A의 평균})=\dfrac{1+2+3+4+5}{5}=\dfrac{15}{5}=3$

$(\text{자료 A의 분산})=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+0^2+1^2+2^2}{5}$

$=\dfrac{10}{5}=2$

$\therefore a=2$

자료 B: 1, 3, 5, 7, 9

$(\text{자료 B의 평균})=\dfrac{1+3+5+7+9}{5}=\dfrac{25}{5}=5$

$\therefore (\text{자료 B의 분산})=\dfrac{(-4)^2+(-2)^2+0^2+2^2+4^2}{5}$

$=\dfrac{40}{5}=8$

$\therefore b=8$

따라서 $a=2$, $b=8$이므로 a, b의 차는 $8-2=6$

14 $a+9+12+5+3=30$이므로 $a=1$

$(\text{분산})=\dfrac{(-2)^2\times1+(-1)^2\times9+0^2\times12+1^2\times5+2^2\times3}{30}$

$=\dfrac{30}{30}=1$

따라서 표준편차는 1시간이므로 $b=1$

$\therefore a+b=1+1=2$

15 편차의 합은 0이므로

$-2+3+a+1+b=0$, $a+b=-2$ ⋯ ㉠

또 표준편차가 $\sqrt{7}$이므로

$\dfrac{(-2)^2+3^2+a^2+1^2+b^2}{5}=(\sqrt{7})^2$, $a^2+b^2=21$ ⋯ ㉡

이때 $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면

$21=(-2)^2-2ab$, $2ab=-17$ $\therefore ab=-\dfrac{17}{2}$

16 a, b, c의 평균이 10이므로

$\dfrac{a+b+c}{3}=10$에서 $a+b+c=30$

$(3a,\ 3b,\ 3c\text{의 평균})=\dfrac{3a+3b+3c}{3}=\dfrac{3(a+b+c)}{3}$

$=\dfrac{3\times30}{3}=30$

$\therefore m=30$

또 a, b, c의 표준편차가 6이므로

$\dfrac{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2}{3}=6^2$

$(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2=108$

$(3a,\ 3b,\ 3c\text{의 분산})$

$=\dfrac{(3a-30)^2+(3b-30)^2+(3c-30)^2}{3}$

$=\dfrac{9\{(a-10)^2+(b-10)^2+(c-10)^2\}}{3}$

$=\dfrac{9\times108}{3}=324$

$\therefore (3a,\ 3b,\ 3c\text{의 표준편차})=\sqrt{324}=18$ $\therefore n=18$

$\therefore m-n=30-18=12$

17 ① 두 반 A, B의 성적의 평균이 같으므로 A반의 성적이 B반의 성적보다 우수하다고 할 수 없다.

② A반의 표준편차가 B반의 표준편차보다 작으므로 A반의 분산이 B반의 분산보다 작다.

③, ⑤ A반의 표준편차가 B반의 표준편차보다 작으므로 A반의 성적이 B반의 성적보다 고르다고 할 수 있다.

④ 두 반 A, B의 학생 수를 알 수 없으므로 두 반의 수학 성적의 총합은 알 수 없다.

따라서 옳은 것은 ③이다.

18 5명의 학생의 점수를 각각 a, b, c, d, e점이라 하자.

6명의 학생의 평균이 8점이므로

$\dfrac{a+b+c+d+e+8}{6}=8$

$\therefore a+b+c+d+e=40$

$\therefore (\text{5명의 평균})=\dfrac{a+b+c+d+e}{5}$

$=\dfrac{40}{5}=8(\text{점})$

또 6명의 학생의 분산이 3이므로

$\dfrac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2+0^2}{6}=3$

$\therefore (a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2=18$

$\therefore (\text{5명의 분산})$

$=\dfrac{(a-8)^2+(b-8)^2+(c-8)^2+(d-8)^2+(e-8)^2}{5}$

$=\dfrac{18}{5}=3.6$

$\therefore (\text{5명의 표준편차})=\sqrt{3.6}(\text{점})$

19 실제 4개의 수의 총합은 변함이 없으므로 평균은 변함이 없다.

$\therefore (\text{실제 평균})=2$

한편 잘못 본 4개의 수를 a, b, 6, 2라 하면

$(\text{잘못 본 4개의 수의 분산})=\dfrac{(a-2)^2+(b-2)^2+4^2+0^2}{4}$

$=30$

$\therefore (a-2)^2+(b-2)^2=104$

$\therefore (\text{실제 분산})=\dfrac{(a-2)^2+(b-2)^2+3^2+1^2}{4}$

$=\dfrac{104+10}{4}=28.5$

20 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 8번째 자료의 값이 중앙값이므로 (중앙값)$=0.9$ ⋯ (i)

1.0의 도수가 3으로 가장 크므로 (최빈값)$=1.0$ ⋯ (ii)

따라서 중앙값과 최빈값의 차는

$1.0-0.9=0.1$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) 중앙값 구하기	40 %
(ii) 최빈값 구하기	40 %
(iii) 중앙값과 최빈값의 차 구하기	20 %

21 편차의 합은 0이므로

$(-3)\times2+(-2)\times6+0\times5+a\times4+1\times2+4\times1=0$

$-12+4a=0$

$4a=12$

$\therefore a=3$ $\cdots$ (i)

(분산)

$=\dfrac{(-3)^2\times2+(-2)^2\times6+0^2\times5+3^2\times4+1^2\times2+4^2\times1}{20}$

$=\dfrac{96}{20}=4.8$ $\cdots$ (ii)

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4.8}$(권) $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	40 %
(ii) 분산 구하기	40 %
(iii) 표준편차 구하기	20 %

22 분산이 8이므로

$\dfrac{x^2+(-5)^2+3^2+2^2+(-x)^2}{5}=8$ $\cdots$ (i)

$2x^2+38=40$

$2x^2=2,\ x^2=1$

$\therefore x=\pm1$

그런데 월요일의 등교 시간이 금요일보다 더 오래 걸렸으므로 $x=1$ $\cdots$ (ii)

이때 등교 시간의 평균이 15분이므로

(월요일의 등교 시간)$-15=1$에서

(월요일의 등교 시간)$=16$(분) $\cdots$ (iii)

(금요일의 등교 시간)$-15=-1$에서

(금요일의 등교 시간)$=14$(분) $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) x에 대한 식 세우기	25 %
(ii) x의 값 구하기	25 %
(iii) 월요일의 등교 시간 구하기	25 %
(iv) 금요일의 등교 시간 구하기	25 %

23 쿠키가 70개 이상 80개 미만 팔린 날의 수를 x일이라 하면

$1+x+3+2=10$

$\therefore x=4$(일) $\cdots$ (i)

(분산)$=\dfrac{(-16)^2\times1+(-6)^2\times4+4^2\times3+14^2\times2}{10}$

$=\dfrac{840}{10}=84$ $\cdots$ (ii)

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{84}=2\sqrt{21}$(개) $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 쿠키가 70개 이상 80개 미만 팔린 날의 수 구하기	40 %
(ii) 분산 구하기	40 %
(iii) 표준편차 구하기	20 %

01 피타고라스 정리 (1)

P. 22~23

개념 확인 (1) 5 (2) $2\sqrt{5}$

(1) $x^2=4^2+3^2=25$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$

(2) $x^2=6^2-4^2=20$

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{5}$

필수 예제 1 $x=5$, $y=\sqrt{41}$

$x^2=13^2-12^2=25$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$

$y^2=4^2+x^2=4^2+5^2=41$

그런데 $y>0$이므로 $y=\sqrt{41}$

유제 1 (1) $x=2\sqrt{2}$, $y=\sqrt{17}$ (2) $x=2\sqrt{37}$, $y=11$

(1) $\triangle$ABC에서 $x^2=2^2+2^2=8$

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{2}$

$\triangle$ACD에서 $y^2=x^2+3^2=(2\sqrt{2})^2+3^2=17$

그런데 $y>0$이므로 $y=\sqrt{17}$

(2) $\triangle$ABD에서 $x^2=10^2+(4\sqrt{3})^2=148$

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{37}$

$\triangle$BCD에서 $y^2=x^2-(3\sqrt{3})^2=(2\sqrt{37})^2-(3\sqrt{3})^2=121$

그런데 $y>0$이므로 $y=11$

유제 2 20 cm

$\triangle$ADC에서 $\overline{AC}^2=13^2-5^2=144$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=12$(cm)

$\triangle$ABC에서 $\overline{AB}^2=(11+5)^2+12^2=400$

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=20$(cm)

필수 예제 2 (1) $\sqrt{2}$ cm (2) $\sqrt{3}$ cm (3) 2 cm

(1) $\triangle$AOB에서 $\overline{BO}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$(cm)

(2) $\triangle$BOC에서 $\overline{CO}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$(cm)

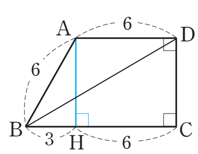
(3) $\triangle$COD에서 $\overline{DO}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$(cm)

유제 3 $\sqrt{3}$ cm

$\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$(cm)

$\therefore$ $\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$(cm)

필수 예제 3 $6\sqrt{3}$



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{HC}=\overline{AD}=6$이므로

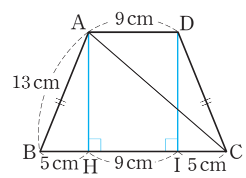
$\overline{BH}=9-6=3$

$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$

$\therefore$ $\overline{DC}=\overline{AH}=3\sqrt{3}$

따라서 $\triangle$BCD에서 $\overline{BD}=\sqrt{9^2+(3\sqrt{3})^2}=6\sqrt{3}$

유제 4 $2\sqrt{85}$ cm



오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하면

$\overline{HI}=\overline{AD}=9$ cm이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(19-9)=5$(cm)

$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)

따라서 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(9+5)^2+12^2}=2\sqrt{85}$(cm)

P. 24

필수 예제 4 (1) 5 cm (2) 25 cm^2

$\triangle$ABC$\equiv\triangle$EAD$\equiv\triangle$GEF$\equiv\triangle$BGH(SAS 합동)이므로

$\square$AEGB는 정사각형이다.

(1) $\triangle$ABC에서 $\angle C=90^\circ$이므로

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+3^2}=5$(cm)

(2) $\square$AEGB는 한 변의 길이가 5 cm인 정사각형이므로

$\square$AEGB$=5^2=25$(cm^2)

유제 5 68 cm

$\square$AEGB는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\sqrt{169}=13$(cm)

$\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{13^2-12^2}=5$(cm)

따라서 $\square$CDFH는 한 변의 길이가 $12+5=17$(cm)인 정사각형이므로 그 둘레의 길이는

$4\times17=68$(cm)

유제 6 90°, 직각이등변, $\frac{1}{2}c^2$, a^2+b^2

$\triangle$ABC$\equiv\triangle$CDE(SSS 합동)이므로

$\angle ACE=180^\circ-(\angle ACB+\angle ECD)$

$=180^\circ-(\angle ACB+\angle CAB)$

$=180^\circ-90^\circ=90^\circ$

또 $\overline{AC}=\overline{CE}$이므로 $\triangle$ACE는 $\angle ACE=\boxed{90^\circ}$인 $\boxed{\text{직각이등변}}$삼각형이다.

$\square ABDE=\frac{1}{2}\times(\overline{AB}+\overline{DE})\times\overline{BD}$

$=\frac{1}{2}(a+b)(a+b)=\frac{1}{2}(a+b)^2$ ⋯ ㉠

$\triangle ABC+\triangle ACE+\triangle CDE=\frac{1}{2}ab+\frac{1}{2}c^2+\frac{1}{2}ab$ ⋯ ㉡

이때 ㉠=㉡이므로

$\frac{1}{2}(a+b)^2=\frac{1}{2}ab+\boxed{\frac{1}{2}c^2}+\frac{1}{2}ab$

$\frac{1}{2}a^2+ab+\frac{1}{2}b^2=ab+\frac{1}{2}c^2$, $\frac{1}{2}a^2+\frac{1}{2}b^2=\frac{1}{2}c^2$

$\therefore$ $\boxed{a^2+b^2}=c^2$

P. 25

필수 예제 5 (1) 정사각형 (2) $1\,\mathrm{cm}^2$

(1) $\triangle ABC\equiv\triangle BDF\equiv\triangle DEG\equiv\triangle EAH$이므로
$\overline{CF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HC}$,
$\angle HCF=\angle CFG=\angle FGH=\angle GHC=90^\circ$이다.
따라서 $\square CFGH$는 정사각형이다.

(2) $\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\mathrm{cm})$이므로
$\overline{CH}=\overline{AC}-\overline{AH}=\overline{AC}-\overline{BC}=4-3=1(\mathrm{cm})$
$\therefore\ \square CFGH=1^2=1(\mathrm{cm}^2)$

유제 7 $24(\sqrt{3}-1)$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}$이므로
$\overline{CF}=\overline{BC}-\overline{BF}=\overline{BC}-\overline{AC}=6\sqrt{3}-6=6(\sqrt{3}-1)$
$\therefore$ ($\square CFGH$의 둘레의 길이)$=4\times6(\sqrt{3}-1)$
$=24(\sqrt{3}-1)$

유제 8 ④

④ $\triangle ABC=\frac{1}{2}ab$
$\square CFGH=(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$에서
$2\square CFGH=2a^2-4ab+2b^2$
$\therefore\ \triangle ABC\neq2\square CFGH$

P. 26

필수 예제 6 (1) ② (2) $32\,\mathrm{cm}^2$

(1) $\overline{EA}\,/\!/\,\overline{CB}$이므로 $\triangle ABE=\triangle ACE$
$\triangle ABE\equiv\triangle AFC$이므로 $\triangle ABE=\triangle AFC$
$\overline{AF}\,/\!/\,\overline{CL}$이므로 $\triangle AFC=\triangle AFL=\triangle LFM$
따라서 $\triangle ABE$와 넓이가 같은 삼각형이 아닌 것은
② $\triangle ABC$이다.

(2) $\triangle AFL=\triangle ACE=\frac{1}{2}\square ACDE$
$=\frac{1}{2}\times64=32(\mathrm{cm}^2)$

유제 9 (1) $4\,\mathrm{cm}^2$ (2) $2\sqrt{2}\,\mathrm{cm}^2$

(1) $\square ACDE+\square BHIC=\square AFGB$이므로
$\square ACDE+8=12$
$\therefore\ \square ACDE=4(\mathrm{cm}^2)$

(2) $\overline{BC}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$, $\overline{AC}=\sqrt{4}=2(\mathrm{cm})$이므로
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{2}=2\sqrt{2}(\mathrm{cm}^2)$

P. 27

개념 확인 (1) $\overline{BC}$, 10 (2) 100, 100 (3) $=$, 10, 직각

필수 예제 7 ④

④ 가장 긴 변의 길이가 $12\,\mathrm{cm}$이고 $6^2+9^2\neq12^2$이므로
직각삼각형이 아니다.

유제 10 ①, ③

① 가장 긴 변의 길이가 $\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$이고 $(\sqrt{2})^2+(\sqrt{3})^2=(\sqrt{5})^2$이므로 직각삼각형이다.

③ 가장 긴 변의 길이가 $4\,\mathrm{cm}$이고 $(\sqrt{7})^2+3^2=4^2$이므로
직각삼각형이다.

필수 예제 8 $\frac{7}{6}$

$x+3$이 가장 긴 변의 길이이므로
$4^2+x^2=(x+3)^2$
$6x=7\qquad\therefore\ x=\frac{7}{6}$

유제 11 3

$x+7$이 가장 긴 변의 길이이므로
$(x+3)^2+(x+5)^2=(x+7)^2$
$x^2+2x-15=0$, $(x+5)(x-3)=0$
그런데 $x+3>0$에서 $x>-3$이므로 $x=3$

유제 12 $\sqrt{119}$, 13

(i) a가 가장 긴 변의 길이일 때,
$12^2+5^2=a^2$, $a^2=169$
그런데 $a>0$이므로 $a=13$

(ii) 12가 가장 긴 변의 길이일 때,
$5^2+a^2=12^2$, $a^2=119$
그런데 $a>0$이므로 $a=\sqrt{119}$

따라서 (i), (ii)에 의해 a의 값은 $\sqrt{119}$, 13

P. 28~29 개념 누르기 한판

1 (1) 13 (2) 8 (3) 1
2 (1) $\sqrt{65}$ (2) $8\sqrt{5}$ (3) $2\sqrt{13}$
3 (1) $\sqrt{11}$ (2) $\sqrt{5}$
4 $200\,\mathrm{m}$
5 $120\,\mathrm{cm}^2$
6 (1) 20 (2) $32(2-\sqrt{3})$
7 $10\,\mathrm{cm}^2$
8 (1) ⑤ (2) $32\,\mathrm{cm}^2$ (3) $3\,\mathrm{cm}$
9 3개
10 ②, ③

1 (1) $x^2=12^2+5^2=169$
그런데 $x>0$이므로 $x=13$
(2) $x^2+x^2=(8\sqrt{2})^2$, $x^2=64$
그런데 $x>0$이므로 $x=8$
(3) $x^2=2^2-(\sqrt{3})^2=1$
그런데 $x>0$이므로 $x=1$

2 (1) $\triangle ADC$에서 $\overline{AD}=\sqrt{5^2-3^2}=4$
따라서 $\triangle ABD$에서 $x=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}$
(2) $\triangle ADC$에서 $\overline{AD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$
$\overline{BD}=\overline{AD}=10$이므로 $\overline{BC}=10+6=16$
따라서 $\triangle ABC$에서 $x=\sqrt{16^2+8^2}=8\sqrt{5}$

(3) $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-6^2}=8$이므로

$\overline{DC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times8=4$

따라서 $\triangle ADC$에서 $x=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$

3 (1) $\overline{BO}=\sqrt{3}$, $\overline{CO}=\sqrt{5}$, $\overline{DO}=\sqrt{7}$, $\overline{EO}=3$이므로

$x=\sqrt{3^2+(\sqrt{2})^2}=\sqrt{11}$

(2) $\overline{BE}=\overline{BD}=\sqrt{2}$, $\overline{BG}=\overline{BF}=\sqrt{3}$, $\overline{BI}=\overline{BH}=2$이므로

$x=\overline{BJ}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

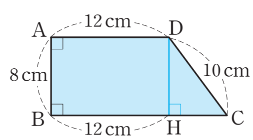
4 (민이가 이동한 거리)$=\sqrt{400^2+300^2}=500(\text{m})$

(솔이가 이동한 거리)$=400+300=700(\text{m})$

따라서 두 사람이 이동한 거리의 차는

$700-500=200(\text{m})$

5 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=\overline{AB}=8\text{ cm}$이므로

$\triangle DHC$에서 $\overline{HC}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$

$\overline{BC}=12+6=18(\text{cm})$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times(12+18)\times8=120(\text{cm}^2)$

6 (1) $\overline{CF}=\overline{DG}=4$, $\overline{CG}=6-4=2$이므로

$\square EFGH=\overline{FG}^2=\overline{CF}^2+\overline{CG}^2=4^2+2^2=20$

(2) $\overline{CF}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$, $\overline{CG}=\overline{BF}=4$이므로

$\overline{FG}=\overline{CF}-\overline{CG}=4\sqrt{3}-4$

$\therefore \square EFGH=\overline{FG}^2=(4\sqrt{3}-4)^2=32(2-\sqrt{3})$

7 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로 $\triangle ACE$는 직각이등변삼각형이다.

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}=2\text{ cm}$, $\overline{DE}=\overline{BC}=4\text{ cm}$이므로

$\overline{AC}=\overline{CE}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ACE=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{CE}$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=10(\text{cm}^2)$

8 (1) $\frac{1}{2}\square ADEB=\triangle EBA=\triangle EBC$

$=\triangle ABF=\triangle BFL=\frac{1}{2}\square BFML$

(2) $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$이므로

$\square ADEB=8^2=64(\text{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABF=\triangle EBC=\triangle EBA=\frac{1}{2}\square ADEB$

$=\frac{1}{2}\times64=32(\text{cm}^2)$

(3) $\square ADEB+\square ACHI=\square BFGC$이므로

$\square ACHI=25-16=9(\text{cm}^2)$

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{9}=3(\text{cm})$

9 ㄱ. $2^2+3^2\neq4^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

ㄴ, ㄷ, ㄹ. 가장 긴 변의 길이의 제곱이 나머지 두 변의 길이의 제곱의 합과 같으므로 직각삼각형이다.

ㅁ. $6^2+9^2\neq14^2$이므로 직각삼각형이 아니다.

따라서 직각삼각형은 ㄴ, ㄷ, ㄹ의 3개이다.

10 새로운 막대의 길이를 $x\text{ cm}$라 하면

(ⅰ) $x\text{ cm}$가 가장 긴 막대의 길이일 때,

$x^2=6^2+8^2=100$

그런데 $x>0$이므로 $x=10(\text{cm})$

(ⅱ) 8 cm가 가장 긴 막대의 길이일 때,

$x^2=8^2-6^2=28$

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{7}(\text{cm})$

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 새로운 막대의 길이로 가능한 것은 $2\sqrt{7}\text{ cm}$, 10 cm이다.

02 피타고라스 정리 (2)

P. 30

개념 확인 **(1) 예각삼각형 (2) 직각삼각형 (3) 둔각삼각형**

(1) $9^2<6^2+8^2$이므로 예각삼각형이다.

(2) $10^2=6^2+8^2$이므로 직각삼각형이다.

(3) $11^2>6^2+8^2$이므로 둔각삼각형이다.

필수 예제 1 **(1) 예각삼각형 (2) 직각삼각형 (3) 둔각삼각형 (4) 예각삼각형**

(1) $8^2<6^2+7^2$이므로 예각삼각형이다.

(2) $25^2=7^2+24^2$이므로 직각삼각형이다.

(3) $12^2>5^2+10^2$이므로 둔각삼각형이다.

(4) $(\sqrt{13})^2<(\sqrt{5})^2+(2\sqrt{3})^2$이므로 예각삼각형이다.

유제 1 $\boldsymbol{\sqrt{41}<a<9}$

삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서

$5-4<a<4+5$ $\quad\therefore 1<a<9$

이때 $a>5$이므로 $5<a<9$ $\quad\cdots$ ㉠

둔각삼각형이 되려면 $a^2>4^2+5^2$, $a^2>41$

이때 $a>0$이므로 $a>\sqrt{41}$ $\quad\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\sqrt{41}<a<9$

유제 2 **예각삼각형**

삼각형의 세 변의 길이를 각각 $4k$, $5k$, $6k(k>0)$라 하면

$(6k)^2<(4k)^2+(5k)^2$이므로 예각삼각형이다.

P. 31

필수 예제 2 (1) **16 cm** (2) $8\sqrt{5}$ **cm** (3) $4\sqrt{5}$ **cm**

(1) $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로 $8^2=\overline{BD}\times4$

$\therefore \overline{BD}=16(\text{cm})$

(2) $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로 $\overline{AB}^2=16\times(16+4)=320$

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=8\sqrt{5}(\text{cm})$

(3) $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{BC}$이므로 $\overline{AC}^2=4\times(16+4)=80$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=4\sqrt{5}(\text{cm})$

유제 3 (1) $x=5,\ y=\dfrac{16}{5}$ (2) $x=2\sqrt{10},\ y=2\sqrt{6}$

(1) $\triangle ABC$에서 $x=\sqrt{4^2+3^2}=5$

$\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$4^2=y\times5 \qquad \therefore y=\dfrac{16}{5}$

(2) $\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{BC}$이므로

$x^2=4\times(4+6)=40$

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{10}$

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$y^2=6\times4=24$

그런데 $y>0$이므로 $y=2\sqrt{6}$

유제 4 $\dfrac{36}{5}$ **cm**

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{15^2-12^2}=9(\text{cm})$이고

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{AD}\times\overline{BC}$이므로

$9\times12=\overline{AD}\times15 \qquad \therefore \overline{AD}=\dfrac{36}{5}(\text{cm})$

필수 예제 3 (가) $\overline{AB}^2$ (나) $\overline{AC}^2$ (다) $\overline{BC}^2$

$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}^2=\overline{AE}^2+\overline{AB}^2 \quad \cdots ㉠$

$\triangle ADC$에서 $\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{AC}^2 \quad \cdots ㉡$

㉠, ㉡을 변끼리 더하면

$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=(\overline{AE}^2+\boxed{\overline{AB}^2})+(\overline{AD}^2+\boxed{\overline{AC}^2})$

$=(\overline{AE}^2+\overline{AD}^2)+(\boxed{\overline{AB}^2}+\boxed{\overline{AC}^2})$

$=\overline{DE}^2+\boxed{\overline{BC}^2}$

P. 32

필수 예제 4 $3\sqrt{2}$ **cm**

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$4^2+\overline{CD}^2=5^2+3^2,\ \overline{CD}^2=18$

그런데 $\overline{CD}>0$이므로 $\overline{CD}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

유제 5 **58**

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2=3^2+7^2=58$

필수 예제 5 $\sqrt{11}$ **cm**

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$2^2+4^2=3^2+\overline{DP}^2,\ \overline{DP}^2=11$

그런데 $\overline{DP}>0$이므로 $\overline{DP}=\sqrt{11}(\text{cm})$

유제 6 **28**

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$8^2+y^2=6^2+x^2 \qquad \therefore x^2-y^2=8^2-6^2=28$

P. 33

개념 확인 $S_2,\ S_3,\ S_3$

필수 예제 6 32π **cm**^{2}

$S_1+S_2=(\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times\pi\times\left(\dfrac{16}{2}\right)^2=32\pi(\text{cm}^2)$

유제 7 **10 cm**

$\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이를 S_3이라 하면

$S_3=S_1+S_2=8\pi+\dfrac{9}{2}\pi=\dfrac{25}{2}\pi(\text{cm}^2)$이므로

$\dfrac{1}{2}\times\pi\times\left(\dfrac{\overline{BC}}{2}\right)^2=\dfrac{25}{2}\pi,\ \overline{BC}^2=100$

그런데 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=10(\text{cm})$

필수 예제 7 **30 cm**^{2}

(색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$=\dfrac{1}{2}\times5\times12=30(\text{cm}^2)$

P. 34~35 개념 누르기 한판

1 ④	2 $4<a<5$	3 ③
4 $6\sqrt{2}\text{cm}^2$	5 $\dfrac{48}{5}$cm	6 $2\sqrt{5}$
7 41	8 $3\sqrt{5}$	9 $16\pi\text{ cm}^2$
10 $50\sqrt{5}\text{cm}^2$		

1 ④ $9^2<6^2+7^2$이므로 예각삼각형이다.

2 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서

$4-3<a<3+4 \qquad \therefore 1<a<7$

이때 $a>4$이므로 $4<a<7 \quad \cdots ㉠$

예각삼각형이 되려면 $a^2<3^2+4^2,\ a^2<25$

이때 $a>0$이므로 $0<a<5 \quad \cdots ㉡$

따라서 ㉠, ㉡에서 $4<a<5$

3 ㄱ. $\triangle ABC$에서 $\angle ACB>90°$이므로 $c^2>a^2+b^2$

ㄴ. $\triangle ACH$에서 $\angle H=90°$이므로 $b^2=x^2+y^2$

ㄷ. $c>b>0$에서 $c^2>b^2$이고 ㄴ에서 $b^2=x^2+y^2$이므로

$c^2>x^2+y^2$

ㄹ. $\triangle ABH$에서 $\angle H=90°$이므로

$c^2=(a+x)^2+y^2=a^2+2ax+x^2+y^2>a^2+x^2+y^2$

4 $(2\sqrt{3})^2+(2\sqrt{6})^2=6^2$이므로 주어진 삼각형은 빗변의 길이가 6 cm인 직각삼각형, 즉 직각을 끼고 있는 두 변의 길이가 각각 $2\sqrt{3}$ cm, $2\sqrt{6}$ cm인 직각삼각형이다.

$\therefore$ (넓이)$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}=6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

5 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{16^2+12^2}=20(\text{cm})$이고
$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AD}$이므로
$12\times 16=20\times\overline{AD}$ $\quad\therefore \overline{AD}=\frac{48}{5}(\text{cm})$

6 $\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로
$10^2+8^2=\overline{DE}^2+12^2$, $\overline{DE}^2=20$
그런데 $\overline{DE}>0$이므로 $\overline{DE}=2\sqrt{5}$

7 $\triangle$DOC에서 $\overline{CD}=\sqrt{3^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{21}$
$\therefore \overline{AD}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{21})^2=41$

8 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$4^2+\overline{CP}^2=5^2+6^2$, $\overline{CP}^2=45$
그런데 $\overline{CP}>0$이므로 $\overline{CP}=3\sqrt{5}$

9 $S_1+S_2=S_3=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{8}{2}\right)^2=8\pi(\text{cm}^2)$
$\therefore S_1+S_2+S_3=S_3+S_3=8\pi+8\pi=16\pi(\text{cm}^2)$

10 $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{15^2-10^2}=5\sqrt{5}(\text{cm})$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=2\triangle$ABC
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 10\times 5\sqrt{5}\right)=50\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

P. 37~40 단원 마무리

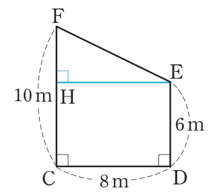
1 $2\sqrt{7}$ cm **2** ② **3** $8\sqrt{5}$ cm^2
4 $4\sqrt{5}$ m **5** 81 cm^2 **6** 16 **7** ①, ⑤
8 ③ **9** ② **10** 27
11 $x=3\sqrt{5}$, $y=6$, $z=2\sqrt{5}$ **12** 125
13 $2\sqrt{3}$ cm **14** ② **15** 12
16 $4\sqrt{3}$ cm^2 **17** ② **18** 5
19 $3\sqrt{5}$ cm, 과정은 풀이 참조
20 $\sqrt{7}$ cm, 5 cm, 과정은 풀이 참조
21 $7<a<\sqrt{65}$, 과정은 풀이 참조
22 $\frac{7}{5}$ cm, 과정은 풀이 참조

1 $\triangle$ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$이므로
$\triangle$AHC에서 $\overline{CH}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}(\text{cm})$

2 $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$
$\triangle$ACD에서 $\overline{CD}=\sqrt{15^2-12^2}=9(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{ACD}=\frac{1}{2}\times 9\times 12=54(\text{cm}^2)$

3 $\overline{AB}=x$ cm라 하면
$\overline{AC}=\sqrt{2}x$ cm, $\overline{DC}=\sqrt{3}x$ cm, $\overline{EC}=\sqrt{4}x=2x(\text{cm})$,
$\overline{FC}=\sqrt{5}x$ cm, $\overline{GC}=\sqrt{6}x$ cm
즉, $\sqrt{6}x=4\sqrt{6}$이므로 $x=4(\text{cm})$
$\therefore \triangle\text{CGF}=\frac{1}{2}\times\overline{FC}\times\overline{FG}$
$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{5}\times 4=8\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

4 오른쪽 그림과 같이 A나무의 밑부분을 C, 꼭대기를 F, B나무의 밑부분을 D, 꼭대기를 E라 하고, 점 E에서 $\overline{FC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{FH}=10-6=4(\text{m})$,
$\overline{HE}=\overline{CD}=8$ m이므로
$\triangle$FHE에서
$\overline{FE}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}(\text{m})$
따라서 새는 $4\sqrt{5}$ m를 날아가야 한다.

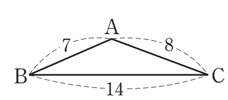
5 □EFGH는 정사각형이므로
$\overline{EH}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}(\text{cm})$
$\triangle$AEH에서
$\overline{AH}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-3^2}=6(\text{cm})$
따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $6+3=9(\text{cm})$이므로
□ABCD$=9^2=81(\text{cm}^2)$

6 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=4$이므로
□ADEB$=4^2=16$
$\therefore$ □BFMN$=$□ADEB$=16$

7 ① $1^2+(\sqrt{2})^2=(\sqrt{3})^2$
⑤ $8^2+15^2=17^2$
따라서 직각삼각형인 것은 ①, ⑤이다.

8 $x+2$가 가장 긴 변의 길이이므로
$(x-2)^2+x^2=(x+2)^2$
$x^2-8x=0$, $x(x-8)=0$
그런데 $x-2>0$에서 $x>2$이므로 $x=8$

9 ② c가 가장 긴 변의 길이가 아닌 경우 $\triangle$ABC는 예각삼각형이 아닐 수도 있다.
예 $a=14$, $b=8$, $c=7$일 때,



$7^2<14^2+8^2$에서
$\angle C<90°$이지만
$14^2>7^2+8^2$이므로
$\angle A>90°$, 즉 $\triangle$ABC는 둔각삼각형이다.

10 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서

$6-5<b<5+6 \qquad \therefore 1<b<11$

이때 $b>6$이므로 $6<b<11 \qquad \cdots$ ㉠

$\angle B>90°$이므로 둔각삼각형이 되려면

$b^2>6^2+5^2$, $b^2>61$

이때 $b>0$이므로 $b>\sqrt{61} \qquad \cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\sqrt{61}<b<11$이고, 이를 만족시키는 자연수 b의 값은 8, 9, 10이므로 구하는 합은

$8+9+10=27$

11 $\overline{AB}^2=\overline{BD}\times\overline{BC}$이므로

$x^2=5\times(5+4)=45$

그런데 $x>0$이므로 $x=3\sqrt{5}$

$\overline{AC}^2=\overline{CD}\times\overline{BC}$이므로

$y^2=4\times(5+4)=36$

그런데 $y>0$이므로 $y=6$

$\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$이므로

$z^2=5\times4=20$

그런데 $z>0$이므로 $z=2\sqrt{5}$

12 두 점 D, E는 각각 $\overline{AC}$, $\overline{BC}$의 중점이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times10=5$

$\therefore \overline{AE}^2+\overline{BD}^2=\overline{DE}^2+\overline{AB}^2=5^2+10^2=125$

13 $\overline{AD}$는 $\angle A$의 이등분선이므로 삼각형의 내각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

따라서 $\overline{AC}=x$ cm라 하면

$\overline{AB}:x=4:2$이므로 $\overline{AB}=2x$(cm)

$\triangle ABC$에서 $(4+2)^2+x^2=(2x)^2$, $x^2=12$

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{3}$(cm)

14 $\triangle AOD$에서 $\overline{AD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$(cm)이고

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$7^2+8^2=5^2+\overline{BC}^2$, $\overline{BC}^2=88$

그런데 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=2\sqrt{22}$(cm)

15 $\triangle BCD$에서

$\overline{BD}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2+(4\sqrt{2})^2}=8$

$\overline{BP}=x$라 하면 $\overline{DP}=8-x$이고

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$(2\sqrt{5})^2+(2\sqrt{5})^2=x^2+(8-x)^2$

$x^2-8x+12=0$, $(x-2)(x-6)=0$

$\therefore x=2$ 또는 $x=6$

따라서 $\overline{BP}=2$, $\overline{DP}=6$ 또는 $\overline{BP}=6$, $\overline{DP}=2$이므로

$\overline{BP}\times\overline{DP}=12$

16 $\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AB}}{2}\right)^2=\pi$이므로 $\overline{AB}^2=8$

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=2\sqrt{2}$(cm)

이때 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이는

$4\pi-\pi=3\pi(\text{cm}^2)$이므로

$\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{BC}}{2}\right)^2=3\pi$, $\overline{BC}^2=24$

그런데 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=2\sqrt{6}$(cm)

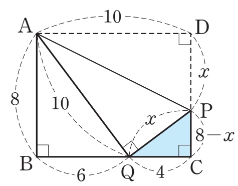
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{6}=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

17 (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$이므로

$20=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC} \qquad \therefore \overline{AB}\times\overline{AC}=20\times2=40$

18 $\overline{AQ}=\overline{AD}=10$이므로



$\triangle ABQ$에서 $\overline{BQ}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\overline{QC}=10-6=4$

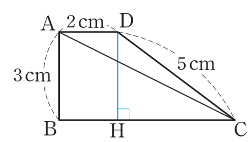
$\overline{PQ}=x$라 하면 $\overline{PD}=x$이므로

$\overline{PC}=8-x$

따라서 $\triangle PQC$에서 $4^2+(8-x)^2=x^2$

$16x=80 \qquad \therefore x=5$

19 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{BH}=\overline{AD}=2$ cm이고



$\overline{DH}=\overline{AB}=3$ cm이므로

$\triangle DHC$에서 $\overline{HC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=2+4=6$(cm) $\qquad \cdots$ (i)

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$(cm) $\qquad \cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$의 길이 구하기	60 %
(ii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %

20 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이를 x cm라 하면

㈎ x cm가 가장 긴 변의 길이일 때,

$x=\sqrt{4^2+3^2}=5$(cm) $\qquad \cdots$ (i)

㈏ 4 cm가 가장 긴 변의 길이일 때,

$x=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$(cm) $\qquad \cdots$ (ii)

따라서 ㈎, ㈏에 의해 나머지 한 변의 길이를 모두 구하면

$\sqrt{7}$ cm, 5 cm이다. $\qquad \cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 나머지 한 변의 길이가 가장 긴 변의 길이일 때, 그 변의 길이 구하기	40 %
(ii) 4 cm가 가장 긴 변의 길이일 때, 나머지 한 변의 길이 구하기	40 %
(iii) 직각삼각형의 나머지 한 변의 길이 모두 구하기	20 %

21 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서

$7-4<a<4+7 \qquad \therefore 3<a<11$

이때 $a>7$이므로 $7<a<11$ ⋯ ㉠ ⋯ (i)

예각삼각형이 되려면 $a^2<4^2+7^2$, $a^2<65$

이때 $a>0$이므로 $0<a<\sqrt{65}$ ⋯ ㉡ ⋯ (ii)

따라서 ㉠, ㉡에서 $7<a<\sqrt{65}$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계를 이용하여 a의 값의 범위 구하기	40 %
(ii) 삼각형의 변과 각 사이의 관계를 이용하여 a의 값의 범위 구하기	40 %
(iii) a의 값의 범위 구하기	20 %

22 △ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$이므로

$\overline{MC}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$ ⋯ (i)

$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{BC}$이므로

$6^2=\overline{CH}\times 10 \qquad \therefore \overline{CH}=\frac{18}{5}(\text{cm})$ ⋯ (ii)

$\therefore \overline{MH}=\overline{MC}-\overline{CH}=5-\frac{18}{5}=\frac{7}{5}(\text{cm})$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$, $\overline{MC}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{MH}$의 길이 구하기	20 %

01 평면도형에의 활용

P. 44

개념 확인 (1) **10** (2) $\mathbf{3\sqrt{2}}$

(1) (대각선의 길이)$=\sqrt{8^2+6^2}=10$

(2) (대각선의 길이)$=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$

필수 예제 1 $\mathbf{9\sqrt{3}\,cm^2}$

(세로의 길이)$=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$(cm)이므로

(넓이)$=3\times3\sqrt{3}=9\sqrt{3}$(cm^2)

유제 1 $\mathbf{5\sqrt{2}\,cm}$

정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면 대각선의 길이가 10 cm이므로

방법 1 $\sqrt{a^2+a^2}=10$, $2a^2=100$, $a^2=50$

그런데 $a>0$이므로 $a=5\sqrt{2}$(cm)

방법 2 $\sqrt{2}a=10$ $\quad\therefore a=\dfrac{10}{\sqrt{2}}=5\sqrt{2}$(cm)

필수 예제 2 $\mathbf{\dfrac{12}{5}\,cm}$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$(cm)

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로

$3\times4=5\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\dfrac{12}{5}$(cm)

P. 45

필수 예제 3 (1) $\mathbf{3\sqrt{3}\,cm}$ (2) $\mathbf{9\sqrt{3}\,cm^2}$

(1) ($\triangle ABC$의 높이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6=3\sqrt{3}$(cm)

(2) ($\triangle ABC$의 넓이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}$(cm^2)

유제 2 $\mathbf{4\sqrt{3}\,cm}$

정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=6$

$\therefore a=4\sqrt{3}$(cm)

유제 3 **4 cm**, $\mathbf{2\sqrt{3}\,cm}$

정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^2=4\sqrt{3}$, $a^2=16$

그런데 $a>0$이므로 $a=4$(cm)

$\therefore$ (높이)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$(cm)

유제 4 $\mathbf{8\sqrt{3}\,cm^2}$

$\overline{AC}$를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\angle B=60°$이므로

$\triangle ABC$는 정삼각형이다.

$\therefore$ (마름모의 넓이)$=2\triangle ABC$

$=2\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times4^2\right)=8\sqrt{3}$(cm^2)

다른 풀이

$\overline{AC}$, $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle ABC$는 정삼각형이므로 $\overline{AC}=4$ cm

$\overline{BD}=2\times\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times4\right)=4\sqrt{3}$(cm)

$\therefore$ (마름모의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times$(한 대각선의 길이)$\times$(다른 대각선의 길이)

$=\dfrac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}$

$=8\sqrt{3}$(cm^2)

P. 46

필수 예제 4 (1) $\mathbf{\sqrt{11}\,cm}$ (2) $\mathbf{5\sqrt{11}\,cm^2}$

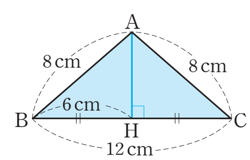
(1) $\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times10=5$(cm)

따라서 $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-5^2}=\sqrt{11}$(cm)

(2) ($\triangle ABC$의 넓이)$=\dfrac{1}{2}\times10\times\sqrt{11}=5\sqrt{11}$(cm^2)

유제 5 $\mathbf{12\sqrt{7}\,cm^2}$

오른쪽 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 8 cm, 8 cm, 12 cm인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



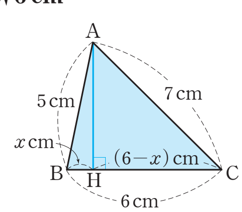
$\overline{BH}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}\times12=6$(cm)

따라서 $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$(cm)

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times12\times2\sqrt{7}=12\sqrt{7}$(cm^2)

필수 예제 5 **(높이)**$\mathbf{=2\sqrt{6}\,cm}$, **(넓이)**$\mathbf{=6\sqrt{6}\,cm^2}$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BH}=x$ cm라 하면

$\overline{CH}=(6-x)$ cm이므로

$\overline{AH}^2=5^2-x^2=7^2-(6-x)^2$

$12x=12$ $\quad\therefore x=1$(cm)

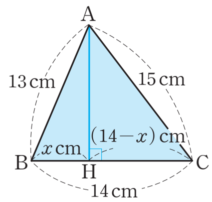
따라서 $\triangle ABH$에서

(높이)$=\sqrt{5^2-1^2}=2\sqrt{6}$(cm),

(넓이)$=\dfrac{1}{2}\times6\times2\sqrt{6}=6\sqrt{6}$(cm^2)

유제 6 **84 cm^2**

오른쪽 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 13 cm, 14 cm, 15 cm인 삼각형 ABC의 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BH}=x$ cm라 하면

$\overline{CH}=(14-x)$ cm이므로

$\overline{AH}^2=13^2-x^2=15^2-(14-x)^2$

$28x=140 \quad \therefore x=5$(cm)

따라서 △ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times14\times12=84$(cm^2)

P. 47 개념 누르기 한판

1 15 cm **2** 6π

3 (1) $4\sqrt{3}$ cm, $16\sqrt{3}$ cm^2 (2) $\sqrt{39}$ cm, $5\sqrt{39}$ cm^2

(3) $\frac{3\sqrt{7}}{2}$ cm, $\frac{15\sqrt{7}}{4}$ cm^2

4 1 **5** (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) $3\sqrt{3}$ cm^2

6 $216\sqrt{3}$ cm^2

1 가로와 세로의 길이를 각각 $\sqrt{3}k$, $k(k>0)$라 하면

$(\sqrt{3}k)^2+k^2=(10\sqrt{3})^2$, $4k^2=300$, $k^2=75$

그런데 $k>0$이므로 $k=5\sqrt{3}$(cm)

∴ (가로의 길이)$=\sqrt{3}k=\sqrt{3}\times5\sqrt{3}=15$(cm)

2 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$(3\sqrt{2})^2+(3\sqrt{2})^2=(2r)^2$, $36=4r^2$, $r^2=9$

그런데 $r>0$이므로 $r=3$

∴ (원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times3=6\pi$

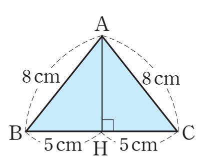
3 (1) $\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$(cm)

(넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times8^2=16\sqrt{3}$(cm^2)

(2) $\overline{AH}=\sqrt{8^2-5^2}=\sqrt{39}$(cm)

(넓이)$=\frac{1}{2}\times10\times\sqrt{39}$

$=5\sqrt{39}$(cm^2)

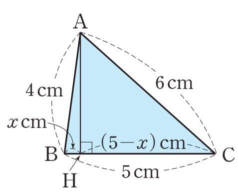


(3) $\overline{BH}=x$ cm라 하면

$\overline{CH}=(5-x)$ cm이므로

$\overline{AH}^2=4^2-x^2=6^2-(5-x)^2$

$10x=5 \quad \therefore x=\frac{1}{2}$(cm)



$\therefore \overline{AH}=\sqrt{4^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{7}}{2}$(cm),

(넓이)$=\frac{1}{2}\times5\times\frac{3\sqrt{7}}{2}=\frac{15\sqrt{7}}{4}$(cm^2)

4 $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2\sqrt{3}=3$이고

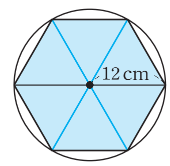
점 G는 △ABC의 무게중심이므로

$\overline{GD}=\frac{1}{3}\overline{AD}=\frac{1}{3}\times3=1$

5 (1) $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$(cm)

(2) $\triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}$(cm^2)

6 오른쪽 그림과 같이 정육각형은 한 변의 길이가 12 cm인 정삼각형 6개로 나누어지므로



(정육각형의 넓이)$=6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times12^2\right)$

$=216\sqrt{3}$(cm^2)

P. 48

개념 확인 **(1) 2 (2) 6**

(1) $\overline{BC}:\overline{AB}=1:\sqrt{2}$이므로

$x:2\sqrt{2}=1:\sqrt{2} \quad \therefore x=2$

(2) $\overline{AC}:\overline{AB}=\sqrt{3}:2$이므로

$3\sqrt{3}:x=\sqrt{3}:2 \quad \therefore x=6$

필수 예제 6 **$x=3$, $y=3\sqrt{2}$**

△ABD에서 $x:6=1:2 \quad \therefore x=3$

△ADC에서 $3:y=1:\sqrt{2} \quad \therefore y=3\sqrt{2}$

유제 7 **(1) $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ (2) 18**

(1) △ADC에서 $x:4\sqrt{2}=1:\sqrt{2} \quad \therefore x=4$

△ABD에서 $y:4=1:\sqrt{3} \quad \therefore y=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

$\therefore xy=4\times\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{16\sqrt{3}}{3}$

(2) △ABC에서 $x:4\sqrt{3}=\sqrt{3}:2 \quad \therefore x=6$

△BCD에서 $y:6=1:2 \quad \therefore y=3$

$\therefore xy=6\times3=18$

유제 8 **$(9+3\sqrt{6})$ cm**

△ABC에서

$\overline{AB}:6=1:2 \quad \therefore \overline{AB}=3$(cm)

$\overline{AC}:6=\sqrt{3}:2 \quad \therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$(cm)

△ACD에서

$\overline{CD}:3\sqrt{3}=1:\sqrt{2} \quad \therefore \overline{CD}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$(cm)

$\frac{3\sqrt{6}}{2}:\overline{AD}=1:1 \quad \therefore \overline{AD}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$(cm)

따라서 □ABCD의 둘레의 길이는

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DA}=3+6+\frac{3\sqrt{6}}{2}+\frac{3\sqrt{6}}{2}$

$=9+3\sqrt{6}$(cm)

P. 49

개념 확인 (1) 5 (2) $\sqrt{65}$

(1) $\overline{OP}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

(2) $\overline{PQ}=\sqrt{\{5-(-2)\}^2+\{3-(-1)\}^2}=\sqrt{65}$

필수 예제 7 ④

① $\sqrt{(-1)^2+2^2}=\sqrt{5}$

② $\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

③ $\sqrt{(-3)^2+0^2}=\sqrt{9}=3$

④ $\sqrt{0^2+6^2}=\sqrt{36}=6$

⑤ $\sqrt{3^2+(-1)^2}=\sqrt{10}$

따라서 원점과의 거리가 가장 먼 것은 ④이다.

유제 9 1, 3

$\overline{AB}=\sqrt{(x-2)^2+(3-6)^2}=\sqrt{10}$이므로

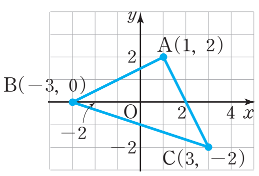
$\sqrt{x^2-4x+4+9}=\sqrt{10}$

$x^2-4x+13=10,\ x^2-4x+3=0$

$(x-1)(x-3)=0 \qquad \therefore x=1$ 또는 $x=3$

따라서 x의 값은 1, 3이다.

필수 예제 8



(1) $\overline{AB}=2\sqrt{5}$, $\overline{BC}=2\sqrt{10}$, $\overline{CA}=2\sqrt{5}$

(2) $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형

(3) 10

(1) $\overline{AB}=\sqrt{(-3-1)^2+(0-2)^2}$

$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

$\overline{BC}=\sqrt{(3+3)^2+(-2-0)^2}$

$=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$\overline{CA}=\sqrt{(3-1)^2+(-2-2)^2}$

$=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

(2) $\overline{AB}=\overline{CA}$이고

$\overline{BC}^2=\overline{AB}^2+\overline{CA}^2$이므로

$\triangle ABC$는 $\angle A=90°$인 직각이등변삼각형이다.

(3) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times2\sqrt{5}\times2\sqrt{5}=10$

유제 10 둔각삼각형

$\overline{AB}=\sqrt{(-2+3)^2+(1-5)^2}=\sqrt{17}$

$\overline{BC}=\sqrt{(4+2)^2+(-3-1)^2}=2\sqrt{13}$

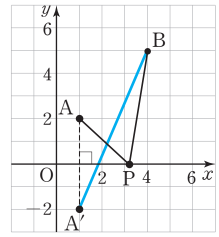
$\overline{CA}=\sqrt{(4+3)^2+(-3-5)^2}=\sqrt{113}$

따라서 $\overline{CA}^2>\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\triangle ABC$는 둔각삼각형이다.

P. 50

개념 확인 (1) $(1, -2)$ (2) $\sqrt{58}$ (3) $\sqrt{58}$



(1) 점 A와 x축에 대하여 대칭인 점 A′의 좌표는 $(1, -2)$이다.

(2) $\overline{A'B}=\sqrt{(4-1)^2+(5+2)^2}$

$=\sqrt{58}$

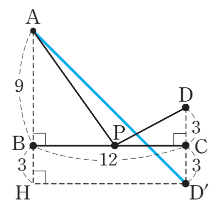
(3) $\overline{AP}=\overline{A'P}$이므로

$\overline{AP}+\overline{BP}=\overline{A'P}+\overline{BP}$

$\geq\overline{A'B}=\sqrt{58}$

따라서 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $\sqrt{58}$이다.

필수 예제 9 $12\sqrt{2}$



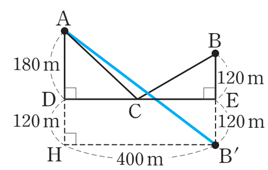
오른쪽 그림과 같이 점 D와 $\overline{BC}$에 대하여 대칭인 점을 D′이라 하면 $\overline{AP}+\overline{DP}$의 최솟값은 $\overline{AD'}$의 길이와 같다.

이때 점 D′을 지나고 $\overline{BC}$와 평행한 직선이 $\overline{AB}$의 연장선과 만나는 점을 H라 하면

$\triangle AHD'$에서 $\overline{AD'}=\sqrt{(9+3)^2+12^2}=12\sqrt{2}$

따라서 구하는 최솟값은 $12\sqrt{2}$이다.

유제 11 500 m



오른쪽 그림과 같이 점 B와 $\overline{DE}$에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면 양들이 이동한 거리인 $\overline{AC}+\overline{CB}$의 최단 거리는 $\overline{AB'}$의 길이와 같다.

이때 점 B′을 지나고 $\overline{DE}$와 평행한 직선이 $\overline{AD}$의 연장선과 만나는 점을 H라 하면

$\triangle AHB'$에서 $\overline{AB'}=\sqrt{(180+120)^2+400^2}=500(\mathrm{m})$

따라서 구하는 최단 거리는 500 m이다.

P. 51 개념 누르기 한판

1 ① **2** $(6-2\sqrt{3})$ cm **3** -3

4 (1) 예각삼각형 (2) $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형

5 $2\sqrt{41}$

1 $\triangle ABC$에서 $4:\overline{BC}=1:\sqrt{2} \qquad \therefore \overline{BC}=4\sqrt{2}$

$\triangle BCD$에서 $\overline{CD}:4\sqrt{2}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{CD}=\frac{4\sqrt{6}}{3}$

2 $\triangle ABD$에서 $2\sqrt{3}:\overline{BD}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BD}=6(\mathrm{cm})$

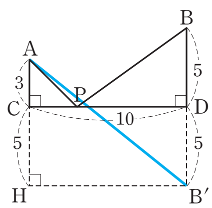
$\triangle ACD$에서 $2\sqrt{3}:\overline{CD}=1:1 \qquad \therefore \overline{CD}=2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}=6-2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

3 $\overline{AB}=\sqrt{(2-1)^2+(a-2)^2}=\sqrt{26}$이므로
$\sqrt{1+a^2-4a+4}=\sqrt{26}$, $a^2-4a+5=26$
$a^2-4a-21=0$, $(a+3)(a-7)=0$
그런데 $a<0$이므로 $a=-3$

4 (1) $\overline{OA}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$
$\overline{OB}=\sqrt{(-2)^2+3^2}=\sqrt{13}$
$\overline{AB}=\sqrt{(-2-1)^2+(3-2)^2}=\sqrt{10}$
따라서 $\overline{OB}^2<\overline{OA}^2+\overline{AB}^2$이므로
$\triangle$OAB는 예각삼각형이다.
(2) $\overline{AB}=\sqrt{(2+3)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{29}$
$\overline{BC}=\sqrt{(4-2)^2+(3+2)^2}=\sqrt{29}$
$\overline{CA}=\sqrt{(-3-4)^2+(0-3)^2}=\sqrt{58}$
따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이므로
$\triangle$ABC는 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형이다.

5 오른쪽 그림과 같이 점 B와 $\overline{CD}$에 대하여 대칭인 점을 B′이라 하면 $\overline{AP}+\overline{BP}$의 최솟값은 $\overline{AB'}$의 길이와 같다.



이때 점 B′을 지나고 $\overline{CD}$와 평행한 직선이 $\overline{AC}$의 연장선과 만나는 점을 H라 하면
$\triangle$AHB′에서 $\overline{AB'}=\sqrt{10^2+(3+5)^2}=2\sqrt{41}$
따라서 구하는 최솟값은 $2\sqrt{41}$이다.

02 입체도형에의 활용

P. 52

개념 확인 [그림] 10
8, 10, 10, $5\sqrt{5}$

필수 예제 1 (1) $3\sqrt{6}$ cm (2) $5\sqrt{3}$ cm
(1) (대각선의 길이)$=\sqrt{5^2+5^2+2^2}=3\sqrt{6}$(cm)
(2) (대각선의 길이)$=\sqrt{5^2+5^2+5^2}=5\sqrt{3}$(cm)

유제 1 8 cm
직육면체의 높이를 h cm라 하면
$\sqrt{6^2+10^2+h^2}=10\sqrt{2}$
$136+h^2=200$, $h^2=64$
그런데 $h>0$이므로 $h=8$(cm)

유제 2 $4\sqrt{3}$ cm
정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\sqrt{3}a=12$ $\quad\therefore a=4\sqrt{3}$(cm)

P. 53

개념 확인 [그림] 2, $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$
4, 2, $2\sqrt{3}$, $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$, 4, $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$, $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

필수 예제 2 (1) $4\sqrt{6}$ cm (2) $144\sqrt{2}$ cm^3
(1) (높이)$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times12=4\sqrt{6}$(cm)
(2) (부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times12^3=144\sqrt{2}$(cm^3)

유제 3 (1) 3 cm (2) $18\sqrt{2}$ cm^3
(1) 정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}$, $a^3=27$
$\therefore a=3$(cm)
(2) 정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\dfrac{\sqrt{6}}{3}a=2\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=6$(cm)
$\therefore$ (부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times6^3=18\sqrt{2}$(cm^3)

유제 4 $\dfrac{27\sqrt{2}}{4}$ cm^2
$\overline{OH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times9=3\sqrt{6}$(cm)
$\overline{MC}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times9=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$(cm)
이때 점 H는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로
$\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{MC}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{9\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$(cm)
$\therefore \triangle OMH=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\times3\sqrt{6}=\dfrac{27\sqrt{2}}{4}$(cm^2)

P. 54

개념 확인 [그림] $5\sqrt{2}$
10, $10\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$, 10, $5\sqrt{2}$, $5\sqrt{2}$

필수 예제 3 (1) $2\sqrt{17}$ cm (2) $\dfrac{128\sqrt{17}}{3}$ cm^3
$\overline{AC}=8\sqrt{2}$ cm이므로 $\overline{CH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times8\sqrt{2}=4\sqrt{2}$(cm)
(1) (높이)$=\sqrt{10^2-(4\sqrt{2})^2}=2\sqrt{17}$(cm)
(2) (부피)$=\dfrac{1}{3}\times8^2\times2\sqrt{17}=\dfrac{128\sqrt{17}}{3}$(cm^3)

유제 5 (1) **3** (2) $\mathbf{4\sqrt{2}}$

(1) $\overline{AC}=2\sqrt{2}$이므로 $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}=\sqrt{2}$

$\therefore x=\sqrt{(\sqrt{2})^2+(\sqrt{7})^2}=3$

(2) $\overline{AC}=6\sqrt{2}$이므로 $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$

$\therefore x=\sqrt{(5\sqrt{2})^2-(3\sqrt{2})^2}=4\sqrt{2}$

유제 6 $\mathbf{4\,cm^2}$

$\overline{AC}=4\sqrt{2}\,\text{cm}$이므로 $\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 $\triangle OHC$에서 $\overline{OH}=\sqrt{4^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \triangle OHC=\frac{1}{2}\times2\sqrt{2}\times2\sqrt{2}=4(\text{cm}^2)$

P. 55

개념 확인 (1) **8 cm** (2) $\mathbf{96\pi\,cm^3}$

(1) (원뿔의 높이)$=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

(2) (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times6^2\times8=96\pi(\text{cm}^3)$

필수 예제 4 (1) **4 cm** (2) $\mathbf{8\sqrt{2}\,cm}$ (3) $\mathbf{\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi\,cm^3}$

(1) 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면

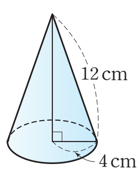
(옆면인 부채꼴의 호의 길이)=(밑면인 원의 둘레의 길이)

이므로

$2\pi\times12\times\frac{120}{360}=2\pi r$ $\quad\therefore r=4(\text{cm})$

(2), (3) 주어진 전개도로 만든 원뿔은 오른쪽

그림과 같으므로



(높이)$=\sqrt{12^2-4^2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times4^2\times8\sqrt{2}$

$=\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi(\text{cm}^3)$

유제 7 (1) $\mathbf{100\pi}$ (2) $\mathbf{\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi}$

(1) (높이)$=\sqrt{13^2-5^2}=12$이므로

(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi$

(2) 밑면의 반지름의 길이를 r라 하면

$2\pi\times6\times\frac{120}{360}=2\pi r$

$\therefore r=2$

따라서 (높이)$=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$이므로

(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times2^2\times4\sqrt{2}=\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi$

필수 예제 5 $\mathbf{27\pi\,cm^2}$

$\triangle OHP$에서 $\overline{HP}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

(단면인 원의 넓이)$=\pi\times(3\sqrt{3})^2=27\pi(\text{cm}^2)$

P. 56

개념 확인 [그림] **5, 3**

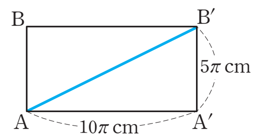
8, 6, 10

필수 예제 6 $\mathbf{5\sqrt{5}\pi\,cm}$

$\overline{AA'}=2\pi\times5=10\pi(\text{cm})$

선이 지나는 부분의 전개도는

오른쪽 그림과 같으므로



$\overline{AB'}=\sqrt{(10\pi)^2+(5\pi)^2}$

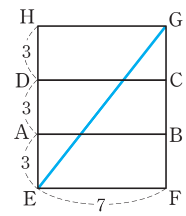
$=5\sqrt{5}\pi(\text{cm})$

따라서 구하는 최단 거리는 $5\sqrt{5}\pi$ cm이다.

유제 8 (1) $\mathbf{\sqrt{130}}$ (2) **26**

(1) 선이 지나는 부분의 전개도는

오른쪽 그림과 같으므로



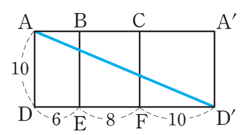
$\overline{EG}=\sqrt{7^2+(3+3+3)^2}$

$=\sqrt{130}$

따라서 구하는 최단 거리는 $\sqrt{130}$이다.

(2) 선이 지나는 부분의 전개도는

오른쪽 그림과 같으므로



$\overline{AD'}=\sqrt{(6+8+10)^2+10^2}$

$=26$

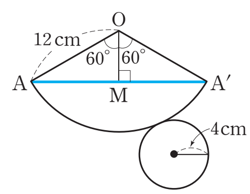
따라서 구하는 최단 거리는 26이다.

유제 9 $\mathbf{12\sqrt{3}\,cm}$

원뿔의 전개도에서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면

$2\pi\times12\times\frac{x}{360}=2\pi\times4$ $\quad\therefore x=120(°)$

오른쪽 그림의 $\triangle OAM$에서



$\overline{OA}:\overline{AM}=2:\sqrt{3}$이므로

$12:\overline{AM}=2:\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AM}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 구하는 최단 거리는

$\overline{AA'}=2\overline{AM}=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}(\text{cm})$

P. 57~58 개념 누르기 한판

1 $10+2\sqrt{10}$	**2** $81\sqrt{3}\,\text{cm}^3$	
3 (1) $5\sqrt{2}$ cm (2) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ cm		**4** ③
5 $4\sqrt{2}\,\text{cm}^2$	**6** ⑤	**7** $800\pi\,\text{cm}^3$
8 ④	**9** ①	**10** ②

1 $\overline{BG}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}$, $\overline{AG}=\sqrt{6^2+3^2+2^2}=7$

$\therefore$ ($\triangle ABG$의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BG}+\overline{AG}$

$=3+2\sqrt{10}+7$

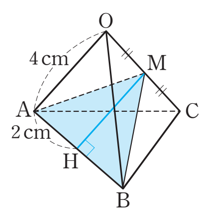
$=10+2\sqrt{10}$

2 정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\sqrt{3}a=9$ $\quad\therefore a=3\sqrt{3}$(cm)
$\therefore$ (부피)$=3\sqrt{3}\times3\sqrt{3}\times3\sqrt{3}=81\sqrt{3}$(cm^3)

3 (1) $\overline{BH}=\sqrt{3^2+4^2+5^2}=5\sqrt{2}$(cm)
(2) $\triangle$FGH에서 $\overline{FH}=\sqrt{3^2+4^2}=5$(cm)
$\triangle$BFH에서 $\overline{BF}\times\overline{FH}=\overline{BH}\times\overline{FI}$이므로
$5\times5=5\sqrt{2}\times\overline{FI}$ $\quad\therefore \overline{FI}=\frac{5\sqrt{2}}{2}$(cm)

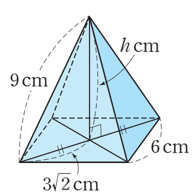
4 점 H는 $\triangle$BCD의 무게중심이므로
$\overline{BM}=\frac{3}{2}\overline{BH}=\frac{3}{2}\times4\sqrt{3}=6\sqrt{3}$(cm)
정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{2}a=6\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=12$(cm)
$\therefore$ (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times12^3=144\sqrt{2}$(cm^3)

5 오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{MA}=\overline{MB}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times4=2\sqrt{3}$(cm)
$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4=2$(cm)
따라서 $\triangle$AHM에서
$\overline{MH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{2}$(cm)
$\therefore \triangle MAB=\frac{1}{2}\times4\times2\sqrt{2}=4\sqrt{2}$(cm^2)

6 주어진 전개도로 만든 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



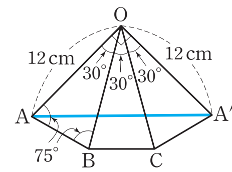
밑면의 대각선의 길이는
$\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$(cm)이므로
정사각뿔의 높이를 h cm라 하면
$h=\sqrt{9^2-(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{7}$(cm)
$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times6^2\times3\sqrt{7}=36\sqrt{7}$(cm^3)

7 주어진 직각삼각형을 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 밑면의 반지름의 길이가 10 cm, 모선의 길이가 26 cm인 원뿔이다.
원뿔의 높이를 h cm라 하면 $h=\sqrt{26^2-10^2}=24$(cm)
$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times10^2\times24=800\pi$(cm^3)

8 주어진 원뿔의 전개도에서 옆면인 부채꼴의 호의 길이는
$2\pi\times4=8\pi$(cm)
(모선의 길이)$=\overline{OA}=\sqrt{4^2+(4\sqrt{3})^2}=8$(cm)
따라서 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면
$2\pi\times8\times\frac{x}{360}=8\pi$ $\quad\therefore x=180(°)$

9 원뿔의 모선의 길이를 x cm라 하자.
$\triangle$OHB에서 $\overline{OH}=\sqrt{10^2-8^2}=6$(cm)이고
$\overline{AO}=10$ cm이므로
$\overline{AH}=\overline{AO}+\overline{OH}=10+6=16$(cm)
따라서 $\triangle$AHB에서 $x=\sqrt{8^2+16^2}=8\sqrt{5}$(cm)

10 $\triangle$OAB는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle AOB=180°-(75°+75°)=30°$
마찬가지 방법으로
$\angle BOC=30°$, $\angle COA'=30°$
선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로



$\triangle$OAA′에서
$\overline{AA'}=\sqrt{12^2+12^2}=12\sqrt{2}$(cm)
따라서 구하는 최단 거리는
$12\sqrt{2}$ cm이다.

P. 59~62 단원 마무리

1 $32\sqrt{3}$ cm **2** ⑤ **3** ① **4** ⑤
5 3 cm **6** $\overline{AB}=3\sqrt{2}$ cm, $\overline{CD}=4\sqrt{3}$ cm
7 ③ **8** $10(\sqrt{2}-1)$ **9** ④ **10** -3
11 6 **12** $8\sqrt{6}$ cm^2 **13** ③, ⑤
14 $12\sqrt{11}$ **15** $\frac{1000\sqrt{2}}{3}$ cm^3
16 $18\sqrt{2}\pi$ cm^3 **17** ③ **18** ①
19 과정은 풀이 참조 (1) 5 cm (2) $\frac{75\sqrt{3}}{4}$ cm^2
20 $15\sqrt{3}$ cm, 과정은 풀이 참조
21 $\frac{5\sqrt{11}}{2}$ cm^2, 과정은 풀이 참조
22 $\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi$ cm^3, 과정은 풀이 참조

1 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면
$\sqrt{2}a=8\sqrt{6}$ $\quad\therefore a=8\sqrt{3}$(cm)
$\therefore$ (정사각형의 둘레의 길이)$=4\times8\sqrt{3}=32\sqrt{3}$(cm)

2 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로 $\overline{AM}\perp\overline{BC}$이고
$\overline{AM}=\frac{3}{2}\overline{AG}=\frac{3}{2}\times6=9$(cm)
$\triangle$ABC의 한 변의 길이를 a cm라 하면
$\frac{\sqrt{3}}{2}a=9$ $\quad\therefore a=6\sqrt{3}$(cm)
$\therefore \triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(6\sqrt{3})^2=27\sqrt{3}$(cm^2)

3 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

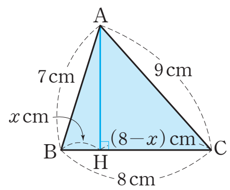
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times\overline{AH}=40$ $\quad\therefore \overline{AH}=10(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\sqrt{4^2+10^2}=2\sqrt{29}(\text{cm})$

4 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{BH}=x\,\text{cm}$라 하면



$\overline{CH}=(8-x)\,\text{cm}$이므로

$\overline{AH}^2=7^2-x^2=9^2-(8-x)^2$

$16x=32$ $\quad\therefore x=2(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 3\sqrt{5}=12\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

5 $\triangle ABC$에서 밑변을 $\overline{BC}$라 하면 높이는

$\sqrt{5^2-\left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{10}}{2}(\text{cm})$

$\overline{AP}$를 그으면 $\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle APC$이므로

$\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\frac{3\sqrt{10}}{2}=\frac{1}{2}\times 5\times\overline{PD}+\frac{1}{2}\times 5\times\overline{PE}$

$\frac{15}{2}=\frac{5}{2}\times(\overline{PD}+\overline{PE})$

$\therefore \overline{PD}+\overline{PE}=\frac{15}{2}\times\frac{2}{5}=3(\text{cm})$

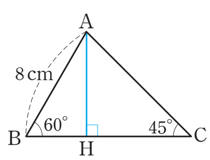
6 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{AB}:6=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore \overline{AB}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

$\triangle BDC$에서 $\overline{BC}:\overline{CD}=\sqrt{3}:2$이므로

$6:\overline{CD}=\sqrt{3}:2$ $\quad\therefore \overline{CD}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

7 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}:8=\sqrt{3}:2$

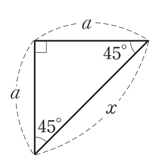
$\therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle AHC$에서 $4\sqrt{3}:\overline{AC}=1:\sqrt{2}$

$\therefore \overline{AC}=4\sqrt{6}(\text{cm})$

8 정팔각형의 한 내각의 크기는

$\frac{180^\circ\times(8-2)}{8}=135^\circ$이므로 정사각형의 네 귀퉁이에서 잘라 낸 삼각형은 모두 오른쪽 그림과 같다.



이 삼각형의 빗변을 제외한 두 변의 길이를 a라 하면

$a:x=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore a=\frac{\sqrt{2}}{2}x$

이때 $\frac{\sqrt{2}}{2}x+x+\frac{\sqrt{2}}{2}x=10$이므로 $(\sqrt{2}+1)x=10$

$\therefore x=\frac{10}{\sqrt{2}+1}=10(\sqrt{2}-1)$

9 $\overline{AB}=\sqrt{(-4-3)^2+(0-3)^2}=\sqrt{58}$

$\overline{AC}=\sqrt{(6-3)^2+(-4-3)^2}=\sqrt{58}$

$\overline{BC}=\sqrt{(6+4)^2+(-4-0)^2}=2\sqrt{29}$

따라서 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고 $\overline{AB}^2+\overline{AC}^2=\overline{BC}^2$이므로

$\triangle ABC$는 $\angle A=90^\circ$인 직각이등변삼각형이다.

10 (가)에서 $\overline{AB}=\sqrt{(3-a)^2+(-2-4)^2}=6\sqrt{2}$이므로

$a^2-6a+9+36=72,\ a^2-6a-27=0$

$(a+3)(a-9)=0$

(나)에서 $a<0$이므로 $a=-3$

11 $\sqrt{(2x)^2+x^2+4^2}=14$이므로

$5x^2+16=196,\ x^2=36$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

12 $\overline{DM}=\overline{MF}=\overline{FN}=\overline{ND}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}(\text{cm})$이므로

□DMFN은 마름모이다.

이때 $\overline{MN}=\overline{AC}=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$,

$\overline{FD}=\sqrt{4^2+4^2+4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

□DMFN$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 4\sqrt{3}=8\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

13 ① $\overline{CD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 18=9\sqrt{3}(\text{cm})$

② 점 H는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{CH}=\frac{2}{3}\overline{CD}=\frac{2}{3}\times 9\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

③ $\overline{OH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 18=6\sqrt{6}(\text{cm})$

④ (정사면체의 겉넓이)$=4\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 18^2\right)=324\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

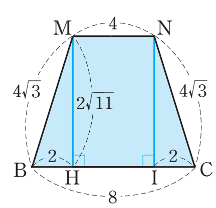
⑤ (정사면체의 부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times 18^3=486\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

14 두 점 M, N은 각각 $\overline{OA}$, $\overline{OD}$의 중점이므로 $\triangle OAD$에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 8=4$

오른쪽 그림과 같이 두 점 M, N에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하면



$\overline{HI}=\overline{MN}=4$이므로

$\overline{BH}=\overline{IC}=\frac{1}{2}\times(8-4)=2$

$\triangle OAB$는 정삼각형이므로 $\overline{MB}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}$

마찬가지 방법으로 $\overline{NC}=4\sqrt{3}$

따라서 $\triangle MBH$에서 $\overline{MH}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-2^2}=2\sqrt{11}$

$\therefore$ □MBCN$=\frac{1}{2}\times(4+8)\times 2\sqrt{11}=12\sqrt{11}$

15 꼭짓점 A에서 □BCDE에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{BD}=10\sqrt{2}\,\text{cm}$이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times10\sqrt{2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

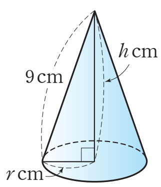
따라서 △ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{2}(\text{cm})$

∴ (정팔면체의 부피)=2×(정사각뿔의 부피)

$=2\times\left(\frac{1}{3}\times10^2\times5\sqrt{2}\right)$

$=\frac{1000\sqrt{2}}{3}(\text{cm}^3)$

16 주어진 부채꼴을 옆면으로 하는 원뿔은 오른쪽 그림과 같고, 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm, 높이를 h cm라 하면



$2\pi\times9\times\frac{120}{360}=2\pi r$

∴ $r=3(\text{cm})$

∴ $h=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6\sqrt{2}=18\sqrt{2}\pi(\text{cm}^3)$

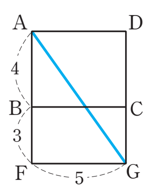
17 단면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\pi r^2=144\pi$, $r^2=144$

그런데 $r>0$이므로 $r=12(\text{cm})$

∴ (구의 반지름의 길이)$=\sqrt{12^2+5^2}=13(\text{cm})$

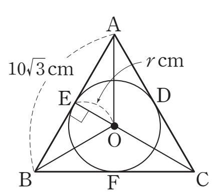
18 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로



$\overline{AG}=\sqrt{(4+3)^2+5^2}=\sqrt{74}$

따라서 구하는 최단 거리는 $\sqrt{74}$이다.

19 (1) 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면



△ABC=△OAB+△OBC+△OCA

이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times(10\sqrt{3})^2=3\times\left(\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}\times r\right)$

∴ $r=5(\text{cm})$ … (i)

(2) 두 점 E, D는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로 △ABC에서 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{ED}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times10\sqrt{3}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 정삼각형 DEF의 한 변의 길이는 $5\sqrt{3}$ cm이므로 … (ii)

$\triangle DEF=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(5\sqrt{3})^2=\frac{75\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 원의 반지름의 길이 구하기	40 %
(ii) 정삼각형 DEF의 한 변의 길이 구하기	30 %
(iii) 정삼각형 DEF의 넓이 구하기	30 %

20 △ABC에서 $\overline{AC}:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$이므로

$10:\overline{BC}=1:\sqrt{3}$

∴ $\overline{BC}=10\sqrt{3}(\text{cm})$ … (i)

△BCH에서 $\overline{CH}:\overline{BC}=1:2$이므로

$\overline{CH}:10\sqrt{3}=1:2$　　∴ $\overline{CH}=5\sqrt{3}(\text{cm})$ … (ii)

∴ $\overline{BC}+\overline{CH}=10\sqrt{3}+5\sqrt{3}$

$=15\sqrt{3}(\text{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{BC}+\overline{CH}$의 값 구하기	20 %

21 직육면체의 대각선의 길이가 6 cm이므로 높이를 h cm라 하면

$6=\sqrt{3^2+4^2+h^2}$, $h^2=11$

그런데 $h>0$이므로 $h=\sqrt{11}(\text{cm})$ … (i)

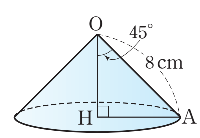
따라서 △FGH에서

$\overline{FH}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$ … (ii)

∴ $\triangle DFH=\frac{1}{2}\times5\times\sqrt{11}=\frac{5\sqrt{11}}{2}(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 직육면체의 높이 구하기	40 %
(ii) $\overline{FH}$의 길이 구하기	40 %
(iii) △DFH의 넓이 구하기	20 %

22 △OHA에서



$\angle HAO=180^\circ-(90^\circ+45^\circ)=45^\circ$

$\overline{AH}:\overline{AO}=1:\sqrt{2}$이므로

$\overline{AH}:8=1:\sqrt{2}$

∴ $\overline{AH}=4\sqrt{2}(\text{cm})$ … (i)

$\overline{AH}:\overline{OH}=1:1$이므로

$4\sqrt{2}:\overline{OH}=1:1$

∴ $\overline{OH}=4\sqrt{2}(\text{cm})$ … (ii)

∴ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times(4\sqrt{2})^2\times4\sqrt{2}$

$=\frac{128\sqrt{2}}{3}\pi(\text{cm}^3)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AH}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{OH}$의 길이 구하기	40 %
(iii) 원뿔의 부피 구하기	20 %

01 삼각비의 뜻과 값

P. 66

필수 예제 1 (1) $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$

유제 1 $\sin B=\frac{12}{13}$, $\cos B=\frac{5}{13}$, $\tan B=\frac{12}{5}$

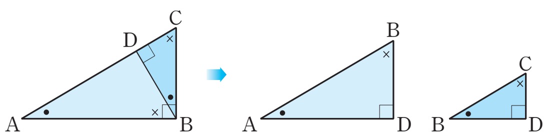
$\overline{AC}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

필수 예제 2 (1) $\overline{AC}$, $\overline{BD}$, $\overline{CD}$ (2) $\overline{AB}$, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$
(3) $\overline{BC}$, $\overline{AD}$, $\overline{CD}$

다음 그림에서

$\triangle ABC \backsim \triangle ADB \backsim \triangle BDC$ (AA 닮음)이므로

$\angle CAB=\angle BAD=\angle CBD$



유제 2 $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{3}$

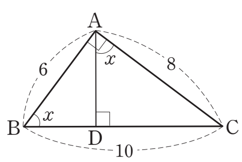
오른쪽 그림에서

$\triangle ABC \backsim \triangle DAC$이므로

$\angle ABC=\angle DAC=x$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로



$\sin x=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$

$\cos x=\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}$

$\tan x=\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$

P. 67

필수 예제 3 (1) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ (4) 1

(1) (주어진 식)$=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1+\sqrt{2}}{2}$

(2) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}+1=\frac{3}{2}+1=\frac{5}{2}$

(3) (주어진 식)$=\frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}+\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}=\frac{1}{\sqrt{3}}+\sqrt{3}$

$=\frac{\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$

(4) (주어진 식)$=\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=1$

유제 3 (1) 1 (2) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

(1) (주어진 식)$=2\times\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1$

(2) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\sqrt{3}\div\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$

필수 예제 4 (1) $x=4\sqrt{2}$, $y=4\sqrt{2}$ (2) $x=6\sqrt{3}$, $y=12$

(1) $\sin 45^\circ=\frac{x}{8}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore x=4\sqrt{2}$

$\cos 45^\circ=\frac{y}{8}=\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\quad\therefore y=4\sqrt{2}$

(2) $\tan 60^\circ=\frac{x}{6}=\sqrt{3}$ $\quad\therefore x=6\sqrt{3}$

$\cos 60^\circ=\frac{6}{y}=\frac{1}{2}$ $\quad\therefore y=12$

유제 4 (1) 6 (2) $2\sqrt{3}$ (3) $6\sqrt{3}$

(1) $\sin 60^\circ=\frac{\overline{AH}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AH}=6$

(2) $\cos 60^\circ=\frac{\overline{BH}}{4\sqrt{3}}=\frac{1}{2}$

$\therefore \overline{BH}=2\sqrt{3}$

(3) $\tan 30^\circ=\frac{6}{\overline{CH}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{CH}=6\sqrt{3}$

P. 68~69

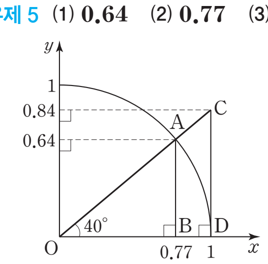
필수 예제 5 (1) $\overline{AB}$ (2) $\overline{OA}$ (3) $\overline{CD}$

(1) $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$

(2) $\cos x=\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{OA}}{1}=\overline{OA}$

(3) $\tan x=\frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$

유제 5 (1) 0.64 (2) 0.77 (3) 0.84



(1) $\sin 40^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\frac{0.64}{1}=0.64$

(2) $\cos 40^\circ=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\frac{0.77}{1}=0.77$

(3) $\tan 40^\circ=\frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\frac{0.84}{1}=0.84$

필수 예제 6

삼각비 \ A	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin A$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos A$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan A$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

(1) **2** (2) **0**

(1) (주어진 식)$=1+1=2$

(2) (주어진 식)$=0\times0=0$

유제 6 (1) **1** (2) **0**

(1) (주어진 식)$=1\times1\div1=1$

(2) (주어진 식)$=1^2+0^2-1^2=0$

유제 7 ③

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{2}$

③ $\tan 80^\circ>1(=\tan 45^\circ)$ ④ 1

⑤ 0

따라서 값이 가장 큰 것은 ③이다.

P. 69

필수 예제 7 (1) **1.3953** (2) **42°**

(1) 주어진 삼각비의 표에서

$\sin 39^\circ=0.6293$, $\cos 40^\circ=0.7660$이므로

$\sin 39^\circ+\cos 40^\circ=0.6293+0.7660$

$=1.3953$

(2) 주어진 삼각비의 표에서 $\tan 42^\circ=0.9004$이므로

$x=42^\circ$

P. 70~71 개념 누르기 한판

1 ③, ④ **2** $4\sqrt{13}$ **3** $\frac{12}{13}$ **4** $\frac{7}{5}$

5 (1) 1 (2) 0 (3) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ (4) $\frac{1}{2}$

6 (1) $x=20$, $y=10\sqrt{3}$ (2) $x=4\sqrt{3}$, $y=2\sqrt{3}$

7 $\frac{1}{2}$ **8** ④ **9** ④ **10** 129°

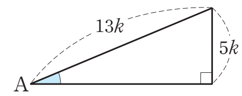
1 ③ $\tan A=\frac{\sqrt{11}}{5}$

④ $\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{11})^2+5^2}=6$이므로 $\sin B=\frac{5}{6}$

2 $\tan B=\frac{8}{\overline{BC}}=\frac{2}{3}$이므로 $\overline{BC}=12$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{12^2+8^2}=4\sqrt{13}$

3 $\sin A=\frac{5}{13}$를 만족시키는 직각삼각형은 오른쪽 그림과 같으므로



(밑변의 길이)$=\sqrt{(13k)^2-(5k)^2}$

$=12k$

$\therefore \cos A=\frac{12k}{13k}=\frac{12}{13}$

4 $\triangle ABC \backsim \triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BDE=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$이므로

$\sin x=\sin C=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{4}{5}$

$\cos x=\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{3}{5}$

$\therefore \sin x+\cos x=\frac{4}{5}+\frac{3}{5}=\frac{7}{5}$

5 (1) (주어진 식)$=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$

(2) (주어진 식)$=1-1=0$

(3) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}\times0=\frac{\sqrt{3}}{2}$

(4) (주어진 식)$=\frac{\sqrt{2}}{2}\div\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

6 (1) $\cos 60^\circ=\frac{10}{x}=\frac{1}{2}$ $\therefore x=20$

$\sin 60^\circ=\frac{y}{20}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore y=10\sqrt{3}$

(2) $\triangle ABC$에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{AC}}{12}=\frac{1}{2}$ $\therefore \overline{AC}=6$

$\cos 30^\circ=\frac{x+y}{12}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore x+y=6\sqrt{3}$

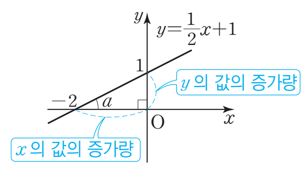
$\angle BAD=\angle DAC=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$

따라서 $\triangle ADC$에서

$\tan 30^\circ=\frac{y}{6}=\frac{\sqrt{3}}{3}$ $\therefore y=2\sqrt{3}$

$\therefore x=6\sqrt{3}-y=6\sqrt{3}-2\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

7 직선 $y=\frac{1}{2}x+1$의 기울기가 $\frac{1}{2}$이므로



$\tan a=\frac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})}$

$=\frac{(y\text{의 값의 증가량})}{(x\text{의 값의 증가량})}$

$=$(직선의 기울기)

$=\frac{1}{2}$

8 ① $\sin x=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

② $\cos x=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

③ $\tan y=\frac{\overline{OD}}{\overline{CD}}=\frac{1}{\overline{CD}}$

④ $\angle OAB=\angle OCD=y$이므로 $\cos y=\frac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\overline{AB}$

⑤ $\angle OAB=\angle OCD=y$이므로 $\sin y=\frac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\overline{OB}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

9 ④ $0^\circ\le x\le 90^\circ$인 범위에서 x의 크기가 증가하면 $\cos x$의 값은 감소하므로 $\cos 40^\circ>\cos 43^\circ$

10 주어진 삼각비의 표에서

$\cos 65^\circ=0.4226$이므로 $A=65^\circ$

$\tan 64^\circ=2.0503$이므로 $B=64^\circ$

$\therefore A+B=65^\circ+64^\circ=129^\circ$

P. 72~74 단원 마무리

1	$\frac{\sqrt{13}}{13}$	**2**	$\frac{\sqrt{6}}{3}$	**3**	(1) 4 (2) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$	**4**	②		
5	$\frac{2}{3}$	**6**	$\frac{10}{13}$	**7**	②	**8**	④, ⑤	**9**	$\frac{1}{4}$
10	⑤	**11**	④	**12**	6	**13**	⑤		
14	$y=x+2$			**15**	$\frac{3\sqrt{3}}{8}$	**16**	$\sqrt{3}$	**17**	④

18 $\tan 75^\circ$, $\tan 60^\circ$, $\cos 0^\circ$, $\sin 60^\circ$, $\cos 60^\circ$, $\sin 0^\circ$

19 1.3554 **20** $\frac{1}{5}$, 과정은 풀이 참조

21 $2\cos A-2\sin A$, 과정은 풀이 참조

1 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{4^2+6^2}=2\sqrt{13}$이므로

$\sin x=\frac{6}{2\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

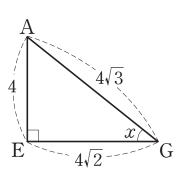
$\cos x=\frac{4}{2\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

$\therefore \sin x-\cos x=\frac{3\sqrt{13}}{13}-\frac{2\sqrt{13}}{13}=\frac{\sqrt{13}}{13}$

2 $\triangle AEG$에서 $\angle AEG=90^\circ$이고

$\overline{EG}=4\sqrt{2}$, $\overline{AG}=4\sqrt{3}$

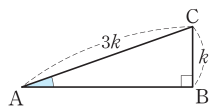
$\therefore \cos x=\frac{4\sqrt{2}}{4\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{3}$



3 (1) $\cos B=\frac{\overline{BC}}{6}=\frac{2}{3}$이므로 $\overline{BC}=4$

(2) $\overline{AC}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$이므로 $\tan A=\frac{4}{2\sqrt{5}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

4 $\sin A=\frac{1}{3}$을 만족시키는 직각삼각형 ABC는 오른쪽 그림과 같으므로

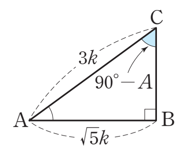


$\overline{AB}=\sqrt{(3k)^2-k^2}=2\sqrt{2}k$

$\therefore \cos A=\frac{2\sqrt{2}k}{3k}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $\tan A=\frac{k}{2\sqrt{2}k}=\frac{\sqrt{2}}{4}$

$\therefore \cos A\times\tan A=\frac{2\sqrt{2}}{3}\times\frac{\sqrt{2}}{4}=\frac{1}{3}$

5 $\sin(90^\circ-A)=\frac{\sqrt{5}}{3}$를 만족시키는 직각삼각형 ABC는 오른쪽 그림과 같으므로 $\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2-(\sqrt{5}k)^2}=2k$



$\therefore \sin A=\frac{2k}{3k}=\frac{2}{3}$

6 $\triangle ABC\backsim\triangle HBA\backsim\triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BAH=x$, $\angle ABC=\angle HAC=y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=13$이므로

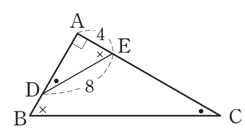
$\cos x=\cos C=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{5}{13}$

$\sin y=\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{5}{13}$

$\therefore \cos x+\sin y=\frac{5}{13}+\frac{5}{13}=\frac{10}{13}$

7 $\triangle ADE\backsim\triangle ACB$ (AA 닮음)이므로 $\angle AED=\angle ABC$

따라서 $\triangle ADE$에서



$\overline{AD}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$이므로

$\sin B=\sin(\angle AED)=\frac{\overline{AD}}{\overline{DE}}=\frac{4\sqrt{3}}{8}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\sin C=\sin(\angle ADE)=\frac{\overline{AE}}{\overline{DE}}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$

$\therefore \sin B+\sin C=\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

8 ④ $\sin^2 45^\circ+\cos^2 45^\circ=\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2=1$

⑤ $3\tan 30^\circ+\sin 60^\circ=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$

9 삼각형의 가장 작은 내각의 크기가 A이므로 삼각형의 세 내각의 크기를 각각 A, $2A$, $3A$라 하자.

삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이므로

$A+2A+3A=180^\circ$, $6A=180^\circ$ $\therefore A=30^\circ$

$\therefore \sin A\times\cos A\times\tan A=\sin 30°\times\cos 30°\times\tan 30°$

$=\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{4}$

10 $20°\le x\le 110°$에서 $0°\le x-20°\le 90°$이고

$\sin 30°=\frac{1}{2}$이므로 $\cos(x-20°)=\frac{1}{2}$에서

$x-20°=60°\qquad\therefore x=80°$

11 $\triangle$ABC에서 $\sin 45°=\frac{\overline{BC}}{3\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$\overline{BC}=3\sqrt{3}$(cm)

따라서 $\triangle$BCD에서 $\tan 60°=\frac{3\sqrt{3}}{\overline{CD}}=\sqrt{3}$이므로

$\overline{CD}=3$(cm)

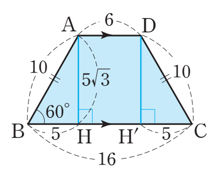
12 $\triangle$ADC에서 $\angle$CAD$=30°$이므로

$\cos 30°=\frac{\overline{AD}}{8\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore \overline{AD}=12$

따라서 $\triangle$ADE에서 $\angle$ADE$=60°$이므로

$\cos 60°=\frac{\overline{DE}}{12}=\frac{1}{2}\qquad\therefore \overline{DE}=6$

13 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



$\triangle$ABH에서

$\sin 60°=\frac{\overline{AH}}{10}=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AH}=5\sqrt{3}$

$\cos 60°=\frac{\overline{BH}}{10}=\frac{1}{2}\qquad\therefore \overline{BH}=\overline{CH'}=5$

$\therefore \overline{AD}=\overline{HH'}=16-(5+5)=6$

$\therefore \square$ABCD$=\frac{1}{2}\times(6+16)\times 5\sqrt{3}=55\sqrt{3}$

14 직선의 y절편이 2이므로 $y=ax+2$로 놓으면

$a=$(직선의 기울기)$=\tan 45°=1$

$\therefore y=x+2$

15 $\overline{AC}=1$이므로

$\overline{AB}=\cos 60°=\frac{1}{2}$, $\overline{BC}=\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\overline{AD}=1$이므로

$\overline{DE}=\tan 60°=\sqrt{3}$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle$ADE$-\triangle$ABC

$=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times\overline{DE}-\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 1\times\sqrt{3}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{\sqrt{3}}{8}=\frac{3\sqrt{3}}{8}$

16 (주어진 식)$=1\times\sqrt{3}-\frac{\sqrt{2}}{2}\times 0+0\times\frac{1}{2}=\sqrt{3}$

17 ④ $0°<A<45°$일 때 $\sin A<\cos A$이다.

18 $\sin 0°=0$, $\cos 0°=1$, $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\cos 60°=\frac{1}{2}$, $\tan 60°=\sqrt{3}$, $\tan 75°>\tan 60°$

$\therefore \tan 75°>\tan 60°>\cos 0°>\sin 60°>\cos 60°>\sin 0°$

따라서 그 값이 큰 것부터 차례로 나열하면

$\tan 75°$, $\tan 60°$, $\cos 0°$, $\sin 60°$, $\cos 60°$, $\sin 0°$

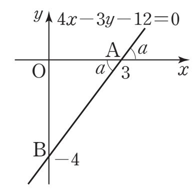
19 $\angle$BOA$=180°-(53°+90°)=37°$이므로

$\overline{AB}=\sin 37°=0.6018$

$\overline{CD}=\tan 37°=0.7536$

$\therefore \overline{AB}+\overline{CD}=0.6018+0.7536=1.3554$

20 일차방정식 $4x-3y-12=0$의 그래프의 x절편이 3, y절편이 -4이므로 오른쪽 그림에서



$\overline{AO}=3$, $\overline{BO}=4$

따라서 $\triangle$AOB에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$이므로 $\cdots$ (i)

$\sin a=\frac{\overline{BO}}{\overline{AB}}=\frac{4}{5}$

$\cos a=\frac{\overline{AO}}{\overline{AB}}=\frac{3}{5}$ $\cdots$ (ii)

$\therefore \sin a-\cos a=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 일차방정식의 그래프가 좌표축과 만나는 두 점 사이의 거리 구하기	40 %
(ii) $\sin a$, $\cos a$의 값 구하기	40 %
(iii) $\sin a-\cos a$의 값 구하기	20 %

21 $0°<A<45°$에서 $0<\sin A<\cos A$이므로 $\cdots$ (i)

$\sin A-\cos A<0$

$\cos A-\sin A>0$ $\cdots$ (ii)

$\therefore$ (주어진 식)$=|\sin A-\cos A|+|\cos A-\sin A|$

$=-(\sin A-\cos A)+(\cos A-\sin A)$

$=2\cos A-2\sin A$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\sin A$, $\cos A$의 대소 비교하기	30 %
(ii) $\sin A-\cos A$, $\cos A-\sin A$의 부호 결정하기	30 %
(iii) 주어진 식 간단히 하기	40 %

참고 실수 a에 대하여

$\sqrt{a^2}=|a|=\begin{cases} a & (a\ge 0) \\ -a & (a<0)\end{cases}$

01 길이 구하기

P. 78

개념 확인 (1) 30, 4 (2) 30, $4\sqrt{3}$

(1) $x=8\sin\boxed{30}^\circ=8\times\frac{1}{2}=\boxed{4}$

(2) $y=8\cos\boxed{30}^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{4\sqrt{3}}$

필수 예제 1 (1) 4.92 (2) 3.42

(1) $\sin 55^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{AB}}{6}$

$\therefore\ \overline{AB}=6\sin 55^\circ=6\times0.82=4.92$

(2) $\cos 55^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{\overline{BC}}{6}$

$\therefore\ \overline{BC}=6\cos 55^\circ=6\times0.57=3.42$

유제 1 $x=5.12$, $y=6.16$

$\cos 50^\circ=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{x}{8}$이므로

$x=8\cos 50^\circ=8\times0.64=5.12$

$\sin 50^\circ=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{y}{8}$이므로

$y=8\sin 50^\circ=8\times0.77=6.16$

유제 2 $3.92\,\text{m}$

$\tan 63^\circ=\frac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\frac{\overline{BC}}{2}$

$\therefore\ \overline{BC}=2\tan 63^\circ=2\times1.96=3.92(\text{m})$

P. 79

필수 예제 2 (1) 3, $3\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $2\sqrt{3}$ (2) $4\sqrt{3}$, $4\sqrt{3}$, $4\sqrt{6}$

(1) $\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=6\sin 30^\circ=6\times\frac{1}{2}=\boxed{3}$,

$\overline{BH}=6\cos 30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{3\sqrt{3}}$이므로

$\overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=4\sqrt{3}-3\sqrt{3}=\boxed{\sqrt{3}}$

따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+3^2}=\boxed{2\sqrt{3}}$

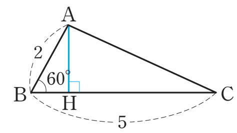
(2) $\triangle BCH$에서

$\overline{CH}=8\sin 60^\circ=8\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\boxed{4\sqrt{3}}$

따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 45^\circ}=\frac{\boxed{4\sqrt{3}}}{\sin 45^\circ}=4\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{2}}=\boxed{4\sqrt{6}}$

유제 3 (1) $\sqrt{19}$ (2) $6\sqrt{3}$



(1) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

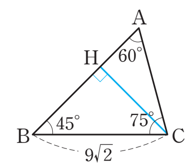
$\overline{AH}=2\sin 60^\circ=\sqrt{3}$

$\overline{BH}=2\cos 60^\circ=1$

$\therefore\ \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5-1=4$

따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\sqrt{4^2+(\sqrt{3})^2}=\sqrt{19}$



(2) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle BCH$에서

$\overline{CH}=9\sqrt{2}\sin 45^\circ=9$

따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 60^\circ}=9\times\frac{2}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}$

P. 80

필수 예제 3 (1) 60, 45, $\sqrt{3}$ (2) 60, 30, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{3}$

유제 4 (1) $5(3-\sqrt{3})$ (2) $2(3+\sqrt{3})$

(1) $\overline{AH}=h$라 하자.

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$, $\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$이므로

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=h+\frac{\sqrt{3}}{3}h$

즉, $\left(1+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)h=10$에서 $\frac{3+\sqrt{3}}{3}h=10$

$\therefore\ h=10\times\frac{3}{3+\sqrt{3}}=5(3-\sqrt{3})$

(2) $\overline{AH}=h$라 하자.

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h$, $\overline{CH}=h\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}h$이므로

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$

즉, $\left(1-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)h=4$에서 $\frac{3-\sqrt{3}}{3}h=4$

$\therefore\ h=4\times\frac{3}{3-\sqrt{3}}=2(3+\sqrt{3})$

참고 분모의 유리화

분모가 무리수일 때, 곱셈 공식 $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$을 이용하여 분모를 유리화한다.

(1) $\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{a}-\sqrt{b})}=\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$

(2) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}=\frac{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2}{a-b}$

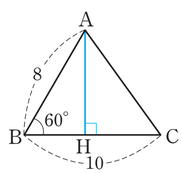
P. 81 **개념 누르기 한판**

1 7.98 **2** 8.9 m **3** $2\sqrt{21}$ **4** $3\sqrt{2}$ cm
5 $\frac{15\sqrt{3}}{2}$ **6** $4(\sqrt{3}+1)\,\text{cm}^2$

1 $\angle C=180°-(25°+90°)=65°$이므로
$x=6\sin 65°=6\times 0.91=5.46$
$y=6\cos 65°=6\times 0.42=2.52$
$\therefore x+y=5.46+2.52=7.98$

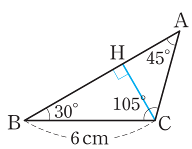
2 $\overline{BC}=10\tan 36°=10\times 0.73=7.3(\text{m})$
$\therefore$ (나무의 높이)$=\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}$
$=7.3+1.6=8.9(\text{m})$

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=8\sin 60°=4\sqrt{3}$
$\overline{BH}=8\cos 60°=4$
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}$
$=10-4=6$
따라서 $\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{6^2+(4\sqrt{3})^2}=2\sqrt{21}$

4 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle BCH$에서



$\overline{CH}=6\sin 30°=3(\text{cm})$
또 $\angle A=180°-(30°+105°)=45°$
따라서 $\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 45°}=3\times\frac{2}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

5 $\overline{AH}=h$라 하면
$\overline{BH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$,
$\overline{CH}=h\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}h$이므로
$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=\left(\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}}{3}\right)h$
즉, $\frac{4\sqrt{3}}{3}h=30$에서 $h=\frac{15\sqrt{3}}{2}$

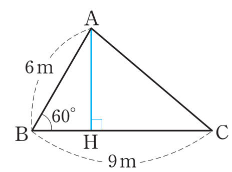
6 $\overline{AH}=h$ cm라 하면
$\overline{BH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h(\text{cm})$,
$\overline{CH}=h\tan 45°=h(\text{cm})$이므로
$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=\sqrt{3}h-h$
즉, $(\sqrt{3}-1)h=4$에서 $h=\frac{4}{\sqrt{3}-1}=2(\sqrt{3}+1)(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 2(\sqrt{3}+1)=4(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$

P. 82 **한 번 더 연습**

1 $20\sqrt{3}$ m **2** $3\sqrt{7}$ m **3** $100\sqrt{6}$ m
4 $4(\sqrt{3}-1)$ km **5** $5\sqrt{3}$ m

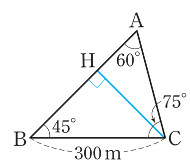
1 $\overline{AB}=20\tan 30°=\frac{20\sqrt{3}}{3}(\text{m})$
$\overline{AC}=\frac{20}{\cos 30°}=20\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{40\sqrt{3}}{3}(\text{m})$
따라서 부러지기 전의 나무의 높이는
$\overline{AB}+\overline{AC}=\frac{20\sqrt{3}}{3}+\frac{40\sqrt{3}}{3}$
$=\frac{60\sqrt{3}}{3}=20\sqrt{3}(\text{m})$

2 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=6\sin 60°=3\sqrt{3}(\text{m})$
$\overline{BH}=6\cos 60°=3(\text{m})$
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}$
$=9-3=6(\text{m})$
따라서 $\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+6^2}=3\sqrt{7}(\text{m})$

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\triangle BCH$에서



$\overline{CH}=300\sin 45°=150\sqrt{2}(\text{m})$
또 $\angle A=180°-(45°+75°)=60°$
따라서 $\triangle AHC$에서
$\overline{AC}=\frac{\overline{CH}}{\sin 60°}=150\sqrt{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=100\sqrt{6}(\text{m})$

4 $\overline{AH}=h$ km라 하면
$\overline{BH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h(\text{km})$
$\overline{CH}=h\tan 45°=h(\text{km})$
$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=\sqrt{3}h+h$
즉, $(\sqrt{3}+1)h=8$에서 $h=\frac{8}{\sqrt{3}+1}=4(\sqrt{3}-1)(\text{km})$

5 $\overline{AD}=h$ m라 하면
$\overline{BD}=h\tan 60°=\sqrt{3}h(\text{m})$
$\overline{CD}=h\tan 30°=\frac{\sqrt{3}}{3}h(\text{m})$
$\therefore \overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}=\sqrt{3}h-\frac{\sqrt{3}}{3}h$
즉, $\left(\sqrt{3}-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)h=10$에서
$\frac{2\sqrt{3}}{3}h=10$ $\therefore h=5\sqrt{3}(\text{m})$

02 넓이 구하기

P. 83

필수 예제 1 **(1) $14\sqrt{2}$ cm²** **(2) $\frac{35\sqrt{3}}{4}$ cm²**

(1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 7\times 8\times \sin 45^\circ$

$=14\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

(2) $\angle ABC=180^\circ-(25^\circ+35^\circ)=120^\circ$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 7\times 5\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 7\times 5\times \sin 60^\circ$

$=\frac{35\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

유제 1 **10 cm**

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times \overline{AB}\times 12\times \sin 60^\circ=30\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AB}=10(\text{cm})$

유제 2 **(1) $\sqrt{3}$** **(2) $3\sqrt{3}$** **(3) $4\sqrt{3}$**

(1) $\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 2\times 2\times \sin 60^\circ=\sqrt{3}$

(2) $\triangle BCD=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times \sin 60^\circ=3\sqrt{3}$

(3) $\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\sqrt{3}+3\sqrt{3}=4\sqrt{3}$

P. 84

개념 확인 **(1) $\frac{1}{2}ab\sin x$, $ab\sin x$**

(2) $ab\sin x$, $\frac{1}{2}ab\sin x$

필수 예제 2 **(1) $6\sqrt{2}$ cm²** **(2) $30\sqrt{3}$ cm²**

(1) $\square ABCD=3\times 4\times \sin 45^\circ$

$=6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 12\times \sin 60^\circ$

$=30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

유제 3 **(1) 18** **(2) $15\sqrt{3}$**

(1) $\square ABCD=6\times 6\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=6\times 6\times \sin 30^\circ=18$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin 60^\circ=15\sqrt{3}$

P. 85 **개념 누르기 한판**

1 (1) 9 cm² (2) $15\sqrt{2}$ cm²

2 (1) $24\sqrt{3}$ cm² (2) $\frac{27\sqrt{3}}{2}$ cm² **3** 30°

4 $\left(\frac{25\sqrt{3}}{4}+\frac{75}{2}\right)$ cm² **5** $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ m²

1 (1) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 30^\circ$

$=9(\text{cm}^2)$

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin(180^\circ-135^\circ)$

$=\frac{1}{2}\times 10\times 6\times \sin 45^\circ$

$=15\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

2 (1) $\angle A=180^\circ-(60^\circ+120^\circ+60^\circ)=120^\circ$

즉, □ABCD는 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 평행사변형이다.

$\therefore\ \square ABCD=6\times 8\times \sin 60^\circ$

$=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

(2) $\square ABCD=\frac{1}{2}\times 6\times 9\times \sin 60^\circ$

$=\frac{27\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

3 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times 10\times \sin B=10$에서

$\sin B=\frac{1}{2}$

이때 $0^\circ<\angle B<90^\circ$이므로

$\angle B=30^\circ$

4 $\overline{BD}$를 그으면

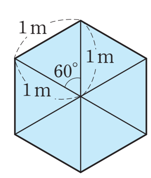
$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 5\times 5\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times 5\sqrt{6}\times 5\sqrt{3}\times \sin 45^\circ$

$=\frac{25\sqrt{3}}{4}+\frac{75}{2}(\text{cm}^2)$

5 주어진 탁자의 윗면은 정육각형 모양이므로 오른쪽 그림과 같이 한 변의 길이가 1 m인 6개의 합동인 정삼각형으로 나누어진다.



∴ (탁자의 윗면의 넓이)

$=6\times\left(\frac{1}{2}\times 1\times 1\times \sin 60^\circ\right)$

$=\frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{m}^2)$

P. 86~88 단원 마무리

1 ③ **2** $(30+10\sqrt{3})$ m **3** ③
4 $\sqrt{34}$ cm **5** ④ **6** $60\sqrt{6}$ m **7** ②
8 ② **9** ① **10** $4\sqrt{3}$ cm^2
11 ③ **12** $(8+6\sqrt{2})$ cm^2 **13** $\dfrac{12\sqrt{3}}{5}$ cm
14 10 cm **15** $3\sqrt{3}$ cm^2 **16** 8 cm
17 $12\sqrt{3}$ cm, 과정은 풀이 참조
18 $40(3-\sqrt{3})$ m, 과정은 풀이 참조

1 $\angle A=180°-(50°+90°)=40°$

① $\sin 50°=\dfrac{10}{\overline{AB}}$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{10}{\sin 50°}$

② $\cos 40°=\dfrac{10}{\overline{AB}}$이므로 $\overline{AB}=\dfrac{10}{\cos 40°}$

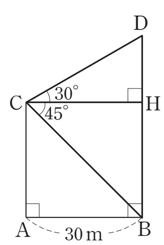
③ $\cos 50°=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}$이므로 $\overline{BC}=\overline{AB}\cos 50°$

④ $\tan 40°=\dfrac{\overline{BC}}{10}$이므로 $\overline{BC}=10\tan 40°$

⑤ $\tan 50°=\dfrac{10}{\overline{BC}}$이므로 $\overline{BC}=\dfrac{10}{\tan 50°}$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

2 오른쪽 그림과 같이 ㈎건물의 윗부분과 아랫부분을 각각 C, A, ㈏건물의 윗부분과 아랫부분을 각각 D, B라 하고 점 C에서 $\overline{BD}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{CH}=\overline{AB}=30$ m이므로

△DCH에서

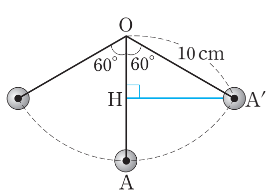
$\overline{DH}=30\tan 30°=10\sqrt{3}$(m)

△CBH에서

$\overline{BH}=30\tan 45°=30$(m)

∴ (㈏건물의 높이)$=\overline{BH}+\overline{DH}$
$=30+10\sqrt{3}$(m)

3



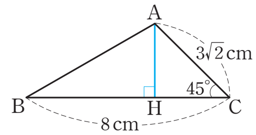
위의 그림과 같이 점 A′에서 $\overline{OA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{OH}=10\cos 60°=5$(cm)

따라서 추의 최고 높이와 최저 높이의 차는

$\overline{HA}=\overline{OA}-\overline{OH}$
$=10-5=5$(cm)

4 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45°=3$(cm)

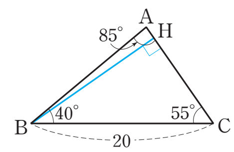
$\overline{CH}=3\sqrt{2}\cos 45°=3$(cm)

∴ $\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{CH}$
$=8-3=5$(cm)

따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{5^2+3^2}=\sqrt{34}$(cm)

5 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABC에서

$\angle A=180°-(40°+55°)=85°$

△BCH에서

$\overline{BH}=20\sin 55°$ ⋯ ㉠

△ABH에서

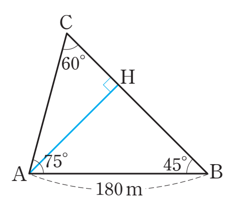
$\overline{BH}=\overline{AB}\sin 85°$ ⋯ ㉡

이때 ㉠=㉡이므로

$20\sin 55°=\overline{AB}\sin 85°$

∴ $\overline{AB}=\dfrac{20\sin 55°}{\sin 85°}$

6 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABC에서

$\angle C=180°-(75°+45°)=60°$

△ABH에서

$\overline{AH}=180\sin 45°=90\sqrt{2}$(m)

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 60°}=90\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=60\sqrt{6}$(m)

7 $\overline{AH}=h$라 하면

$\angle BAH=180°-(58°+90°)=32°$,

$\angle CAH=180°-(75°+90°)=15°$이므로

$\overline{BH}=h\tan 32°$, $\overline{CH}=h\tan 15°$

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}$
$=h\tan 32°-h\tan 15°=7$

이므로

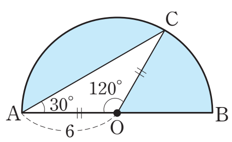
$h=\dfrac{7}{\tan 32°-\tan 15°}$

∴ $\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 7\times\dfrac{7}{\tan 32°-\tan 15°}$
$=\dfrac{49}{2(\tan 32°-\tan 15°)}$

8 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times5\times\overline{BC}\times\sin(180^\circ-135^\circ)=\frac{15\sqrt{2}}{4}$

이므로 $\frac{5\sqrt{2}}{4}\overline{BC}=\frac{15\sqrt{2}}{4}$ $\quad\therefore\ \overline{BC}=3(\text{cm})$

9



위의 그림에서 $\overline{OA}=\overline{OC}$이므로 $\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$

$\therefore\ \angle AOC=180^\circ-2\times30^\circ=120^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(반원의 넓이)$-\triangle AOC$

$=\frac{1}{2}\times\pi\times6^2-\frac{1}{2}\times6\times6\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=18\pi-9\sqrt{3}$

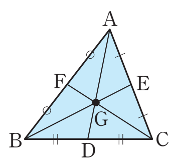
10 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times6\times8\times\sin60^\circ=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\triangle AGC=\frac{1}{3}\triangle ABC=\frac{1}{3}\times12\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

참고 **삼각형의 무게중심과 넓이**

오른쪽 그림의 $\triangle ABC$에서 점 G가 무게중심일 때



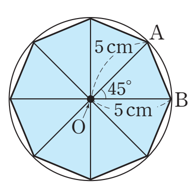
(1) $\triangle AFG=\triangle BFG=\triangle BDG$

$=\triangle CDG=\triangle CEG$

$=\triangle AEG=\frac{1}{6}\triangle ABC$

(2) $\triangle ABG=\triangle BCG=\triangle CAG=\frac{1}{3}\triangle ABC$

11 정팔각형은 오른쪽 그림과 같이 8개의 합동인 삼각형으로 나누어지므로 $\triangle AOB$에서



$\overline{OA}=\overline{OB}=5\text{cm}$

$\angle AOB=\frac{1}{8}\times360^\circ=45^\circ$

$\therefore\ \triangle AOB=\frac{1}{2}\times5\times5\times\sin45^\circ=\frac{25\sqrt{2}}{4}(\text{cm}^2)$

따라서 정팔각형의 넓이는

$8\triangle AOB=8\times\frac{25\sqrt{2}}{4}=50\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

12 $\overline{AB}=4\tan45^\circ=4(\text{cm})$

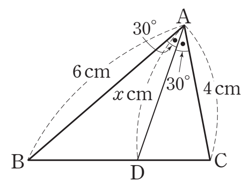
$\overline{AC}=\frac{4}{\sin45^\circ}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore\ \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times4\times4+\frac{1}{2}\times4\sqrt{2}\times6\times\sin30^\circ$

$=8+6\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

13



위의 그림과 같이 $\overline{AD}=x\,\text{cm}$라 하면

$\triangle ABC=\triangle ABD+\triangle ADC$이므로

$\frac{1}{2}\times6\times4\times\sin60^\circ=\frac{1}{2}\times6\times x\times\sin30^\circ$

$+\frac{1}{2}\times x\times4\times\sin30^\circ$

$6\sqrt{3}=\frac{5}{2}x$ $\quad\therefore\ x=\frac{12\sqrt{3}}{5}(\text{cm})$

14 마름모의 한 변의 길이를 $a\,\text{cm}$라 하면

$\square ABCD=a\times a\times\sin(180^\circ-135^\circ)=50\sqrt{2}$

$\frac{\sqrt{2}}{2}a^2=50\sqrt{2},\ a^2=100$

그런데 $a>0$이므로 $a=10(\text{cm})$

15 $\overline{BC}=\overline{AD}=6\,\text{cm}$이므로

$\square ABCD=4\times6\times\sin60^\circ=12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle BMD=\frac{1}{2}\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times\left(\frac{1}{2}\square ABCD\right)$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times12\sqrt{3}$

$=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

16 등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

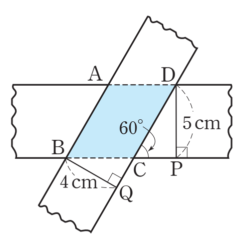
$\overline{AC}=\overline{BD}=x\,\text{cm}$라 하면

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)=16\sqrt{3}$

$\frac{\sqrt{3}}{4}x^2=16\sqrt{3},\ x^2=64$

그런데 $x>0$이므로 $x=8(\text{cm})$

17



위의 그림과 같이 겹쳐진 부분을 $\square ABCD$라 하면

$\angle BCQ=\angle DCP=60^\circ$ (맞꼭지각)

△DCP에서

$\overline{\mathrm{CD}}=\dfrac{5}{\sin 60^\circ}=5\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{10\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm})$ … (i)

△BQC에서

$\overline{\mathrm{BC}}=\dfrac{4}{\sin 60^\circ}=4\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}(\mathrm{cm})$ … (ii)

□ABCD는 평행사변형이고, 평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로

$(□\mathrm{ABCD}$의 둘레의 길이$)=2(\overline{\mathrm{CD}}+\overline{\mathrm{BC}})$

$=2\times\left(\dfrac{10\sqrt{3}}{3}+\dfrac{8\sqrt{3}}{3}\right)$

$=12\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 겹쳐진 부분의 한 변의 길이 구하기	40 %
(ii) 겹쳐진 부분의 다른 한 변의 길이 구하기	40 %
(iii) 겹쳐진 부분의 둘레의 길이 구하기	20 %

18 △ABH에서 $\angle\mathrm{BAH}=180^\circ-(60^\circ+90^\circ)=30^\circ$

△AHC에서 $\angle\mathrm{CAH}=180^\circ-(45^\circ+90^\circ)=45^\circ$

$\overline{\mathrm{AH}}=h\,\mathrm{m}$라 하면

$\overline{\mathrm{BH}}=h\tan 30^\circ=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h(\mathrm{m})$

$\overline{\mathrm{CH}}=h\tan 45^\circ=h(\mathrm{m})$ … (i)

$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{BH}}+\overline{\mathrm{CH}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h+h$

즉, $\left(\dfrac{\sqrt{3}}{3}+1\right)h=80$에서 … (ii)

$\dfrac{\sqrt{3}+3}{3}h=80$

$\therefore\ h=80\times\dfrac{3}{\sqrt{3}+3}=40(3-\sqrt{3})(\mathrm{m})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{\mathrm{BH}}$, $\overline{\mathrm{CH}}$의 길이를 $\overline{\mathrm{AH}}$의 길이를 이용하여 나타내기	40 %
(ii) $\overline{\mathrm{BC}}=80\,\mathrm{m}$임을 이용하여 식 세우기	40 %
(iii) 송신탑의 높이 AH 구하기	20 %

01 원의 현

P. 92

필수 예제 1 (1) 6 (2) 70 (3) 7

(1) 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이는 같으므로
$x=6$

(2) 길이가 같은 두 현에 대한 중심각의 크기는 같으므로
$x=70$

(3) 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이는 같으므로
$x=7$

유제 1 (1) 2 (2) 130 (3) 6

(1) 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이는 같으므로
$x=2$

(2) 길이가 같은 두 현에 대한 중심각의 크기는 같으므로
$x=\dfrac{360-100}{2}=130$

(3) 크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이는 같으므로
$x=6$

유제 2 ㄴ, ㄹ

ㄴ. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.
$\therefore \overline{CE}<2\overline{AB}$

ㄹ. 삼각형의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하지 않는다.
$\therefore \triangle COE<\triangle COD+\triangle DOE=2\triangle AOB$

P. 93

개념 확인 OBM, RHS, $\overline{BM}$

필수 예제 2 8 cm

직각삼각형 OAM에서
$\overline{AM}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$
$\overline{AB}\perp\overline{OM}$이므로
$\overline{BM}=\overline{AM}=4\,\text{cm}$
$\therefore \overline{AB}=\overline{AM}+\overline{BM}=4+4=8(\text{cm})$

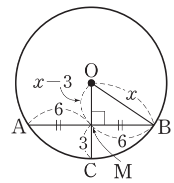
유제 3 (1) 4 (2) $\sqrt{41}$ (3) 6

(1) 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 수직이등분하므로
$\overline{BM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$ $\quad\therefore x=4$

(2) $\overline{AM}=\overline{BM}=5\,\text{cm}$이므로
직각삼각형 OAM에서
$x=\sqrt{5^2+4^2}=\sqrt{41}$

(3) $\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 16=8(\text{cm})$이므로
직각삼각형 OAM에서
$x=\sqrt{10^2-8^2}=6$

유제 4 $\dfrac{15}{2}$



$\overline{OC}=\overline{OB}=x$이므로
$\overline{OM}=x-3$
$\overline{BM}=\overline{AM}=6$
직각삼각형 OMB에서
$x^2=6^2+(x-3)^2$
$6x=45$
$\therefore x=\dfrac{15}{2}$

P. 94

개념 확인 OND, $\overline{DN}$, $\overline{CD}$

필수 예제 3 (1) 3 (2) 12

(1) $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로
$\overline{ON}=\overline{OM}=3\,\text{cm}$
$\therefore x=3$

(2) $\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 6=12(\text{cm})$
또 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로
$\overline{CD}=\overline{AB}=12\,\text{cm}$
$\therefore x=12$

유제 5 24 cm

$\overline{OM}\perp\overline{AB}$이므로
$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times 18=9(\text{cm})$
$\triangle AOM$에서
$\overline{OM}=\sqrt{15^2-9^2}=12(\text{cm})$
또 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로
$\overline{ON}=\overline{OM}=12\,\text{cm}$
$\therefore \overline{OM}+\overline{ON}=12+12$
$=24(\text{cm})$

필수 예제 4 65°

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.
즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle B=\angle C$
$\therefore \angle B=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

유제 6 40°

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이다.
즉, $\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로
$\angle C=\angle B=70^\circ$
$\therefore \angle A=180^\circ-2\times 70^\circ=40^\circ$

P. 95 개념 누르기 한판

1	(1) 13 (2) $5\sqrt{3}$	**2**	8	**3**	10 cm
4	③	**5**	10	**6**	$12\,\text{cm}^2$

1 (1) $\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm})$

$\triangle$OAM에서

$x=\sqrt{12^2+5^2}=13$

(2) $\overline{BM}=\overline{AM}=x\,\text{cm}$

$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OC}=\frac{1}{2}\overline{OB}$

$=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$

$\triangle$OBM에서

$x=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$

2 $\overline{AB}$가 작은 원의 접선이므로

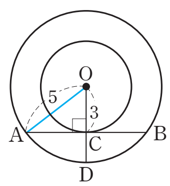
$\overline{OC}\perp\overline{AB}$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면

$\triangle$OAC에서

$\overline{AC}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AC}=2\times 4=8$



3 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지나므로 $\overline{CM}$의 연장선은 오른쪽 그림과 같이 원의 중심을 지난다.

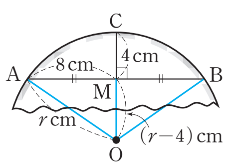
원의 중심을 O, 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

직각삼각형 AOM에서

$r^2=8^2+(r-4)^2$

$8r=80$

$\therefore\ r=10(\text{cm})$



4 $\triangle$AOM에서

$\overline{AM}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 4=8(\text{cm})$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=8\,\text{cm}$

5 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\triangle$ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이다.

이때 $\square$AMON에서

$\angle\text{MAN}=360^\circ-(120^\circ+90^\circ+90^\circ)=60^\circ$

$\therefore\ \angle\text{B}=\angle\text{C}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle$ABC는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}$

$=2\times 5=10$

6 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N이라 하자.

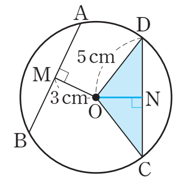
$\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{ON}=\overline{OM}=3\,\text{cm}$

$\triangle$DON에서 $\overline{DN}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$

따라서 $\overline{CD}=2\overline{DN}=2\times 4=8(\text{cm})$이므로

$\triangle\text{OCD}=\frac{1}{2}\times 8\times 3=12(\text{cm}^2)$



02 원의 접선

P. 96

필수 예제 1 **120°**

$\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로

$\angle\text{PAO}=\angle\text{PBO}=90^\circ$

$\square$APBO에서

$\angle x=360^\circ-(60^\circ+90^\circ+90^\circ)=120^\circ$

유제 1 **50°**

$\overrightarrow{PA}$, $\overrightarrow{PB}$가 원 O의 접선이므로

$\angle\text{PAO}=\angle\text{PBO}=90^\circ$

$\square$APBO에서

$\angle\text{APB}=360^\circ-(130^\circ+90^\circ+90^\circ)=50^\circ$

유제 2 **35°**

$\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로

$\angle\text{PAO}=\angle\text{PBO}=90^\circ$

$\therefore\ \angle\text{AOB}=360^\circ-(70^\circ+90^\circ+90^\circ)=110^\circ$

$\triangle$OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-110^\circ)=35^\circ$

유제 3 **4 cm**

$\overline{AP}$가 원 O의 접선이므로 $\angle\text{APO}=90^\circ$

$\triangle$APO에서

$\overline{OA}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$, $\overline{OB}=\overline{OP}=6\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{OA}-\overline{OB}=10-6=4(\text{cm})$

P. 97

개념 확인 **PBO, $\overline{OB}$, RHS, $\overline{PB}$**

필수 예제 2 **$2\sqrt{21}$ cm**

$\angle\text{PTO}=90^\circ$이고 $\overline{AO}=\overline{TO}=4\,\text{cm}$이므로

$\overline{PO}=6+4=10(\text{cm})$

$\triangle$POT에서

$\overline{PT}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{PT'}=\overline{PT}=2\sqrt{21}\,\text{cm}$

유제 4 (1) **9 cm** (2) $\mathbf{3\sqrt{3}}$ **cm**

(1) $\triangle$PAB에서 $\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\angle P=60°$이므로 $\triangle$PAB는 정삼각형이다.

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{PA}=9\,\text{cm}$

(2) $\overline{OP}$를 그으면 $\triangle$AOP에서

$\angle APO=\frac{1}{2}\times 60°=30°$이므로

$\overline{AO}=\overline{PA}\tan 30°=9\times\frac{\sqrt{3}}{3}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

필수 예제 3 11 cm

$\overline{BD}=\overline{BE}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$이므로

$$\begin{aligned}\overline{AD}+\overline{AF}&=\overline{AB}+\overline{BD}+\overline{AC}+\overline{CF}\\&=\overline{AB}+\overline{BE}+\overline{AC}+\overline{CE}\\&=\overline{AB}+(\overline{BE}+\overline{CE})+\overline{AC}\\&=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{AC}\\&=8+5+9=22(\text{cm})\end{aligned}$$

이때 $\overline{AD}=\overline{AF}$이므로 $\overline{AF}=\frac{1}{2}\times 22=11(\text{cm})$

유제 5 6 cm

$\overline{BE}=\overline{BD}=12-8=4(\text{cm})$

$\overline{AF}=\overline{AD}=12\,\text{cm}$이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=12-10=2(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=4+2=6(\text{cm})$

P. 98

필수 예제 4 (1) **15 cm** (2) **3 cm**

(1) $2(\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF})=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=8+12+10=30(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=\frac{1}{2}\times 30=15(\text{cm})$

(2) $\overline{AD}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AF}=\overline{AD}=x\,\text{cm}$, $\overline{BE}=\overline{BD}=(8-x)\,\text{cm}$,

$\overline{CE}=\overline{CF}=(10-x)\,\text{cm}$

즉, $\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=(8-x)+(10-x)=12$에서

$2x=6\qquad\therefore\ x=3(\text{cm})$

유제 6 3 cm

$\overline{BE}=\overline{BD}=5\,\text{cm}$이므로

$\overline{CF}=\overline{CE}=9-5=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AF}=7-4=3(\text{cm})$

필수 예제 5 1, 1

$\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$이므로 $\overline{AD}=x$라 하면

$$\begin{aligned}\overline{BC}&=\overline{BE}+\overline{CE}\\&=\overline{BD}+\overline{CF}\\&=(4-x)+(3-x)=5\end{aligned}$$

에서 $2x=2\qquad\therefore\ x=1$

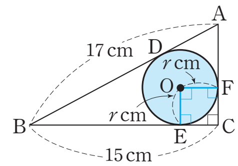
$\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면 $\square$ADOF는 정사각형이므로

(원 O의 반지름의 길이)$=\overline{OF}=\overline{AD}=1$

유제 7 $\mathbf{9\pi}$ $\mathbf{cm^2}$

$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{17^2-15^2}=8(\text{cm})$

$\triangle$ABC와 원 O의 세 접점을 각각 D, E, F라 하고 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면



$$\begin{aligned}\overline{AB}&=\overline{AD}+\overline{BD}\\&=\overline{AF}+\overline{BE}\\&=(8-r)+(15-r)=17\end{aligned}$$

에서 $2r=6\qquad\therefore\ r=3(\text{cm})$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times 3^2=9\pi(\text{cm}^2)$

P. 99

필수 예제 6 8

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$x+6=5+9\qquad\therefore\ x=8$

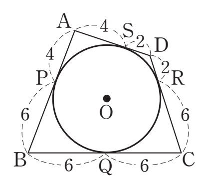
유제 8 2

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$10+8=(4+x)+12\qquad\therefore\ x=2$

다른 풀이

원 밖의 한 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 오른쪽 그림과 같이



$\overline{AP}$ ⇨ $\overline{BP}$ ⇨ $\overline{BQ}$ ⇨ $\overline{CQ}$ ⇨ $\overline{CR}$ ⇨ $\overline{DR}$ ⇨ $\overline{DS}$

의 순서로 선분의 길이를 구하면

$x=\overline{DS}=2$

필수 예제 7 6 cm

$\triangle$DEC에서 $\overline{EC}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$이므로

$\overline{AD}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{BE}=(x-3)\,\text{cm}$

$\square$ABED에서 $\overline{AD}+\overline{BE}=\overline{AB}+\overline{DE}$이므로

$x+(x-3)=4+5$, $2x=12$

$\therefore\ x=6(\text{cm})$

유제 9 $\mathbf{\frac{25}{7}}$ **cm**

$\overline{AL}=\overline{BL}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 10=5(\text{cm})$이므로

$\overline{BM}=\overline{BL}=5\,\text{cm}$, $\overline{AP}=\overline{AL}=5\,\text{cm}$

$\therefore\ \overline{DN}=\overline{DP}=12-5=7(\text{cm})$

$\overline{ME}=\overline{NE}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{EC}=12-(5+x)=7-x(\text{cm})$

$\overline{DE}=\overline{DN}+\overline{EN}=7+x(\text{cm})$

$\triangle$DEC에서

$(7+x)^2=10^2+(7-x)^2$

$28x=100\qquad\therefore\ x=\frac{25}{7}(\text{cm})$

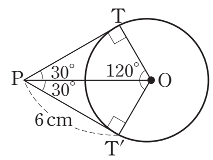
P. 100 **개념 누르기 한판**

1 (1) $140°$ (2) $70°$ **2** ⑤ **3** $3\sqrt{6}\,\text{cm}$
4 (1) 4 (2) 2 **5** $42\,\text{cm}$

1 (1) $\angle \text{PAO}=\angle \text{PBO}=90°$이므로
$\square$PAOB에서
$\angle \text{AOB}=360°-(40°+90°+90°)=140°$
(2) $\triangle$AOB에서 $\overline{\text{OA}}=\overline{\text{OB}}$이고 $\angle \text{AOB}=140°$이므로
$\angle \text{OAB}=\dfrac{1}{2}\times(180°-140°)=20°$
$\therefore\ \angle \text{PAB}=\angle \text{PAO}-\angle \text{OAB}$
$=90°-20°=70°$

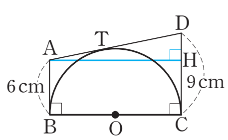
다른 풀이
$\triangle$PAB는 $\overline{\text{PA}}=\overline{\text{PB}}$인 이등변삼각형이므로
$\angle \text{PAB}=\dfrac{1}{2}\times(180°-40°)=70°$

2 ① $\overline{\text{PT}}=\overline{\text{PT}'}=6\,\text{cm}$
② $\triangle$TPO와 $\triangle$T′PO에서
$\angle \text{PTO}=\angle \text{PT}'\text{O}=90°$,
$\overline{\text{PO}}$는 공통,
$\overline{\text{OT}}=\overline{\text{OT}'}$이므로
$\triangle \text{TPO}\equiv\triangle \text{T}'\text{PO}$(RHS 합동)



③ $\triangle \text{TPO}\equiv\triangle \text{T}'\text{PO}$이므로
$\angle \text{TPO}=\angle \text{T}'\text{PO}$
$\therefore\ \angle \text{TPO}=\dfrac{1}{2}\angle \text{TPT}'$
$=\dfrac{1}{2}\times\{360°-(120°+90°+90°)\}=30°$
④ $\triangle$PT′O에서
$\overline{\text{PO}}=\dfrac{\overline{\text{PT}'}}{\cos 30°}=6\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}(\text{cm})$
⑤ $\triangle$PT′O에서
$\overline{\text{OT}'}=\overline{\text{PT}'}\tan 30°=6\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\therefore$ (부채꼴 TOT′의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2\times\dfrac{120}{360}$
$=4\pi(\text{cm}^2)$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

3 $\overline{\text{AT}}=\overline{\text{AB}}=6\,\text{cm}$,
$\overline{\text{DT}}=\overline{\text{CD}}=9\,\text{cm}$이므로
$\overline{\text{AD}}=\overline{\text{AT}}+\overline{\text{DT}}$
$=6+9=15(\text{cm})$



오른쪽 그림과 같이 점 A에서
$\overline{\text{CD}}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
$\overline{\text{DH}}=9-6=3(\text{cm})$
$\triangle$DAH에서 $\overline{\text{AH}}=\sqrt{15^2-3^2}=6\sqrt{6}(\text{cm})$
따라서 반원 O의 반지름의 길이는
$\dfrac{1}{2}\overline{\text{BC}}=\dfrac{1}{2}\overline{\text{AH}}=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{6}=3\sqrt{6}(\text{cm})$

4 (1) $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{BD}}=6\,\text{cm}$이므로
$\overline{\text{CF}}=\overline{\text{CE}}=10-6=4(\text{cm})$
이때 $\overline{\text{AD}}=\overline{\text{AF}}=8-4=4(\text{cm})$이므로
$x=4$
(2) $\overline{\text{BE}}=\overline{\text{BD}}=x\,\text{cm}$이므로
$\overline{\text{AF}}=\overline{\text{AD}}=(5-x)\,\text{cm}$,
$\overline{\text{CF}}=\overline{\text{CE}}=(12-x)\,\text{cm}$
이때 $\overline{\text{AC}}=13\,\text{cm}$이므로
$(5-x)+(12-x)=13$
$2x=4$ $\quad\therefore\ x=2$

5 $\overline{\text{DR}}=\overline{\text{DS}}=4\,\text{cm}$에서 $\overline{\text{CD}}=6+4=10(\text{cm})$이므로
$\overline{\text{AB}}+\overline{\text{CD}}=11+10=21(\text{cm})$
이때 $\square$ABCD에서
$\overline{\text{AD}}+\overline{\text{BC}}=\overline{\text{AB}}+\overline{\text{CD}}=21(\text{cm})$
$\therefore$ ($\square$ABCD의 둘레의 길이)
$=\overline{\text{AB}}+\overline{\text{CD}}+\overline{\text{AD}}+\overline{\text{BC}}$
$=21+21=42(\text{cm})$

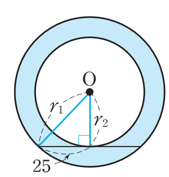
P. 101~104 **단원 마무리**

1 ⑤ **2** ③ **3** ② **4** ③ **5** $5\,\text{cm}$
6 ④ **7** ③ **8** ③ **9** ④
10 $48\sqrt{3}-16\pi$ **11** ③ **12** ② **13** ③
14 $x=5,\ y=8$ **15** ③ **16** ④ **17** ③
18 $2\,\text{cm}$ **19** $12\,\text{cm}$, 과정은 풀이 참조
20 $6\,\text{cm}$, 과정은 풀이 참조
21 $16\pi\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조
22 과정은 풀이 참조 (1) $\sqrt{15}\,\text{cm}$ (2) $90°$ (3) $4\sqrt{15}\,\text{cm}^2$

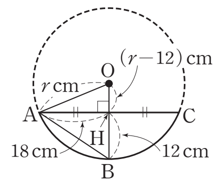
1 ⑤ 원 밖의 한 점에서 그 원에 그을 수 있는 접선의 개수는 2개뿐이다.

2 $\overline{\text{OA}}=r\,\text{cm}$라 하면 $\overline{\text{OM}}=(r-3)\,\text{cm}$이므로
$\triangle$OAM에서
$r^2=4^2+(r-3)^2,\ 6r=25$
$\therefore\ r=\dfrac{25}{6}(\text{cm})$

3 큰 원의 반지름의 길이를 r_1, 작은 원의 반지름의 길이를 r_2라 하면
$r_2{}^2+25^2=r_1{}^2,\ r_1{}^2-r_2{}^2=25^2=625$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=\pi r_1{}^2-\pi r_2{}^2$
$=\pi(r_1{}^2-r_2{}^2)$
$=625\pi$



4 원 모양의 자동차 바퀴를 오른쪽 그림과 같이 나타내고 자동차 바퀴의 반지름의 길이를 r cm라 하자.
점 O에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 36=18(\text{cm})$

$\overline{OH}=r-12(\text{cm})$

$\triangle OAH$에서 $r^2=18^2+(r-12)^2$

$24r=468 \qquad \therefore r=\frac{39}{2}(\text{cm})$

따라서 자동차 바퀴의 지름의 길이는 $\frac{39}{2}\times 2=39(\text{cm})$

5 $\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$

$\triangle OCN$에서 $\overline{OC}=\sqrt{4^2+3^2}=5(\text{cm})$

6 □AMON에서 $\angle A=360^\circ-(90^\circ+90^\circ+130^\circ)=50^\circ$

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle B=\angle C=\frac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

7 $\overline{PT}$가 원 O의 접선이므로 $\angle PTO=90^\circ$

즉, 직각삼각형 PTO에서

$\overline{PT}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

$\triangle PTO=\frac{1}{2}\times\overline{PT}\times\overline{OT}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

8 $\triangle PBA$는 $\overline{PA}=\overline{PB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle PBA=\angle PAB=65^\circ$

$\therefore \angle APB=180^\circ-2\times 65^\circ=50^\circ$

9 $\overline{PA}$가 원 O의 접선이므로 $\angle PAO=90^\circ$

즉, 직각삼각형 PAO에서 $\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

$\therefore \overline{PB}=\overline{PA}=12\,\text{cm}$

10 $\overline{OP}$를 그으면 $\triangle AOP\equiv\triangle BOP$(RHS 합동)이므로

$\angle AOP=\angle BOP=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times 120^\circ=60^\circ$

이때 $\angle OAP=90^\circ$이므로

$\angle OPA=180^\circ-(90^\circ+60^\circ)=30^\circ$

$\triangle AOP$에서 $\overline{AO}=\overline{AP}\tan 30^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{3}=4\sqrt{3}$

$\triangle AOP=\triangle BOP=\frac{1}{2}\times 12\times 4\sqrt{3}=24\sqrt{3}$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

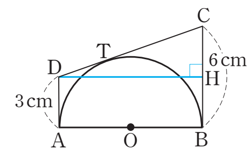
$=(\triangle AOP+\triangle BOP)-$(부채꼴 AOB의 넓이)

$=(24\sqrt{3}+24\sqrt{3})-\pi\times(4\sqrt{3})^2\times\frac{120}{360}$

$=48\sqrt{3}-16\pi$

11 $\overline{CD}=\overline{DT}+\overline{CT}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$=3+6=9(\text{cm})$



오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH}=6-3=3(\text{cm})$

$\triangle CDH$에서 $\overline{DH}=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=\overline{DH}=6\sqrt{2}\,\text{cm}$

따라서 반원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}(\text{cm})$

12 $\overline{AD}=\overline{AF}=x\,\text{cm}$, $\overline{BE}=\overline{BD}=5\,\text{cm}$, $\overline{CF}=\overline{CE}=3\,\text{cm}$

이때 $\triangle ABC$의 둘레의 길이가 20 cm이므로

$2(5+3+x)=20$, $2x=4 \qquad \therefore x=2$

13 $\overline{OR}$를 그으면

□OQCR는 정사각형이므로

$\overline{CQ}=\overline{CR}=\overline{OQ}=2\,\text{cm}$

$\overline{BP}=\overline{BQ}=6-2=4(\text{cm})$

$\overline{AP}=\overline{AR}=x\,\text{cm}$라 하면

$\triangle ABC$에서 $(x+4)^2=6^2+(x+2)^2$

$4x=24 \qquad \therefore x=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=6+4=10(\text{cm})$, $\overline{AC}=6+2=8(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}+2\overline{AC}=10+2\times 8=26(\text{cm})$

14 □ABCD의 둘레의 길이가 24 cm이므로

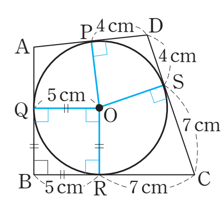
$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 24=12(\text{cm})$

이때 $7+x=12$, $4+y=12$이므로

$x=5$, $y=8$

15 오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$의 접점을 각각 Q, R, S라 하면



□OQBR는 정사각형이므로

$\overline{BR}=\overline{QO}=5\,\text{cm}$이고

$\overline{CS}=\overline{CR}=12-5=7(\text{cm})$

$\therefore \overline{DP}=\overline{DS}=11-7=4(\text{cm})$

16 $\overline{BE}=x$라 하면 □BCDE에서

$\overline{ED}+\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CD}$이므로

$\overline{ED}+3=x+2$

$\therefore \overline{ED}=x-1$

$\therefore \overline{AE}=3-\overline{ED}=3-(x-1)=4-x$

따라서 $\triangle ABE$에서

$x^2=2^2+(4-x)^2$, $8x=20$

$\therefore x=\frac{5}{2}$

17 $\overline{OE}$를 그으면

$\triangle EAO \equiv \triangle FAO$(RHS 합동)이므로

$\angle OAF = \frac{1}{2}\angle BAC = \frac{1}{2}\times 60^\circ = 30^\circ$

$\triangle OAF$에서 $\overline{AF} = \overline{AO}\cos 30^\circ = 10\times\frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$

$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$= \overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$= \overline{AB}+(\overline{BD}+\overline{CD})+\overline{CA}$

$= (\overline{AB}+\overline{BE})+(\overline{CF}+\overline{CA})$

$= \overline{AE}+\overline{AF} = 2\overline{AF}$

$= 2\times 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

18 $\overline{OQ} = \frac{1}{2}\times 6 = 3(\text{cm})$

반원 P의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면

$\overline{PQ} = (3+x)$cm, $\overline{OP} = (6-x)$cm

$\overline{PQ}$를 그으면 직각삼각형 OPQ에서

$(3+x)^2 = (6-x)^2 + 3^2$, $18x = 36$

$\therefore x = 2(\text{cm})$

19 $\overline{OA}$를 그으면

$\overline{OA} = \frac{1}{2}\overline{CD} = \frac{1}{2}\times 26 = 13(\text{cm})$ … (ⅰ)

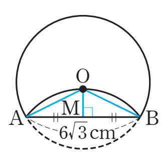
이때 $\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\times 10 = 5(\text{cm})$이므로 … (ⅱ)

$\triangle AOM$에서

$\overline{OM} = \sqrt{13^2-5^2} = 12(\text{cm})$ … (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\overline{OA}$의 길이 구하기	35 %
(ⅱ) $\overline{AM}$의 길이 구하기	35 %
(ⅲ) $\overline{OM}$의 길이 구하기	30 %

20 오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OA} = x$cm라 하면



$\overline{OM} = \frac{1}{2}\overline{OA} = \frac{1}{2}x(\text{cm})$

$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\times 6\sqrt{3} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$ … (ⅰ)

$\triangle OAM$에서

$x^2 = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + (3\sqrt{3})^2$ … (ⅱ)

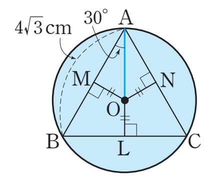
$\frac{3}{4}x^2 = 27$, $x^2 = 36$

그런데 $x>0$이므로 $x = 6(\text{cm})$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 6 cm이다. … (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\overline{OM}$을 $\overline{OA}$에 대한 식으로 나타내고, $\overline{AM}$의 길이 구하기	40 %
(ⅱ) $\triangle OAM$에서 원 O의 반지름의 길이에 대한 식 세우기	30 %
(ⅲ) 원 O의 반지름의 길이 구하기	30 %

21 $\overline{OM} = \overline{ON} = \overline{OL}$이므로



$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$

즉, $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\angle BAC = 60^\circ$ … (ⅰ)

$\overline{OA}$를 그으면

$\triangle OAM$에서 $\angle OAM = 30^\circ$이고

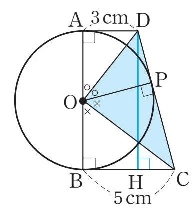
$\overline{AM} = \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\times 4\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

$\overline{OA} = \frac{\overline{AM}}{\cos 30^\circ} = 2\sqrt{3}\times\frac{2}{\sqrt{3}} = 4(\text{cm})$ … (ⅱ)

$\therefore$ (원 O의 넓이)$= \pi\times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$ … (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\angle BAC$의 크기 구하기	30 %
(ⅱ) $\overline{OA}$의 길이 구하기	50 %
(ⅲ) 원 O의 넓이 구하기	20 %

22 (1) $\overline{DP} = \overline{DA} = 3$cm이고



$\overline{CP} = \overline{CB} = 5$cm이므로

$\overline{CD} = \overline{DP}+\overline{CP} = 3+5 = 8(\text{cm})$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH} = 5-3 = 2(\text{cm})$

$\triangle DHC$에서 $\overline{DH} = \sqrt{8^2-2^2} = 2\sqrt{15}(\text{cm})$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$= \frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DH}$

$= \frac{1}{2}\times 2\sqrt{15}$

$= \sqrt{15}(\text{cm})$ … (ⅰ)

(2) $\triangle AOD \equiv \triangle POD$(RHS 합동),

$\triangle BOC \equiv \triangle POC$(RHS 합동)이므로

$\angle AOD = \angle POD$, $\angle BOC = \angle POC$

$\therefore \angle DOC = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2}\times 180^\circ = 90^\circ$ … (ⅱ)

(3) $\triangle DOC = \frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{OP}$

$= \frac{1}{2}\times 8\times\sqrt{15}$

$= 4\sqrt{15}(\text{cm}^2)$ … (ⅲ)

다른 풀이

$\triangle AOD$에서 $\overline{OD} = \sqrt{(\sqrt{15})^2+3^2} = 2\sqrt{6}(\text{cm})$

$\triangle OBC$에서 $\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{15})^2+5^2} = 2\sqrt{10}(\text{cm})$

$\therefore \triangle DOC = \frac{1}{2}\times\overline{OD}\times\overline{OC}$

$= \frac{1}{2}\times 2\sqrt{6}\times 2\sqrt{10}$

$= 4\sqrt{15}(\text{cm}^2)$

채점 기준	비율
(ⅰ) 원 O의 반지름의 길이 구하기	40 %
(ⅱ) $\angle DOC$의 크기 구하기	30 %
(ⅲ) $\triangle DOC$의 넓이 구하기	30 %

01 원주각

P. 108

개념 확인 이등변, APB

필수 예제 1 (1) $60°$ (2) $80°$ (3) $110°$

$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$이므로

(1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 120°=60°$

(2) $40°=\frac{1}{2}\angle x$ $\quad\therefore \angle x=80°$

(3) $55°=\frac{1}{2}\angle x$ $\quad\therefore \angle x=110°$

유제 1 $180°$

$\angle x=\frac{1}{2}\times 140°=70°$

$\angle y=\frac{1}{2}\times(360°-140°)=\frac{1}{2}\times 220°=110°$

$\therefore \angle x+\angle y=70°+110°=180°$

P. 109

필수 예제 2 (1) $\angle x=60°$, $\angle y=45°$
(2) $\angle x=80°$, $\angle y=160°$

(1) $\angle x=\angle DBC=60°$
$\angle y=\angle ADB=45°$

(2) $\overline{BQ}$를 그으면
$\angle AQB=\angle APB=35°$
$\angle BQC=\angle BRC=45°$
$\therefore \angle x=\angle AQB+\angle BQC$
$=35°+45°=80°$
이때 $\angle x=\frac{1}{2}\angle y$이므로
$\angle y=2\angle x=2\times 80°=160°$

유제 2 (1) $78°$ (2) $50°$

(1) $\angle AQB=\angle APB=50°$이므로
$\triangle QRB$에서 $\angle x=50°+28°=78°$

(2) $\overline{BQ}$를 그으면
$\angle AQB=\angle APB=15°$
$\angle BQC=\frac{1}{2}\angle BOC$
$=\frac{1}{2}\times 70°=35°$
$\therefore \angle x=\angle AQB+\angle BQC$
$=15°+35°=50°$

필수 예제 3 (1) $34°$ (2) $43°$

(1) $\angle x=\angle CBD$이고
$\overline{AC}$는 원 O의 지름이므로 $\angle ABC=90°$
$\therefore \angle x=\angle CBD=\angle ABC-\angle ABD$
$=90°-56°=34°$

(2) $\overline{AE}$를 그으면
$\angle AED=\angle ACD=47°$
$\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로 $\angle AEB=90°$
$\therefore \angle x=\angle AEB-\angle AED=90°-47°=43°$

유제 3 $114°$

$\triangle CAB$에서 $\angle ACB=90°$이므로
$\angle CBA=180°-(32°+90°)=58°$
$\angle BDP=\angle BDC=\angle BAC=32°$
$\triangle DBP$에서 $88°=32°+\angle DBP$
$\therefore \angle DBP=56°$
$\therefore \angle CBD=\angle CBA+\angle DBP=58°+56°=114°$

P. 110

개념 확인 AOB, CQD

필수 예제 4 (1) 30 (2) 6 (3) 8

(1) 길이가 같은 호에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$x=30$

(2) 크기가 같은 원주각에 대한 호의 길이는 같으므로
$x=2\times 3=6$

(3) 호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$32°:40°=x:10$
$\therefore x=8$

유제 4 $54°$

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle BDC=35°$
또 $\angle ACD=\angle ABD=56°$
따라서 $\triangle ACD$에서
$\angle CAD=180°-(35°+35°+56°)=54°$

유제 5 $\angle A=60°$, $\angle B=80°$, $\angle C=40°$

호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=\angle C:\angle A:\angle B$
$=2:3:4$
$\angle A+\angle B+\angle C=180°$이므로
$\angle A=180°\times\frac{3}{2+3+4}=60°$,
$\angle B=180°\times\frac{4}{2+3+4}=80°$,
$\angle C=180°\times\frac{2}{2+3+4}=40°$

P. 111

개념 확인 ㄱ, ㄷ

ㄱ. $\overline{CD}$에 대하여 $\angle A=\angle B=45°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

ㄴ. $\overline{BC}$에 대하여 $\angle A \neq \angle D$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

ㄷ. $\triangle DBC$에서 $\angle D=180°-(50°+60°)=70°$
즉, $\overline{BC}$에 대하여 $\angle A=\angle D=70°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

필수 예제 5 (1) **100°** (2) **40°**

(1) 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle BDC=\angle BAC=40°$
$\triangle ECD$에서
$\angle x=40°+60°=100°$

(2) 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle DBC=\angle DAC=70°$
$\triangle DEB$에서
$70°=30°+\angle x$
$\therefore \angle x=40°$

유제 6 **60°**

길이가 같은 현에 대한 원주각의 크기는 같으므로
$\angle ABD=\angle BAC=60°$

유제 7 **20°**

네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있으므로
$\angle BDC=\angle BAC=50°$
$\triangle DEC$에서
$70°=50°+\angle x$
$\therefore \angle x=20°$

다른 풀이

$\triangle ABE$에서
$\angle ABD+50°=70°$
$\therefore \angle ABD=20°$
$\therefore \angle x=\angle ABD=20°$

P. 112~113 개념 누르기 한판

1	(1) 55° (2) 50°	**2**	$24\pi\,cm^2$	**3**	70°
4	④	**5**	(1) 35° (2) 60°		
6	80°	**7**	67°	**8**	10 cm
9	60°	**10**	⑤	**11**	50°

1 (1) $\angle x=\frac{1}{2}\times 110°=55°$

(2) $\angle x=\frac{1}{2}\times(360°-260°)$
$=\frac{1}{2}\times 100°=50°$

2 색칠한 부분, 즉 부채꼴 AOC의 중심각의 크기는
$120°\times 2=240°$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
$=\pi\times 6^2\times\frac{240}{360}=24\pi(cm^2)$

3 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$가 원 O의 접선이므로
$\angle PAO=\angle PBO=90°$
$\square APBO$에서
$\angle AOB=360°-(40°+90°+90°)=140°$
$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times 140°=70°$

4 $\overline{OC}$를 그으면
$\angle AOC=2\angle APC$
$=2\times 25°=50°$
$\angle BOC=2\angle BQC$
$=2\times 30°=60°$
$\therefore \angle AOB=\angle AOC+\angle BOC$
$=50°+60°=110°$

5 (1) $\angle CAD=\angle CBD=50°$이므로
$\triangle APD$에서
$\angle x+50°=85°$
$\therefore \angle x=35°$

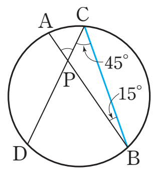
(2) $\overline{BD}$가 지름이므로 $\angle BCD=90°$
$\therefore \angle ACD=90°-30°=60°$
$\therefore \angle x=\angle ACD=60°$

6 $\angle ABC=\angle ADC=45°$이므로
$\triangle PCB$에서
$\angle BCD=35°+45°=80°$

7 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle CAD=\frac{1}{2}\angle COD$
$=\frac{1}{2}\times 46°=23°$
이때 $\overline{AB}$가 지름이므로
$\angle ADB=90°$
$\triangle PAD$에서
$\angle x+23°=90°$
$\therefore \angle x=67°$

8 $\overline{BD}$를 그으면
$\angle CBD=90°$이므로
$\angle ABD=90°-30°=60°$
즉, $\angle ABC : \angle ABD=30° : 60°=1 : 2$이므로
$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{AD}=1 : 2,\ 5 : \overset{\frown}{AD}=1 : 2$
$\therefore\ \overset{\frown}{AD}=10(cm)$

9 $\overline{BC}$를 그으면
($\overset{\frown}{AC}$에 대한 원주각)$=\angle ABC$
$=180°\times\dfrac{1}{12}=15°$



$\overset{\frown}{BD}=3\overset{\frown}{AC}$이므로
$\angle BCD=3\angle ABC=3\times15°=45°$
$\triangle PBC$에서 $\angle APC=15°+45°=60°$

10 ① $\overline{BC}$에 대하여 $\angle BAC=60°$, $\angle BDC=50°$
② $\overline{CD}$에 대하여 $\angle DAC=60°$, $\angle DBC=30°+35°=65°$
③ $\overline{BC}$에 대하여 $\angle BAC=60°$, $\angle BDC=110°-80°=30°$
④ $\overline{BC}$에 대하여 $\angle BAC=60°$, $\angle BDC=120°-30°=90°$
⑤ $\overline{AD}$에 대하여 $\angle ABD=180°-(60°+80°)=40°$,
$\angle ACD=40°$
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ⑤이다.

11 $\angle ABD=\angle ACD$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
이때 $\overline{AO}=\overline{BO}=\overline{CO}$이므로 $\overline{AC}$는 원의 지름이다.
따라서 $\angle ADC=90°$이므로 $\triangle ACD$에서
$\angle x=180°-(90°+40°)=50°$

02 원과 사각형

P. 114

개념 확인 x, y, y, 180

필수 예제 1 (1) $\angle x=100°$, $\angle y=70°$
(2) $\angle x=85°$, $\angle y=95°$
(3) $\angle x=55°$, $\angle y=110°$

원에 내접하는 사각형에서 대각의 크기의 합은 180°이므로
(1) $\angle x+80°=180°$에서 $\angle x=100°$
$\angle y+110°=180°$에서 $\angle y=70°$
(2) $\triangle ABC$에서
$\angle x=180°-(45°+50°)=85°$
$\angle x+\angle y=180°$에서
$\angle y=180°-85°=95°$
(3) $\angle x=180°-\angle BCD=\angle BCE=55°$
$\angle y=2\angle x=2\times55°=110°$

유제 1 (1) $\angle x=45°$, $\angle y=85°$
(2) $\angle x=40°$, $\angle y=110°$
(3) $\angle x=80°$, $\angle y=80°$

(1) $\angle x=\angle CBD=45°$
$\angle BAD+\angle y=180°$에서
$\angle y=180°-(50°+45°)=85°$
(2) $\overline{BC}$가 원 O의 지름이므로
$\angle BAC=90°$
또 $\angle BAD+\angle BCD=180°$에서
$\angle BAD=180°-\angle BCD=130°$이므로
$\angle x=\angle BAD-\angle BAC$
$=130°-90°=40°$
$\triangle ABC$에서 $\angle ABC=180°-(90°+20°)=70°$
$70°+\angle y=180°$
$\therefore\ \angle y=110°$
(3) $\square BCDE$에서 $\angle x+100°=180°$
$\therefore\ \angle x=80°$
$\angle BAD=\angle x=80°$
$\triangle ABP$에서
$\angle y=180°-(20°+80°)=80°$

유제 2 **115°**
$\triangle ADP$에서
$30°+\angle ADP=95°$
$\therefore\ \angle ADP=65°$
$\therefore\ \angle ADC=180°-65°=115°$
또 $\angle ABC+\angle ADC=180°$에서
$\angle ABC=180°-\angle ADC$
$=180°-115°=65°$
$\therefore\ \angle CBE=180°-\angle ABC$
$=180°-65°=115°$

다른 풀이
$\angle DCB+95°=180°$
$\therefore\ \angle DCB=180°-95°=85°$
$\triangle PBC$에서
$\angle CBE=30°+85°=115°$

P. 115

개념 확인 ㄱ, ㄴ
ㄱ. 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이므로 원에 내접한다.
ㄴ. $180°-70°=110°$에서 사각형의 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이므로 원에 내접한다.

필수 예제 2 ③, ④
③ 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이므로 $\square ABCD$는 원에 내접한다.
④ $\angle BCD=180°-\angle DCE=105°$에서 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°이므로 $\square ABCD$는 원에 내접한다.

유제 3 **115°**

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로

$\angle B=\angle ACB=\frac{1}{2}\times(180°-50°)=65°$

이때 □ABCD가 원에 내접하려면 대각의 크기의 합이 180°이어야 하므로

$\angle B+\angle D=180°$

$\therefore \angle D=180°-65°=115°$

필수 예제 3 (1) ○ (2) ○ (3) ○ (4) ○ (5) ○ (6) ×

(3) $\angle A+\angle PDC=\angle A+\angle PQB=180°$

(4) $\angle A+\angle PQB=180°$이므로

$\angle A=\angle PQC$

또 $\angle PQC+\angle PDC=180°$이므로

$\angle PQC=\angle PDE$

$\therefore \angle A=\angle PDE$

(5) $\angle A=\angle PDE$(엇각)이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$

P. 116 개념 누르기 한판

1 (1) $\angle x=100°$, $\angle y=90°$ (2) $\angle x=60°$, $\angle y=25°$ (3) $\angle x=64°$, $\angle y=86°$
2 105° **3** 65° **4** 45°
5 (1) 84° (2) 75° **6** 2개

1 (1) $\angle x=180°-80°=100°$

$\angle y=180°-90°=90°$

(2) $\angle BDC=\angle BAC=40°$

$\angle ADC=180°-\angle ABC=\angle ABE=100°$이므로

$\angle x+40°=100°$

$\therefore \angle x=60°$

$\angle BAD+\angle BCD=180°$

$40°+\angle y+115°=180°$

$\therefore \angle y=25°$

(3) △APB에서

$\angle ABP=94°-30°=64°$

$\therefore \angle x=180°-\angle ABC=\angle ABP=64°$

$94°+\angle y=180°$

$\therefore \angle y=86°$

다른 풀이

$94°+\angle y=180°$

$\therefore \angle y=86°$

△DPC에서

$30°+\angle x+86°=180°$

$\therefore \angle x=64°$

2 $\overline{AC}$를 그으면

$\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$

$=\frac{1}{2}\times 60°=30°$

$\angle ACD+\angle AED=180°$에서

$\angle ACD+105°=180°$

$\therefore \angle ACD=75°$

$\therefore \angle BCD=\angle ACB+\angle ACD$

$=30°+75°=105°$

3 □ABCD는 원에 내접하므로

$\angle CDQ=180°-\angle ADC$

$=\angle ABC=\angle x$

△BCP에서

$\angle DCQ=\angle x+30°$

△DCQ에서

$\angle x+(\angle x+30°)+20°=180°$

$2\angle x=130°$

$\therefore \angle x=65°$

4 △PAD에서

$\angle PAD=75°-35°=40°$

□ABCD가 원에 내접하려면 대각의 크기의 합이 180°이어야 하므로

$\angle BAD+\angle BCD=180°$에서

$(\angle x+40°)+95°=180°$

$\therefore \angle x=45°$

5 (1) □ABQP가 원에 내접하므로

$\angle PQC=180°-\angle PQB$

$=\angle BAP=96°$

또 □PQCD가 원에 내접하므로

$\angle x=180°-\angle PQC$

$=180°-96°=84°$

(2) □ABQP가 원에 내접하므로

$\angle PQD=180°-\angle PQB$

$=\angle BAP=75°$

$\therefore \angle x=\angle PQD=75°$

6 원에 내접하는 사각형의 성질에 의해

$\angle BAD=180°-\angle BCD=\angle DCF$

$=180°-\angle DEF=\angle FEH$

$=180°-\angle FGH=\angle HGJ$

$=180°-\angle HIJ=\angle JIL$

즉, $\angle BAD=\angle FEH=\angle JIL$(동위각)이므로

$\overline{AB}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{IJ}$

따라서 $\overline{AB}$와 평행한 선분은 $\overline{EF}$, $\overline{IJ}$의 2개이다.

03 접선과 현이 이루는 각

P. 117

개념 확인 **90, 90, 90**

필수 예제 1 (1) $\angle x=30°$, $\angle y=115°$
(2) $\angle x=64°$, $\angle y=52°$
(3) $\angle x=35°$, $\angle y=35°$

(2) △ABC는 이등변삼각형이므로
$\angle BCA=\angle x$
즉, $\angle x=\angle BCA=\angle BAT=64°$
△ABC에서
$\angle y=180°-(64°+64°)=52°$

(3) △CDA에서
$\angle x=80°-45°=35°$
$\therefore \angle y=\angle x=35°$

유제 1 **20°**
$\angle BCA=\angle BAT=70°$
$\overline{BC}$가 지름이므로
$\angle BAC=90°$
$\therefore \angle ABC=180°-(70°+90°)=20°$

P. 118

개념 확인 (1) **BTQ, DCT**
(2) **CTQ, BAT**

필수 예제 2 (1) **70°** (2) **70°** (3) **70°** (4) $\overline{\mathbf{CD}}$

유제 2 $\angle x=50°$, $\angle y=50°$
$\angle x=\angle ATP=50°$
$\angle y=\angle DTP=50°$

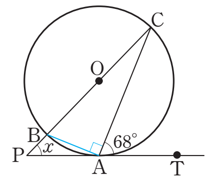
P. 119 개념 누르기 한판

1 ④ 2 ③ 3 ④ 4 65°

1 $\angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times128°=64°$
$\therefore \angle x=\angle BCA=64°$

2 $\angle BDA=\angle BAT=75°$
□ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle DAB=180°-\angle BCD=180°-95°=85°$
△BDA에서
$\angle ABD=180°-(75°+85°)=20°$

3 $\overline{AB}$를 그으면



$\angle CBA=\angle CAT=68°$
$\angle BAC=90°$이므로
△ACB에서
$\angle BCA=180°-(90°+68°)=22°$
△CPA에서
$\angle x=68°-22°=46°$

4 □ABCD가 원 O에 내접하므로
$\angle CDT=180°-\angle ADC=\angle B=60°$
또 $\angle CTQ=\angle CDT=60°$
$\therefore \angle ATB=180°-(60°+55°)=65°$

04 원과 선분

P. 120

개념 확인 **BDC, DPB, PDB**

필수 예제 1 (1) **4** (2) **12** (3) **16**
(1) $3\times x=2\times6$
$\therefore x=4$
(2) $4\times x=3\times16$
$\therefore x=12$
(3) $4\times(4+16)=5\times x$
$\therefore x=16$

유제 1 **4 cm**
$\overline{PC}=x$ cm라 하면
$x^2=2\times8=16$
그런데 $x>0$이므로 $x=4$(cm)

유제 2 **3**
$4\times(4+6)=5\times(5+x)$
$5x=15$
$\therefore x=3$

P. 121

개념 확인 $\overline{\mathbf{PD}}$, $\overline{\mathbf{OP}}$, $\overline{\mathbf{OP}}$

필수 예제 2 (1) $2\sqrt{3}$ (2) **7** (3) **8**
(1) $\overline{PD}=\overline{PC}=x$이고
$\overline{PA}=\overline{PO}+\overline{OA}=(4-2)+4=6$이므로
$6\times2=x\times x$, $x^2=12$
그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{3}$

(2) $\overline{PC}=9-x$, $\overline{PD}=9+x$이므로

$4\times8=(9-x)(9+x)$

$32=81-x^2$, $x^2=49$

그런데 $x>0$이므로 $x=7$

(3) $\overline{PC}=10-x$, $\overline{PD}=10+x$이므로

$3\times(3+9)=(10-x)(10+x)$

$36=100-x^2$, $x^2=64$

그런데 $x>0$이므로 $x=8$

유제 3 (1) **7** (2) **7**

(1) 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$5\times8=(r-3)(r+3)$

$40=r^2-9$, $r^2=49$

그런데 $r>0$이므로 $r=7$

(2) $\overline{PO}$의 연장선을 긋고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$6\times12=(11-r)(11+r)$

$72=121-r^2$, $r^2=49$

그런데 $r>0$이므로 $r=7$

유제 4 **10 cm**

원래 과자의 지름의 길이를 $x$cm라 하면

$4\times4=2\times(x-2)$, $2x=20$

$\therefore x=10$(cm)

따라서 원래 과자의 지름의 길이는 10 cm이다.

다른 풀이

원래 과자의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면

피타고라스 정리에 의해

$x^2=(x-2)^2+4^2$, $4x=20$

$\therefore x=5$(cm)

따라서 원래 과자의 지름의 길이는

$2\times5=10$(cm)

P. 122

개념 확인 ㄱ, ㄷ

ㄱ. $2\times6=3\times4$

ㄴ. $2\times8\neq6\times4$

ㄷ. $3\times12=4\times(4+5)$

ㄹ. $3\times(3+4)\neq2\times(2+6)$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ㄱ, ㄷ이다.

필수 예제 3 (1) **9** (2) **7**

(1) $3\times6=2\times x$, $2x=18$

$\therefore x=9$

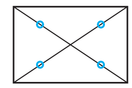
(2) $2\times(2+x)=3\times(3+3)$

$2x=14$

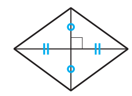
$\therefore x=7$

유제 5 **②, ⑤**

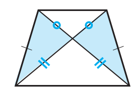
① 직사각형: 두 대각선은 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분한다. 즉, 원에서의 선분의 길이 사이의 관계가 성립한다.



② 마름모: 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. 즉, 원에서의 선분의 길이 사이의 관계가 성립하지 않는다.



③ 등변사다리꼴: 두 대각선은 길이가 같으므로 색칠한 두 삼각형은 합동이다. 즉, 원에서의 선분의 길이 사이의 관계가 성립한다.



④ $4\times4=2\times8$

⑤ $4\times(4+8)\neq3\times(3+6)$

따라서 원에 내접하지 않는 것은 ②, ⑤이다.

P. 123

개념 확인 $\overline{PF}$, $\overline{PE}$

필수 예제 4 (1) **6** (2) **4**

(1) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$3\times x=9\times2$, $3x=18$

$\therefore x=6$

(2) $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$(8+2)\times1=2\times(1+x)$, $2x=8$

$\therefore x=4$

유제 6 (1) **18** (2) **9** (3) **21**

(1) $2\times\overline{PB}=3\times(3+9)$

$\therefore \overline{PB}=18$

(2) $4\times\overline{PD}=3\times(3+9)$

$\therefore \overline{PD}=9$

(3) $\overline{AB}=\overline{PB}-2=18-2=16$

$\overline{CD}=\overline{PD}-4=9-4=5$

$\therefore \overline{AB}+\overline{CD}=16+5=21$

P. 124 개념 누르기 한판

1 (1) 10 (2) 5 (3) 6 (4) 13 (5) $2\sqrt{7}$ (6) 6

2 $\frac{7}{5}$ cm **3** $18\sqrt{3}$ **4** ①, ⑤ **5** 6

1 (1) $x\times2=4\times5$

$\therefore x=10$

(2) $(x-3)\times3=(7-6)\times6$, $3x=15$

$\therefore x=5$

(3) $x^2=4\times9=36$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

(4) $2\times(2+x)=3\times(3+7)$

$2x=26$ $\quad\therefore x=13$

(5) $6\times4=(x+2)(x-2)$, $x^2=28$

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{7}$

(6) $x^2=3\times12=36$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

2 직각삼각형 COP에서

$\overline{PC}=\sqrt{3^2+(3+1)^2}=5(\text{cm})$이고

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$(1+6)\times1=5\times\overline{PD}$

$\therefore \overline{PD}=\frac{7}{5}(\text{cm})$

3 $\overline{OB}=\overline{OA}=\overline{AP}+\overline{PO}=3+3=6$

이때 $\overline{PC}=\overline{PD}$이므로

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}^2$에서

$3\times(3+6)=\overline{PC}^2$, $\overline{PC}^2=27$

그런데 $\overline{PC}>0$이므로 $\overline{PC}=3\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{PC}$

$=\frac{1}{2}\times12\times3\sqrt{3}=18\sqrt{3}$

4 ① $4\times6=3\times8$

② $4\times4\neq5\times3$

③ $4\times(4+6)\neq3\times(3+7)$

④ $4\times(4+6)\neq6\times(6+4)$

⑤ $3\times12=(9-5)\times9$

따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ①, ⑤이다.

5 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$\overline{PA}\times2=3\times(2+4)$

$\therefore \overline{PA}=9$

$\therefore \overline{AC}=\overline{PA}-\overline{PC}$

$=9-3=6$

05 할선과 접선

P. 125

개념 확인 PBT, PTB, $\overline{PT}$, $\overline{PB}$

필수 예제 1 (1) 8 (2) 5 (3) 2

할선과 접선의 길이 사이의 관계에 의해

(1) $x^2=4\times(4+12)$, $x^2=64$

그런데 $x>0$이므로 $x=8$

(2) $6^2=4\times(4+x)$

$4x=20$

$\therefore x=5$

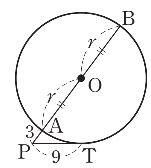
(3) $4^2=x\times(x+6)$

$x^2+6x-16=0$

$(x+8)(x-2)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=2$

유제 1 12



$\overline{PO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 B라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{AB}=\overline{OA}+\overline{OB}=r+r=2r$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$9^2=3\times(3+2r)$

$6r=72$

$\therefore r=12$

필수 예제 2 30°

$4^2=2\times(2+6)$, 즉 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$가 성립하므로

$\overline{PT}$는 세 점 T, A, B를 지나는 원의 접선이다.

따라서 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle ABT=\angle ATP=30°$

P. 126

개념 확인 (1) $\overline{PB}$, $\overline{PC}$

(2) $\overline{PA}$, $\overline{PB}$

필수 예제 3 (1) 2 (2) 6

(1) $3\times(3+5)=4\times(4+x)$

$4x=8$

$\therefore x=2$

(2) $\overline{PT}=\overline{PT'}$이므로 $x=6$

유제 2 4

$\overline{PT}=\overline{PT'}=\frac{1}{2}\times12=6$이므로

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서 $\overline{PA}=x$라 하면

$6^2=x\times(x+5)$

$x^2+5x-36=0$

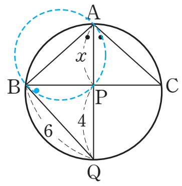
$(x+9)(x-4)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=4$

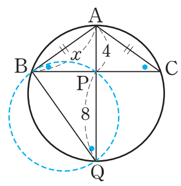
P. 127

필수 예제 4 (1) 5 (2) $4\sqrt{3}$

(1) $\angle QBC=\angle QAC=\angle BAQ$
즉, $\overline{BQ}$는 세 점 A, B, P를 지나는 원의 접선이다.
$\overline{QB}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$이므로
$6^2=4\times(4+x)$
$4x=20$
$\therefore x=5$

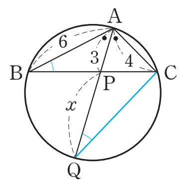


(2) $\angle ABC=\angle ACB=\angle AQB$
즉, $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이다.
$\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$이므로
$x^2=4\times(4+8)=48$
그런데 $x>0$이므로 $x=4\sqrt{3}$

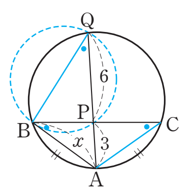


유제 3 (1) 5 (2) $3\sqrt{3}$

(1) $\overline{CQ}$를 그으면
$\angle ABC=\angle AQC$이므로
$\triangle ABP\backsim\triangle AQC$(AA 닮음)
즉, $\overline{AB}:\overline{AQ}=\overline{AP}:\overline{AC}$에서
$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$이므로
$6\times4=3\times(3+x)$
$3x=15$
$\therefore x=5$

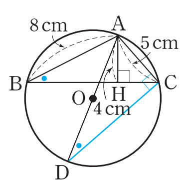


(2) $\overline{AC}$를 그으면
$\angle ABC=\angle ACB$이고
$\overline{BQ}$를 그으면
$\angle ACB=\angle AQB$이므로
$\angle ABC=\angle AQB$
즉, $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이다.
$\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$이므로
$x^2=3\times(3+6)=27$
그런데 $x>0$이므로 $x=3\sqrt{3}$



필수 예제 5 **10 cm**

$\overline{CD}$를 그으면
$\angle ABC=\angle ADC$이고
$\angle AHB=\angle ACD=90°$이므로
$\triangle ABH\backsim\triangle ADC$(AA 닮음)
즉, $\overline{AB}:\overline{AD}=\overline{AH}:\overline{AC}$에서
$\overline{AB}\cdot\overline{AC}=\overline{AD}\cdot\overline{AH}$이므로
$8\times5=\overline{AD}\times4$
$\therefore \overline{AD}=10$(cm)



P. 128 개념 누르기 한판

1 (1) $3\sqrt{10}$ (2) 10 (3) $4\sqrt{3}$ **2** 3
3 ⑤ **4** ㄱ, ㄴ, ㄷ **5** $6\sqrt{3}$

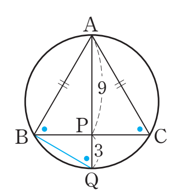
1 (1) $x^2=6\times(6+9)=90$
그런데 $x>0$이므로
$x=3\sqrt{10}$
(2) $12^2=8\times(8+x)$, $8x=80$
$\therefore x=10$
(3) $x^2=4\times(4+4+4)=48$
그런데 $x>0$이므로
$x=4\sqrt{3}$

2 $\overline{AD}\cdot\overline{BD}=\overline{CD}\cdot\overline{TD}$에서
$\overline{AD}\times3=2\times9$
$\therefore \overline{AD}=6$
$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$6^2=x\times(x+6+3)$
$x^2+9x-36=0$
$(x+12)(x-3)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=3$

3 ① $3^2\neq2\times6$
② $4^2\neq2\times10$
③ $6^2\neq4\times13$
④ $6^2\neq4\times7$
⑤ $4^2=2\times8$
따라서 $\overline{PT}$가 $\triangle ABT$의 외접원의 접선인 것은 ⑤이다.

4 ㄱ. $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서
$\overline{PT}^2=4\times(4+5)=36$
그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=6$
ㄴ. $\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$6^2=3\times(3+\overline{CD})$
$3\overline{CD}=27$
$\therefore \overline{CD}=9$
ㄷ. ㄱ, ㄴ에서 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
ㄹ. 네 점 P, A, T, C가 한 원 위에 있는지 알 수 없다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ, ㄷ이다.

5 $\angle ABP=\angle ACP$이고
$\overline{BQ}$를 그으면
$\angle ACP=\angle AQB$이므로
$\angle ABP=\angle AQB$
즉, $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이다.
$\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$이므로
$\overline{AB}^2=9\times(9+3)=108$
그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=6\sqrt{3}$



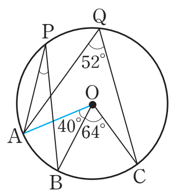
P. 129~132 단원 마무리

1 ⑤	**2** ①	**3** ②	**4** $\frac{\sqrt{7}}{4}$	**5** ①
6 ③	**7** ④	**8** ⑤	**9** ④	**10** $60°$
11 ⑤	**12** ④	**13** ④	**14** $4\sqrt{3}$cm	
15 $\frac{55\sqrt{3}}{2}$		**16** ㄱ, ㄹ, ㅁ		**17** $82°$
18 ②	**19** 9cm		**20** ④	
21 $8\sqrt{3}\text{cm}^2$		**22** $2\sqrt{5}$cm		**23** ③

24 $53°$, 과정은 풀이 참조
25 $60°$, 과정은 풀이 참조
26 $25\pi\ \text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조
27 4, 과정은 풀이 참조

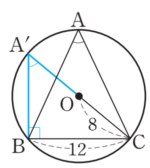
1 $\angle AOB=2\times50°=100°$이고
$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로
$\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180°-100°)=40°$

2 $\overline{OA}$를 그으면
$\angle AOC=2\angle AQC=2\times52°=104°$
이므로 $\angle AOB=104°-64°=40°$
$\therefore\ \angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$
$=\frac{1}{2}\times40°=20°$

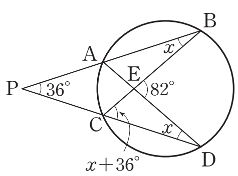


3 $\angle DCB=\angle DAB=40°$, $\angle ACB=90°$이므로
$\angle ACD=90°-40°=50°$

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$의 연장선을 그어 원 O와 만나는 점을 A'이라 하고 $\overline{A'B}$를 그으면 $\angle A'BC=90°$이다.
$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'C}=2\times8=16$이므로
$\overline{A'B}=\sqrt{16^2-12^2}=4\sqrt{7}$
$\therefore\ \cos A=\cos A'=\frac{\overline{A'B}}{\overline{A'C}}=\frac{4\sqrt{7}}{16}=\frac{\sqrt{7}}{4}$



5 $\angle ABC=\angle x$라 하면
$\angle ADC=\angle x$
$\triangle BPC$에서 $\angle BCD=\angle x+36°$
$\triangle ECD$에서
$82°=(\angle x+36°)+\angle x$
$\therefore\ \angle x=23°$



6 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle ADC=180°\times\frac{1}{5}=36°$
$\angle DAB=180°\times\frac{1}{9}=20°$
$\triangle APD$에서 $\angle APC=36°+20°=56°$

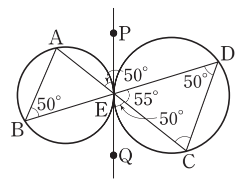
7 ④ $\triangle ABD$에서
$\angle BAD=180°-(40°+50°)=90°$
이때 $\angle A+\angle C=90°+100°=190°\neq180°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.

8 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle BAC=\angle BDC=65°$, $\angle ACD=180°-(45°+100°)=35°$
$\angle BAD+\angle BCD=180°$에서
$(65°+\angle x)+(45°+35°)=180°$ $\quad\therefore\ \angle x=35°$
$\angle DBC=\angle x=35°$
$\triangle PBC$에서 $\angle y=35°+45°=80°$
$\therefore\ \angle x+\angle y=35°+80°=115°$

9 $\angle PQC=180°-\angle PQB=\angle PAB=100°$이고
$\angle PQC+\angle PDC=180°$이므로
$\angle PDC=180°-100°=80°$
$\therefore\ \angle PO'C=2\angle PDC=2\times80°=160°$

10 $\angle CBT=\angle CAB=180°\times\frac{5}{4+5+6}=60°$

11 $\angle BDC=\angle QEC=\angle AEP$
$=\angle ABD=50°$
$\triangle DEC$에서
$\angle ACD=180°-(55°+50°)$
$=75°$



13 $3\times(3+x)=2\times(2+7)$
$3x=9 \quad \therefore\ x=3$

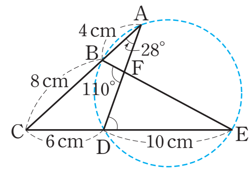
14 $\overline{AB}=2\times8=16(\text{cm})$
$\overline{AP}:\overline{PB}=3:1$이므로
$\overline{PA}=16\times\frac{3}{3+1}=12(\text{cm})$
$\overline{PB}=\overline{AB}-\overline{PA}=16-12=4(\text{cm})$
$\overline{PC}=\overline{PD}$이므로
$\overline{PC}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$에서 $\overline{PC}^2=12\times4=48$
그런데 $\overline{PC}>0$이므로
$\overline{PC}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

15 $3\times8=\overline{PB}\times4$에서 $\overline{PB}=6$
$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD}\times\sin 60°$
$=\frac{1}{2}\times(3+8)\times(6+4)\times\frac{\sqrt{3}}{2}$
$=\frac{55\sqrt{3}}{2}$

16 ㄱ. 대각의 크기의 합이 $180°$이므로 □ABCD는 원에 내접한다.
ㄹ. 원에서의 선분의 길이 사이의 관계를 만족시키므로 □ABCD는 원에 내접한다.
ㅁ. 원주각의 크기가 같으므로 □ABCD는 원에 내접한다.

17 $8\times(8+4)=6\times(6+10)$

즉, $\overline{CB}\cdot\overline{CA}=\overline{CD}\cdot\overline{CE}$이므로 네 점 A, B, D, E는 한 원 위에 있다.



따라서 $\angle BED=\angle BAD=28^\circ$이므로 $\triangle FDE$에서

$\angle FDE=110^\circ-28^\circ=82^\circ$

18 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$3\times8=6\times\overline{PD}$ $\quad\therefore\ \overline{PD}=4(\text{cm})$

19 $\overline{AQ}\cdot\overline{BQ}=\overline{CQ}\cdot\overline{DQ}$이므로

$\overline{AQ}\times4=2\times6$ $\quad\therefore\ \overline{AQ}=3(\text{cm})$

또 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$\overline{PA}=x\,\text{cm}$라 하면 $12^2=x(x+3+4)$

$x^2+7x-144=0,\ (x+16)(x-9)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=9(\text{cm})$

20 $\overline{PT}^2=3\times(3+9)=36$

그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=6$

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서

$\angle P$는 공통, $\angle PTA=\angle PBT$이므로

$\triangle PAT\backsim\triangle PTB$(AA 닮음)

따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$에서

$3:6=5:\overline{BT}$ $\quad\therefore\ \overline{BT}=10$

21 $\overline{PT}^2=2\times(2+6)=16$

그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=4(\text{cm})$

$\triangle BTP$에서 $\overline{BT}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle BTP=\frac{1}{2}\times\overline{PT}\times\overline{BT}=\frac{1}{2}\times4\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

22 $\triangle OMB$에서 $\overline{BM}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times4=8(\text{cm})$

큰 원에서 $\overline{PT}^2=2\times(2+8)=20$

그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=2\sqrt{5}(\text{cm})$

23 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}=2\times(2+6)=16$

그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=4$

24 $\overline{BD}$를 긋고 $\angle BCD=\angle x$라 하면

$\triangle BCP$에서 $\angle ABC=\angle x+32^\circ$

이때 $\widehat{AB}=\widehat{AC}=\widehat{CD}$이므로

$\angle ACB=\angle ABC=\angle CBD=\angle x+32^\circ$ $\quad\cdots$ (i)

□ACDB는 원 O에 내접하므로

$\angle ACD+\angle ABD=(\angle x+32^\circ+\angle x)$
$\quad+(\angle x+32^\circ+\angle x+32^\circ)=180^\circ$

$4\angle x+96^\circ=180^\circ,\ 4\angle x=84^\circ$

$\therefore\ \angle x=21^\circ$ $\quad\cdots$ (ii)

$\therefore\ \angle ABC=\angle x+32^\circ=21^\circ+32^\circ=53^\circ$ $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠ACB, ∠ABC, ∠CBD의 크기를 ∠BCD의 크기를 이용하여 나타내기	30 %
(ii) ∠BCD의 크기 구하기	50 %
(iii) ∠ABC의 크기 구하기	20 %

25 $\triangle ABC$에서

$\angle B=180^\circ-(70^\circ+50^\circ)=60^\circ$ $\quad\cdots$ (i)

$\overline{BD}=\overline{BE}$이므로 $\triangle DBE$는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle DEB=\frac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$ $\quad\cdots$ (ii)

$\therefore\ \angle x=\angle DEB=60^\circ$ $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠B의 크기 구하기	30 %
(ii) ∠DEB의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle x$의 크기 구하기	30 %

26 $\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$이므로

$2\times\overline{PC}=4\times4$

$\therefore\ \overline{PC}=8(\text{cm})$ $\quad\cdots$ (i)

이때 $\overline{AC}$는 $\overline{BD}$의 수직이등분선이므로 원의 중심은 $\overline{AC}$ 위의 점이다. $\quad\cdots$ (ii)

따라서 $\overline{AC}$는 원의 지름이므로 원의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times(2+8)=5(\text{cm})$ $\quad\cdots$ (iii)

$\therefore$ (원의 넓이)$=\pi\times5^2=25\pi(\text{cm}^2)$ $\quad\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{PC}$의 길이 구하기	30 %
(ii) 원의 중심의 위치 구하기	30 %
(iii) 원의 반지름의 길이 구하기	20 %
(iv) 원의 넓이 구하기	20 %

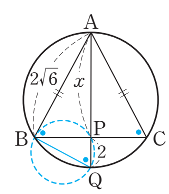
27 $\angle ABC=\angle ACB$이고

$\overline{BQ}$를 그으면

$\angle ACB=\angle AQB$이므로

$\angle ABC=\angle AQB$

즉, $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이다. $\quad\cdots$ (i)



$\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$이므로

$(2\sqrt{6})^2=x\times(x+2)$ $\quad\cdots$ (ii)

$x^2+2x-24=0$

$(x+6)(x-4)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=4$ $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$가 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선임을 보이기	40 %
(ii) $\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$임을 이용하여 식 세우기	30 %
(iii) x의 값 구하기	30 %

MEMO

정답만 모아

스피드 체크

I 대푯값과 산포도

유형 1~6 P. 6~9

1 21개 **2** ③ **3** 8 **4** ② **5** 63.4점
6 ④ **7** 8.2년 **8** ③
9 중앙값: 9시간, 최빈값: 10시간
10 41.2 **11** 중앙값: 6개, 최빈값: 10개
12 2.5, 과정은 풀이 참조 **13** ④ **14** ①
15 ④ **16** 6 **17** ③ **18** ③
19 $20 \le a \le 25$, 과정은 풀이 참조 **20** ③
21 80.5 kg **22** 97점, 과정은 풀이 참조
23 153 cm **24** ② **25** 최빈값, 26 mm
26 (1) A가게: 2000만 원, B가게: 2000만 원
(2) A가게: 0원, B가게: 900만 원 (3) B가게

유형 7~15 P. 10~14

27 ③, ⑤ **28** ④ **29** ㄱ, ㄴ, ㄷ
30 ① **31** ② **32** 19시간, 과정은 풀이 참조
33 (1) $\frac{8}{5}$ (2) $\frac{2\sqrt{10}}{5}$점
34 $\sqrt{10}$회, 과정은 풀이 참조 **35** ③ **36** ①
37 ① **38** ② **39** $\frac{8\sqrt{5}}{5}$점 **40** ①
41 80 **42** $5\sqrt{3}$분 **43** ④ **44** $2\sqrt{30}$점
45 84, 과정은 풀이 참조
46 ③ **47** $a=5$, $b=3$ **48** 63
49 (1) 5 (2) 3, 6, 4, 7 (3) 2.5
50 평균: $m+2$, 분산: s^2 **51** ④ **52** ④
53 ④ **54** ③ **55** ③ **56** 우진 **57** ③

단원 마무리 P. 15~17

1 ⑤ **2** 41세 **3** ㄱ, ㄷ
4 14, 과정은 풀이 참조 **5** 중앙값, 16.5시간
6 ①, ④ **7** (1) $a=5$, $b=2$ (2) 3.1 **8** 9분
9 8 **10** 학생 B **11** 99점
12 과정은 풀이 참조 (1) 10 (2) $6\sqrt{10}$타/분
13 ④ **14** ②, ③ **15** ④ **16** ⑤
17 중앙값: 179 cm, 최빈값: 179 cm **18** 123
19 B회사

II 피타고라스 정리

유형 1~9 P. 20~27

1 (1) 10 (2) 15 (3) $3\sqrt{5}$ (4) 7 **2** ④ **3** ③
4 ③ **5** ③ **6** $\frac{91}{20}$ m **7** (1) 17 (2) 25
8 8 cm^2, 과정은 풀이 참조 **9** ③ **10** $\sqrt{53}$
11 $3\sqrt{6}$ cm **12** ② **13** $\frac{9\sqrt{5}}{2}$
14 (1) $\sqrt{6}$ (2) $2\sqrt{5}$ **15** ④ **16** $6\sqrt{3}$ cm
17 $\sqrt{5}$ **18** $4-2\sqrt{3}$ **19** 6 cm
20 $24+4\sqrt{21}$, 과정은 풀이 참조 **21** ①
22 $10\sqrt{29}$ cm **23** $33\sqrt{3}$ cm^2 **24** $4\sqrt{34}$
25 ① **26** ③ **27** ⑤ **28** 169 cm^2
29 ② **30** $(12+6\sqrt{3})$ cm^2, 과정은 풀이 참조
31 $2\sqrt{26}$ **32** ② **33** ⑤ **34** 4 cm^2
35 ④ **36** ③ **37** (1) 144 cm^2 (2) 30 cm^2
38 9 cm^2, 25 cm^2 **39** 8 cm^2
40 72 cm^2, 과정은 풀이 참조 **41** $\frac{32}{5}$ cm
42 (가) $\frac{1}{2}(a+b)^2$, (나) $\frac{1}{2}c^2$ **43** ④
44 50 cm^2 **45** ③, ④ **46** 15
47 12 **48** 3, $\sqrt{41}$

유형 10~18 P. 27~32

49 ③ **50** ② **51** ④
52 (1) $4<a<5$ (2) $2<a<4$
53 $5<x<\sqrt{29}$, 과정은 풀이 참조
54 $4<a<4\sqrt{3}$ 또는 $4\sqrt{5}<a<12$
55 $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ **56** 14 **57** $\sqrt{70}$ **58** $8\sqrt{3}$ cm^2 **59** ⑤
60 $\frac{60}{13}$ **61** $\frac{12}{5}$ **62** ②
63 63, 과정은 풀이 참조 **64** 125 **65** ⑤
66 28 **67** ② **68** ④ **69** ① **70** 72초
71 ② **72** 8 cm, 과정은 풀이 참조
73 17π cm^2 **74** ③ **75** 10 cm
76 35 cm^2 **77** $\frac{7}{8}$ cm **78** $\frac{9}{4}$ cm
79 $\frac{5}{2}$ cm **80** $\frac{75}{2}$ cm^2, 과정은 풀이 참조
81 (1) 5 (2) $\sqrt{5}$ **82** ①

유형편 파워

정답만 모아

스피드 체크

단원 마무리 P. 33~35

1 $\frac{25}{2}\pi-24$ 2 ① 3 $3\,\text{cm}^2$ 4 26
5 ② 6 $7\,\text{cm}$ 7 ② 8 ③, ④ 9 ②
10 4, 과정은 풀이 참조 11 ④ 12 $10\sqrt{5}$
13 $10\,\text{cm}$, 과정은 풀이 참조 14 $\sqrt{33}<x<7$
15 $\frac{5}{2}$ 16 ③ 17 $5\sqrt{3}$ 18 $\frac{12}{5}\,\text{cm}^2$
19 $\sqrt{17}$ 20 $\frac{11}{4}\,\text{cm}$ 21 $\frac{2}{3}$
22 $2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

III 피타고라스 정리의 활용

유형 1~13 P. 38~45

1 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$, $16\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 2 $2\sqrt{10}$ 3 ③
4 $\frac{56}{5}\,\text{cm}$, $\frac{42}{5}\,\text{cm}$ 5 $2\sqrt{2}\,\text{cm}$ 6 ①
7 π, 과정은 풀이 참조 8 $\frac{36}{5}\,\text{cm}$
9 $\frac{21}{5}\,\text{cm}$ 10 $\frac{14}{5}\,\text{cm}$
11 (1) $\sqrt{3}\,\text{cm}$ (2) $100\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 12 $2\sqrt{6}\,\text{cm}$
13 ② 14 (1) $2\sqrt{3}\,\text{cm}$ (2) $\frac{3\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$
15 $108\sqrt{3}\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조
16 ⑤ 17 ③ 18 ③ 19 $24\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
20 ④ 21 ① 22 $48\,\text{cm}^2$ 23 $20\,\text{cm}$
24 $12\,\text{cm}$ 25 ③ 26 $2\sqrt{33}$ 27 $x=10$, $y=5\sqrt{3}$
28 (1) $\sqrt{6}$ (2) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ 29 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $2(\sqrt{3}-1)$
30 $4\sqrt{7}\,\text{cm}$ 31 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$, 과정은 풀이 참조
32 $3(\sqrt{3}+1)$ 33 ② 34 $2\sqrt{6}$
35 $(24\pi-18\sqrt{3})\,\text{cm}^2$ 36 $(6+10\sqrt{3})\,\text{cm}^2$
37 $8(1+\sqrt{2})\,\text{cm}$ 38 ④ 39 (1) $\sqrt{34}$ (2) $2\sqrt{6}$
40 ③ 41 -2 42 ①
43 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형
44 과정은 풀이 참조
(1) $\overline{AB}=5\sqrt{2}$, $\overline{BC}=2\sqrt{10}$, $\overline{CA}=\sqrt{10}$ (2) 10
45 -1 46 ④ 47 ① 48 $4\sqrt{5}$ 49 ②
50 $5\sqrt{2}$ 51 $6\sqrt{2}\,\text{km}$

유형 14~23 P. 46~51

52 $2\sqrt{14}\,\text{cm}$ 53 $\sqrt{11}$
54 $(26+4\sqrt{13})\,\text{cm}$, 과정은 풀이 참조
55 $96\,\text{cm}^2$, $64\,\text{cm}^3$ 56 $\frac{8\sqrt{6}}{3}\,\text{cm}$
57 $50\sqrt{6}\,\text{cm}^2$ 58 ③
59 (1) $\frac{9\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$ (2) $\sqrt{3}\,\text{cm}$ 60 $54\,\text{cm}^2$
61 $\sqrt{6}\,\text{cm}$, $\frac{9\sqrt{2}}{4}\,\text{cm}^3$ 62 ④ 63 ③ 64 ④
65 $12\sqrt{2}\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조 66 ②, ⑤
67 $4\sqrt{2}\,\text{cm}$ 68 $9\sqrt{2}\,\text{cm}^2$
69 $5\sqrt{2}\,\text{cm}$, 과정은 풀이 참조 70 ②
71 $144\sqrt{17}\,\text{cm}^3$ 72 $48\,\text{cm}^2$
73 $16\sqrt{2}\,\text{cm}^2$ 74 (1) 6 (2) $6\sqrt{3}$ (3) $27\sqrt{11}$
75 $12\,\text{cm}$, $100\pi\,\text{cm}^3$
76 $27\pi\,\text{cm}^3$, 과정은 풀이 참조
77 $48\pi\,\text{cm}^2$ 78 $120°$ 79 $6\,\text{cm}$, $128\pi\,\text{cm}^3$
80 ④ 81 $3\sqrt{10}$ 82 10 83 ④ 84 $4\sqrt{5}\pi$
85 ① 86 $10\sqrt{5}$ 87 $3\sqrt{3}\,\text{cm}$

단원 마무리 P. 52~55

1 20 2 $6\sqrt{2}\,\text{cm}$ 3 $9\sqrt{3}\,\text{cm}^2$ 4 ④
5 $8\,\text{cm}$ 6 $\frac{9\sqrt{3}}{2}\,\text{cm}^2$
7 $48\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조 8 ④ 9 ③, ⑤
10 $3\sqrt{2}$ 11 $(10+2\sqrt{10})\,\text{cm}$ 12 $32\sqrt{3}\,\text{cm}^2$
13 ②, ⑤ 14 ③ 15 $72\sqrt{3}\pi\,\text{cm}^3$
16 $3\sqrt{15}\,\text{cm}$, 과정은 풀이 참조 17 $2\sqrt{3}$ 18 ①
19 $2\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 20 ② 21 ① 22 $6\sqrt{5}$
23 $336\,\text{cm}^2$ 24 ⑤ 25 $\frac{3\sqrt{6}}{2}\,\text{cm}$

Ⅳ 삼각비

유형 1~12

P. 58~64

1 ② **2** ⑤ **3** $\frac{\sqrt{6}}{3}$ **4** ④ **5** 18

6 15 **7** $\frac{\sqrt{7}}{4}$ **8** (1) $\frac{27}{20}$ (2) $\frac{2}{5}$ **9** ②

10 $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ **11** (1) $\overline{AH}$ (2) ㄱ, ㄴ **12** (1) $\frac{31}{20}$ (2) $\sqrt{3}$

13 ① **14** $\frac{5}{13}$, 과정은 풀이 참조

15 $\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}$ **16** (1) $\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{4}$ (3) 2

17 ⑤ **18** ③ **19** (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

20 $8\sqrt{3}$ cm **21** $12\sqrt{3}$ cm^2 **22** $\frac{3}{2}$

23 $\frac{5}{6}$ **24** ③ **25** $y=x+2$ **26** ⑤

27 ②, ④ **28** ④ **29** ㄴ, ㄷ **30** ②, ④

31 ③ **32** $\frac{\sqrt{3}}{2}+1$ **33** ⑤ **34** ③

35 ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㅂ, ㄱ, ㅁ **36** ③

37 $2\sin A$ **38** 2, 과정은 풀이 참조

39 $32°$ **40** 1.0328 **41** ④ **42** $108°$

43 (1) 2.939 (2) 4.045 **44** 141.4

단원 마무리

P. 65~67

1 ④ **2** $2\sqrt{5}+4$

3 $\frac{2\sqrt{6}}{5}$, 과정은 풀이 참조 **4** ④ **5** ④

6 $\frac{50\sqrt{3}}{3}$ **7** $\frac{1}{2}$ **8** ④ **9** ② **10** $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

11 $\frac{1}{5}$ **12** $\frac{1}{2}$, 과정은 풀이 참조

13 $\frac{9\sqrt{3}}{2}$ cm **14** ④ **15** ③ **16** $\frac{\sqrt{15}}{17}$

17 $\sqrt{2}-1$ **18** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **19** 0.2229

Ⅴ 삼각비의 활용

유형 1~6

P. 70~72

1 ③ **2** ④ **3** $27\sqrt{6}$ cm^3 **4** 19.4 m

5 $2\sqrt{3}$ m, 과정은 풀이 참조 **6** $100(\sqrt{3}+1)$ m

7 $\sqrt{13}$, 과정은 풀이 참조 **8** $\sqrt{61}$ cm

9 $5\sqrt{7}$ m **10** (1) $\frac{4\sqrt{6}}{3}$ (2) $8\sqrt{2}$ **11** $4\sqrt{6}$ cm

12 $10\sqrt{2}$ m **13** $10(3-\sqrt{3})$ cm **14** ③

15 $25(\sqrt{3}-1)$ cm^2 **16** $(3+\sqrt{3})$ cm

17 $50(\sqrt{3}+1)$ m **18** 50 km

유형 7~10

P. 73~75

19 (1) $6\sqrt{3}$ cm^2 (2) 18 cm^2 **20** ④ **21** $120°$

22 54 cm^2 **23** $16\pi-12\sqrt{3}$

24 $(27+9\sqrt{3})$ cm^2 **25** $14\sqrt{3}$ cm^2

26 $30\sqrt{3}$ cm^2 **27** 48 cm^2 **28** $3\sqrt{2}$

29 ③ **30** 32 cm^2 **31** $30°$ **32** ②

33 $\frac{\sqrt{2}}{2}ab$, 과정은 풀이 참조 **34** $6\sqrt{3}$ cm^2

35 $6\sqrt{3}$ cm^2 **36** $27\sqrt{3}$ **37** ④

단원 마무리

P. 76~79

1 ② **2** $243\sqrt{3}\pi$ cm^3, 과정은 풀이 참조

3 6.6 m **4** ③ **5** $3\sqrt{6}$ **6** ④ **7** ①

8 $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ cm^2 **9** ③ **10** $35\sqrt{2}$ cm^2

11 ③ **12** $60°$ **13** $x=3$, $y=2\sqrt{3}$

14 $200(\sqrt{3}+1)$ m **15** $\sqrt{21}$ cm, 과정은 풀이 참조

16 $100(\sqrt{3}+1)$ m **17** ① **18** $12+2\sqrt{5}$

19 $18\sqrt{3}$ cm^2, 과정은 풀이 참조 **20** $300\sqrt{3}$ cm^2

21 ① **22** 520 m **23** $12(\sqrt{3}-1)$ cm^2

24 $\frac{3}{5}$

정답만 모아

스피드 체크

VI 원과 직선

유형 1~7 P. 82~85

1 ② 2 ② 3 ③ 4 ② 5 8
6 $\frac{15}{2}$, 과정은 풀이 참조 7 ① 8 ④
9 ④ 10 ② 11 $9\sqrt{5}\,\text{cm}^2$ 12 10
13 ⑤ 14 8 15 ③ 16 ③ 17 ④
18 ④ 19 6 20 $3\sqrt{2}$, 과정은 풀이 참조
21 12 cm 22 70° 23 ③ 24 55°
25 $12\pi\,\text{cm}^2$

유형 8~15 P. 86~90

26 80° 27 $x=12$, $y=13$
28 $3\pi\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조 29 $120\,\text{cm}^2$
30 36 cm 31 ⑤ 32 ③ 33 ① 34 9 cm
35 ③ 36 ④ 37 ③ 38 4 39 16
40 $4\sqrt{2}$ 41 $78\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조 42 $\frac{15}{2}$
43 7 44 4 45 4 cm 46 8
47 (1) 1 (2) π 48 ③ 49 ④ 50 ④
51 $x=4$, $y=7$, 과정은 풀이 참조
52 10 cm 53 6 54 (1) 5 cm (2) 1 cm
55 ④ 56 $16\pi\,\text{cm}^2$ 57 $\frac{8}{3}$
58 $14-4\sqrt{10}$

단원 마무리 P. 91~93

1 ② 2 ⑤ 3 $\frac{25}{6}$ 4 $8\sqrt{3}$ 5 ④
6 ② 7 ④ 8 ④ 9 ③ 10 ④
11 ③ 12 $(16\pi-12\sqrt{3})\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조
13 ③ 14 ④ 15 $\frac{225}{4}\pi\,\text{cm}^2$ 16 ②
17 16π 18 4π 19 14

VII 원주각

유형 1~10 P. 96~102

1 ② 2 $400\pi\,\text{cm}^2$ 3 104° 4 40°
5 $\angle x=150°$, $\angle y=105°$ 6 ④
7 248°, 과정은 풀이 참조 8 40° 9 105°
10 (1) 58° (2) 32° 11 ④ 12 16° 13 70°
14 ② 15 ② 16 ⑤ 17 ④ 18 35°
19 ③ 20 12°, 과정은 풀이 참조 21 ③
22 ③ 23 ③ 24 $\frac{\sqrt{5}}{3}$ 25 $3\sqrt{3}$
26 $6\pi-9\sqrt{3}$ 27 ② 28 46° 29 66°
30 40° 31 60° 32 ②
33 35°, 과정은 풀이 참조
34 30° 35 80° 36 ③ 37 ④
38 $\angle A=60°$, $\angle B=75°$, $\angle C=45°$ 39 ①
40 $\frac{7}{36}$배 41 ③ 42 45°, 과정은 풀이 참조
43 ② 44 ④, ⑤ 45 20° 46 27°

유형 11~15 P. 103~106

47 ④ 48 ⑤ 49 ③ 50 67° 51 40°
52 10°, 과정은 풀이 참조 53 140° 54 ⑤
55 120° 56 ③ 57 ⑤
58 205°, 과정은 풀이 참조 59 360°
60 PQC, PQC, 엇각 61 58° 62 ②, ④
63 ③ 64 ⑤ 65 86° 66 ①, ③
67 ③ 68 ③ 69 풀이 참조 70 6개

유형 16~18 P. 107~110

71 200° 72 ② 73 ④
74 40°, 과정은 풀이 참조 75 ② 76 ④
77 ④ 78 55° 79 ④ 80 109° 81 35°
82 47° 83 $(18+6\sqrt{3})$ cm, 과정은 풀이 참조
84 40° 85 5 86 60° 87 ③ 88 ⑤
89 ⑤ 90 ③ 91 60° 92 40° 93 ②

유형 19~22 P. 110~113

94 11 **95** 2 **96** 5 **97** 22 **98** 3
99 6 **100** $\sqrt{10}$ cm **101** $4\sqrt{2}$ cm
102 ② **103** ④ **104** 5 cm **105** $\frac{121}{2}\pi$ cm^2
106 24 **107** ④ **108** 4 **109** ②, ④
110 24 **111** 6 **112** 3 cm **113** 6 **114** 31
115 11

유형 23~29 P. 113~117

116 16 **117** $\frac{18}{5}$ **118** ③ **119** ② **120** ③
121 9π cm^2, 과정은 풀이 참조 **122** $(-3+3\sqrt{5})$ cm
123 $\frac{15}{2}$ cm^2 **124** ③ **125** $3\sqrt{3}$ cm
126 $8\sqrt{2}$ **127** ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ **128** ④ **129** 5 cm
130 ④ **131** 60° **132** ② **133** 14 **134** 2
135 ④ **136** $2\sqrt{10}$ **137** 6
138 12, 과정은 풀이 참조 **139** $\frac{13}{6}$ cm
140 ⑤ **141** ② **142** ② **143** 6 **144** ⑤

단원 마무리 P. 118~120

1 ③ **2** 112.5° **3** ④ **4** ⑤
5 100°, 과정은 풀이 참조 **6** 52° **7** 65°
8 35° **9** 10 **10** ①, ④ **11** $2\sqrt{10}$ cm
12 4 **13** 34π **14** 100° **15** 40°
16 (1) 65° (2) 75° **17** 13 cm **18** 8 **19** $\frac{48}{7}$
20 $2\sqrt{21}$ cm, 과정은 풀이 참조 **21** 10π **22** 8
23 오후 7시 6분

유형 1~6 P. 6~9

1 답 21개

(평균)$=\frac{14+23+17+26+25+21}{6}=\frac{126}{6}=21$(개)

2 답 ③

(평균)$=\frac{12+15+16+17+22+28+30}{7}=\frac{140}{7}=20$(개)

3 답 8

3개의 수 a, b, c의 평균이 7이므로

$\frac{a+b+c}{3}=7$에서 $a+b+c=21$

$\therefore$ (구하는 평균)$=\frac{6+(a+2)+(b-3)+(c+4)+10}{5}$

$=\frac{a+b+c+19}{5}$

$=\frac{21+19}{5}=8$

4 답 ②

4개의 끈의 길이를 각각 a cm, b cm, c cm, d cm라 하면

$\frac{a+b+c+d}{4}=24$

$\therefore a+b+c+d=96$

이때 4개의 정삼각형의 둘레의 길이는 각각

$3a$ cm, $3b$ cm, $3c$ cm, $3d$ cm이다.

$\therefore$ (구하는 평균)$=\frac{3a+3b+3c+3d}{4}$

$=\frac{3(a+b+c+d)}{4}$

$=\frac{3\times96}{4}=\frac{288}{4}=72$(cm)

5 답 63.4점

(A반의 수학 성적의 총합)$=30\times64.8=1944$(점)

(B반의 수학 성적의 총합)$=35\times62.2=2177$(점)

$\therefore$ (두 반 전체의 수학 성적의 평균)

$=\frac{1944+2177}{30+35}=\frac{4121}{65}=63.4$(점)

6 답 ④

(남학생의 영어 성적의 총합)$=20\times70.5=1410$(점)

여학생 수를 x명이라 하면

(여학생의 영어 성적의 총합)$=x\times74=74x$(점)

이 반 전체의 영어 성적의 평균이 72점이므로

$\frac{1410+74x}{20+x}=72$

$1410+74x=1440+72x$

$2x=30$ $\therefore x=15$(명)

따라서 여학생 수는 15명이다.

7 답 8.2년

남자 직원의 수를 $3a$명,

여자 직원의 수를 $2a$명

(단, a는 자연수)

이라 하면

	평균 근무 연수(년)	인원(명)
남	9	$3a$
여	7	$2a$

(전체 직원의 평균 근무 연수)

$=\frac{3a\times9+2a\times7}{3a+2a}=\frac{41a}{5a}=8.2$(년)

8 답 ③

운복, 선화, 인선이의 다트 던지기 점수를 각각 a점, b점, c점이라 하면

$\frac{a+b}{2}=5$, $\frac{b+c}{2}=8$, $\frac{a+c}{2}=7$에서

$a+b=10$, $b+c=16$, $a+c=14$

위의 세 식을 변끼리 모두 더하면

$2(a+b+c)=40$ $\therefore a+b+c=20$

$\therefore$ (세 사람의 점수의 평균)$=\frac{a+b+c}{3}=\frac{20}{3}=6.66\cdots$(점)

따라서 세 사람의 다트 던지기 점수의 평균을 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 구하면 6.7점이다.

9 답 중앙값: 9시간, 최빈값: 10시간

자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면

5, 5, 7, 8, 10, 10, 10, 12이므로

(중앙값)$=\frac{8+10}{2}=9$(시간)

10시간의 도수가 3으로 가장 크므로

(최빈값)$=10$시간

10 답 41.2

(평균)$=\frac{3+4+8+9+14+14+17+18+20+25}{10}$

$=\frac{132}{10}=13.2$(회)

$\therefore a=13.2$

중앙값은 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 5번째와 6번째 자료의 값의 평균이므로

(중앙값)$=\frac{14+14}{2}=14$(회) $\therefore b=14$

14회의 도수가 2로 가장 크므로

(최빈값)$=14$회 $\therefore c=14$

$\therefore a+b+c=13.2+14+14=41.2$

11 답 중앙값: 6개, 최빈값: 10개

13번째 도수가 속하는 계급의 계급값이 6개이므로

(중앙값)$=6$개

도수가 10으로 가장 큰 계급의 계급값이 10개이므로

(최빈값)$=10$개

12 답 2.5, 과정은 풀이 참조

중앙값은 15번째와 16번째 도수가 각각 속하는 계급의 계급값의 평균이므로

(중앙값)$=\frac{242.5+247.5}{2}=245$(mm)

$\therefore a=245$ $\cdots$ (i)

도수가 9로 가장 큰 계급의 계급값이 247.5 mm이므로

(최빈값)$=247.5$ mm

$\therefore b=247.5$ $\cdots$ (ii)

$\therefore b-a=247.5-245=2.5$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	40 %
(ii) b의 값 구하기	40 %
(iii) $b-a$의 값 구하기	20 %

13 답 ④

x, y를 제외한 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면

6, 9, 11, 13, 13, 13, 17

이때 $x<y<12$이면 5번째 자료의 값이 11이므로

(중앙값)$=11$

또 13의 도수가 3으로 가장 크므로 (최빈값)$=13$

14 답 ①

총 가구 수가 20가구이므로 중앙값은 10번째와 11번째 도수가 각각 속하는 계급의 계급값의 평균이다.

$\therefore$ (중앙값)$=\frac{250+250}{2}=250$(kWh)

15 답 ④

$\frac{16+21+23}{3}=\frac{21+23+x}{3}-5$

$\frac{44+x}{3}=25$, $44+x=75$ $\quad\therefore x=31$

16 답 6

총 학생 수가 10명이므로 $x+4+y+1=10$에서

$x+y=5$ $\cdots$ ㉠

평균이 18 m이므로

$\frac{5\times x+15\times 4+25\times y+35\times 1}{10}=18$에서

$x+5y=17$ $\cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x=2$, $y=3$

$\therefore xy=6$

17 답 ③

중앙값이 71점이므로 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면 65점, 70점, x점, 75점이다.

$\frac{70+x}{2}=71$, $70+x=142$

$\therefore x=72$

18 답 ③

주어진 자료에서 5, 6, 7의 도수가 2로 같으므로 세 값 중 하나가 최빈값이다.

(i) $x=5$일 때, (최빈값)$=5$, (중앙값)$=\frac{5+6}{2}=5.5$

(ii) $x=6$일 때, (최빈값)$=6$, (중앙값)$=\frac{6+6}{2}=6$

(iii) $x=7$일 때, (최빈값)$=7$, (중앙값)$=\frac{6+6}{2}=6$

따라서 중앙값과 최빈값이 같을 때의 x의 값은 6이다.

19 답 $20\le a\le 25$, 과정은 풀이 참조

(가) 5개의 수를 작은 것부터 크기순으로 나열할 때, 3번째 수가 20이어야 하므로 $a\ge 20$ $\cdots$ ㉠ $\cdots$ (i)

(나) 6개의 수를 작은 것부터 크기순으로 나열할 때, 3번째와 4번째 수의 평균이 30이어야 한다.

이때 $\frac{25+35}{2}=30$이므로 $a\le 25$ $\cdots$ ㉡ $\cdots$ (ii)

따라서 ㉠, ㉡에서 $20\le a\le 25$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) (가)를 이용하여 a의 값의 범위 구하기	40 %
(ii) (나)를 이용하여 a의 값의 범위 구하기	40 %
(iii) a의 값의 범위 구하기	20 %

20 답 ③

최빈값이 10이므로 a, b, c 중 적어도 2개는 10이다.

자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 4번째와 5번째 자료의 값의 평균이 중앙값인 7이므로 a, b, c 중 10이 아닌 값과 8의 평균이 7이다. 즉, a, b, c 중 10이 아닌 값은 6이다.

$\therefore a+b+c=26$

21 답 80.5 kg

(40명의 몸무게의 총합)$=40\times 60=2400$(kg)

신입 회원의 몸무게를 x kg이라 하면

41명의 몸무게의 평균이 60.5 kg이므로

$\frac{2400+x}{41}=60.5$, $2400+x=2480.5$ $\quad\therefore x=80.5$(kg)

따라서 신입 회원의 몸무게는 80.5 kg이다.

22 답 97점, 과정은 풀이 참조

(5회에 걸친 국어 성적의 총합)$=5\times 91=455$(점) $\cdots$ (i)

6회째의 성적을 x점이라 하면 6회까지의 평균이

$91+1=92$(점)이므로 $\frac{455+x}{6}=92$ $\cdots$ (ii)

$455+x=552$ $\quad\therefore x=97$(점)

따라서 6회째의 국어 성적은 97점이다. $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 5회에 걸친 국어 성적의 총합 구하기	20 %
(ii) 6회까지의 평균을 이용하여 식 세우기	40 %
(iii) 6회째의 국어 성적 구하기	40 %

유형편 파워

23 답 153 cm

전학을 간 두 학생의 키의 합을 x cm라 하면

$\dfrac{30\times160-x}{28}=160.5$

$4800-x=4494$

$\therefore x=306(\text{cm})$

따라서 전학을 간 두 학생의 키의 평균은

$\dfrac{306}{2}=153(\text{cm})$

24 답 ②

② 자료에 극단적인 값이 있으므로 평균을 대푯값으로 하기에 적절하지 않다.

25 답 최빈값, 26 mm

공장에 가장 많이 주문해야 할 전구의 소켓 크기는 가장 많이 팔린 전구의 소켓 크기이므로 최빈값이 대푯값으로 가장 적절하다.

26 mm의 도수가 6으로 가장 크므로

(최빈값)$=26$ mm

26 답 (1) A가게: 2000만 원, B가게: 2000만 원
(2) A가게: 0원, B가게: 900만 원 (3) B가게

(1) (A가게의 평균)$=\dfrac{2200+2100+1800+1900+2000}{5}$

$=\dfrac{10000}{5}=2000$(만 원)

(B가게의 평균)$=\dfrac{1100+5800+1000+900+1200}{5}$

$=\dfrac{10000}{5}=2000$(만 원)

(2) (A가게의 중앙값)$=2000$만 원

따라서 평균과 중앙값의 차는

$2000-2000=0$(원)

(B가게의 중앙값)$=1100$만 원

따라서 평균과 중앙값의 차는

$2000-1100=900$(만 원)

(3) B가게의 경우 5800만 원은 다른 자료의 값과 비교하여 극단적인 값이므로 대푯값으로 평균보다 중앙값이 더 적절하다.

유형 7~15 P. 10~14

27 답 ③, ⑤

③ (편차)$=$(자료의 값)$-$(평균)이므로 평균보다 작은 변량의 편차는 음수이다.

⑤ 편차의 합은 0이므로 편차의 평균도 0이 되어 편차의 평균으로는 자료가 흩어져 있는 정도를 알 수 없다.

28 답 ④

① 자료의 값이 모두 같은 경우 분산은 0이고 표준편차도 0이므로 표준편차는 음이 아닌 수이다.

② 분산이 커지면 표준편차도 커진다.

③ 산포도에는 분산, 표준편차 등이 있다. 평균, 중앙값, 최빈값은 대푯값이다.

⑤ 자료가 흩어져 있는 정도를 하나의 수로 나타낸 값은 산포도이다.

따라서 옳은 것은 ④이다.

29 답 ㄱ, ㄴ, ㄷ

ㄹ. 표준편차는 자료가 흩어져 있는 정도를 나타내므로 평균이 서로 달라도 표준편차는 같을 수 있다.

ㅁ. 각 변량의 편차만 주어진 경우 분산과 표준편차는 구할 수 있지만 평균은 구할 수 없다.

30 답 ①

편차의 합은 0이므로

$x+y+(-1)+4+2=0 \qquad \therefore x+y=-5$

31 답 ②

현영이의 수학 성적을 x점이라 하면

(편차)$=$(자료의 값)$-$(평균)이므로

$-3=x-75 \qquad \therefore x=72$(점)

따라서 현영이의 수학 성적은 72점이다.

32 답 19시간, 과정은 풀이 참조

학생 D의 편차를 x시간이라 하면

$-5+7+2+x+(-3)=0$

$\therefore x=-1$(시간) … (i)

(자료의 값)$=$(편차)$+$(평균)이므로

(학생 D의 봉사 활동 시간)$=-1+20=19$(시간) … (ii)

채점 기준	비율
(i) 편차의 합이 0임을 이용하여 학생 D의 봉사 활동 시간의 편차 구하기	50 %
(ii) 학생 D의 봉사 활동 시간 구하기	50 %

33 답 (1) $\dfrac{8}{5}$ (2) $\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$점

(1) (분산)$=\dfrac{(-1)^2+2^2+(-1)^2+(-1)^2+1^2}{5}=\dfrac{8}{5}$

(2) (표준편차)$=\sqrt{\dfrac{8}{5}}=\dfrac{2\sqrt{10}}{5}$(점)

34 답 $\sqrt{10}$회, 과정은 풀이 참조

학생 E의 편차를 x회라 하면

$-3+0+4+3+x=0 \qquad \therefore x=-4$(회) … (i)

(분산)$=\dfrac{(-3)^2+0^2+4^2+3^2+(-4)^2}{5}=\dfrac{50}{5}=10$ … (ii)

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{10}$회 … (iii)

채점 기준	비율
(i) 학생 E의 편차 구하기	40 %
(ii) 분산 구하기	40 %
(iii) 표준편차 구하기	20 %

35 답 ③

평균이 9이므로

$\frac{7+11+5+x+8}{5}=9$에서 $x+31=45$ $\qquad \therefore x=14$

$\therefore$ (분산)$=\frac{(-2)^2+2^2+(-4)^2+5^2+(-1)^2}{5}$

$=\frac{50}{5}=10$

36 답 ①

(평균)$=\frac{a+b+c}{3}=\frac{12}{3}=4$

(분산)$=\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2}{3}$

$=\frac{a^2+b^2+c^2-8(a+b+c)+16\times3}{3}$

$=\frac{90-8\times12+48}{3}=\frac{42}{3}=14$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{14}$

37 답 ①

연속하는 네 짝수를 x, $x+2$, $x+4$, $x+6$이라 하면

(평균)$=\frac{x+(x+2)+(x+4)+(x+6)}{4}=x+3$

(분산)$=\frac{(-3)^2+(-1)^2+1^2+3^2}{4}=\frac{20}{4}=5$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{5}$

38 답 ②

학생 5명의 영어 점수의 총합은 $5\times70=350$(점)이므로

(나머지 학생 4명의 평균)$=\frac{350-70}{4}=70$(점)

또 학생 5명의 영어 점수의 분산이 12이므로

(편차의 제곱의 합)$=5\times12=60$이고 점수가 70점인 학생의 편차는 0점이므로

(나머지 학생 4명의 분산)$=\frac{60-0}{4}=15$

39 답 $\frac{8\sqrt{5}}{5}$점

아영이의 점수를 x점이라 하면 태호, 준호, 상호, 영희의 점수는 각각 $(x-7)$점, $(x+3)$점, $(x-5)$점, $(x-1)$점이다.

(평균)$=\frac{(x-7)+(x+3)+x+(x-5)+(x-1)}{5}$

$=x-2$(점)

(분산)$=\frac{(-5)^2+5^2+2^2+(-3)^2+1^2}{5}=\frac{64}{5}$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{\frac{64}{5}}=\frac{8\sqrt{5}}{5}$(점)

40 답 ①

(평균)$=\frac{11\times8+13\times15+15\times6+17\times1}{30}=\frac{390}{30}=13$(℃)

$\therefore$ (분산)$=\frac{(-2)^2\times8+0^2\times15+2^2\times6+4^2\times1}{30}$

$=\frac{72}{30}=2.4$

41 답 80

12초 이상 14초 미만인 계급의 계급값이 13초이고 그 편차가 -3초이므로

$-3=13-$(평균)에서 (평균)$=16$(초) $\qquad \therefore d=16$

$b=17-16=1$

(편차)$\times$(도수)의 총합이 0이므로

$(-3)\times4+(-1)\times a+1\times8+3\times3=0$ $\qquad \therefore a=5$

$\therefore c=4+5+8+3=20$

(분산)$=\frac{(-3)^2\times4+(-1)^2\times5+1^2\times8+3^2\times3}{20}$

$=\frac{76}{20}=3.8$

$\therefore e=3.8$

$\therefore a+b+c+d+10e=5+1+20+16+38=80$

참고 도수분포표에서

- (편차)$=$(계급값)$-$(평균)
- {(도수)$\times$(편차)의 총합}$=0$

42 답 $5\sqrt{3}$분

30분 이상 40분 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면

(편차)$\times$(도수)의 총합이 0이므로

$(-15)\times2+(-5)\times9+5\times6+15\times x=0$

$15x=45$ $\qquad \therefore x=3$(명)

따라서 도수의 총합이 $2+9+6+3=20$(명)이므로

(분산)$=\frac{(-15)^2\times2+(-5)^2\times9+5^2\times6+15^2\times3}{20}$

$=\frac{1500}{20}=75$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{75}=5\sqrt{3}$(분)

43 답 ④

주어진 히스토그램을 이용하여 계급값과 도수를 구하면 다음 표와 같으므로

계급값(개)	3	5	7	9	11
도수(명)	1	5	4	3	2

(평균)$=\frac{3\times1+5\times5+7\times4+9\times3+11\times2}{15}$

$=\frac{105}{15}=7$(개)

$\therefore$ (분산)

$=\frac{(-4)^2\times1+(-2)^2\times5+0^2\times4+2^2\times3+4^2\times2}{15}$

$=\frac{80}{15}=\frac{16}{3}$

44 답 $2\sqrt{30}$점

주어진 히스토그램을 이용하여 계급값과 도수를 구하면 다음 표와 같으므로

계급값(점)	55	65	75	85	95
도수(명)	2	4	8	4	2

$$(\text{평균})=\frac{55\times2+65\times4+75\times8+85\times4+95\times2}{20}$$
$$=\frac{1500}{20}=75(\text{점})$$

(분산)
$$=\frac{(-20)^2\times2+(-10)^2\times4+0^2\times8+10^2\times4+20^2\times2}{20}$$
$$=\frac{2400}{20}=120$$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{120}=2\sqrt{30}$(점)

45 답 84, 과정은 풀이 참조

80분 이상 90분 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면

$2+3+x+1=10 \quad \therefore x=4$(명) $\cdots$ (i)

$$(\text{평균})=\frac{65\times2+75\times3+85\times4+95\times1}{10}$$
$$=\frac{790}{10}=79(\text{분}) \quad \cdots \text{(ii)}$$
$$\therefore (\text{분산})=\frac{(-14)^2\times2+(-4)^2\times3+6^2\times4+16^2\times1}{10}$$
$$=\frac{840}{10}=84 \quad \cdots \text{(iii)}$$

채점 기준	비율
(i) 80분 이상 90분 미만인 계급의 도수 구하기	20 %
(ii) 평균 구하기	40 %
(iii) 분산 구하기	40 %

46 답 ③

$$(\text{평균})=\frac{(5-a)+5+(5+a)}{3}=5$$

표준편차가 $\sqrt{6}$이므로 $\frac{(-a)^2+0^2+a^2}{3}=(\sqrt{6})^2$, $a^2=9$

그런데 $a>0$이므로 $a=3$

47 답 $a=5$, $b=3$

평균이 4타이므로

$\frac{3+4+a+b+5}{5}=4$에서 $a+b=8$ $\cdots$ ㉠

분산이 0.8이므로

$$\frac{(-1)^2+0^2+(a-4)^2+(b-4)^2+1^2}{5}=0.8$$

$(a-4)^2+(b-4)^2=2$ $\cdots$ ㉡

㉠에서 $b=8-a$이고 이를 ㉡에 대입하면

$(a-4)^2+(4-a)^2=2$, $a^2-8a+15=0$

$(a-3)(a-5)=0$

그런데 $a>b$이므로 $a=5$, $b=3$

48 답 63

평균이 5이므로

$$\frac{a+4+b+5+6}{5}=5$$

$\therefore a+b=10$ $\cdots$ ㉠

표준편차가 $\sqrt{3}$이므로

$$(\text{분산})=\frac{(a-5)^2+(-1)^2+(b-5)^2+0^2+1^2}{5}=(\sqrt{3})^2$$

$a^2+b^2-10(a+b)=-37$ $\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면

$a^2+b^2-10\times10=-37$

$\therefore a^2+b^2=63$

49 답 (1) 5 (2) 3, 6, 4, 7 (3) 2.5

(1) 4개의 수의 총합은 변함이 없으므로 실제 평균은 5이다.

(2) 잘못 본 4개의 수를 4, 5, a, b라 하면

평균이 5이므로

$\frac{4+5+a+b}{4}=5$에서

$a+b=11$ $\cdots$ ㉠

분산이 1.5이므로

$$\frac{(-1)^2+0^2+(a-5)^2+(b-5)^2}{4}=1.5$$

$(a-5)^2+(b-5)^2=5$ $\cdots$ ㉡

㉠에서 $b=11-a$이고 이를 ㉡에 대입하면

$(a-5)^2+(6-a)^2=5$

$a^2-11a+28=0$

$(a-4)(a-7)=0$

$\therefore a=4$ 또는 $a=7$

즉, $a=4$, $b=7$ 또는 $a=7$, $b=4$

따라서 실제 4개의 수는 3, 6, 4, 7이다.

(3) $(\text{실제 분산})=\frac{(-2)^2+1^2+(-1)^2+2^2}{4}$

$$=\frac{10}{4}=2.5$$

50 답 평균: $m+2$, 분산: s^2

$\frac{a+b+c+d}{4}=m$에서

$a+b+c+d=4m$

$$\frac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$$

$$(\text{구하는 평균})=\frac{(a+2)+(b+2)+(c+2)+(d+2)}{4}$$
$$=\frac{(a+b+c+d)+8}{4}$$
$$=\frac{4m+8}{4}$$
$$=m+2$$

(구하는 분산)
$$=\frac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$$

51 답 ④

평균이 4이므로

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=4$에서 $a+b+c+d+e=20$

분산이 6이므로

$\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2+(e-4)^2}{5}=6$에서

$(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2+(e-4)^2=30$

$x=\frac{(2a+3)+(2b+3)+(2c+3)+(2d+3)+(2e+3)}{5}$

$=\frac{2(a+b+c+d+e)+15}{5}$

$=\frac{2\times20+15}{5}=11$

$y=\frac{(2a-8)^2+(2b-8)^2+(2c-8)^2+(2d-8)^2+(2e-8)^2}{5}$

$=\frac{4\{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2+(e-4)^2\}}{5}$

$=\frac{4\times30}{5}=24$

$\therefore x+y=11+24=35$

다른 풀이

a, b, c, d, e의 평균이 4이므로

$x=2\times4+3=11$

a, b, c, d, e의 분산이 6이므로

$y=2^2\times6=24$

$\therefore x+y=11+24=35$

52 답 ④

x_1, x_2, $\cdots$, x_n의 평균을 m이라 하면 $2x_1+1$, $2x_2+1$, $\cdots$, $2x_n+1$의 평균은

$\frac{(2x_1+1)+(2x_2+1)+\cdots+(2x_n+1)}{n}$

$=2\times\frac{(x_1+x_2+\cdots+x_n)}{n}+1=2m+1$

(분산)$=\frac{1}{n}\{(2x_1+1-2m-1)^2+(2x_2+1-2m-1)^2$

$+\cdots+(2x_n+1-2m-1)^2\}$

$=4\times\frac{1}{n}\{(x_1-m)^2+(x_2-m)^2+\cdots+(x_n-m)^2\}$

$=4\times3^2=36$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{36}=6$

다른 풀이

x_1, x_2, x_3, $\cdots$, x_n의 표준편차가 3이므로 $2x_1+1$, $2x_2+1$, $2x_3+1$, $\cdots$, $2x_n+1$의 표준편차는 $2\times3=6$

53 답 ④

A, B 두 반 전체의 평균도 A, B 두 반 각각의 평균과 같으므로

(분산)$=\frac{20\times6^2+20\times4^2}{20+20}=\frac{1040}{40}=26$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{26}$(점)

54 답 ③

이 반 학생 전체의 평균도 남학생과 여학생 각각의 평균과 같으므로

(분산)$=\frac{30\times3+20\times2}{30+20}=\frac{130}{50}=2.6$

55 답 ③

a, b의 평균이 3이므로

$\frac{a+b}{2}=3$에서 $a+b=6$

a, b의 분산이 1이므로

$\frac{(a-3)^2+(b-3)^2}{2}=1$에서

$a^2+b^2=6(a+b)-16$

$=6\times6-16=20$

c, d의 평균이 5이므로

$\frac{c+d}{2}=5$에서 $c+d=10$

c, d의 분산이 4이므로

$\frac{(c-5)^2+(d-5)^2}{2}=4$에서

$c^2+d^2=10(c+d)-42$

$=10\times10-42=58$

$\therefore a+b+c+d=6+10=16$,

$a^2+b^2+c^2+d^2=20+58=78$

이때 (평균)$=\frac{a+b+c+d}{4}=\frac{16}{4}=4$이므로

(분산)$=\frac{(a-4)^2+(b-4)^2+(c-4)^2+(d-4)^2}{4}$

$=\frac{a^2+b^2+c^2+d^2-8(a+b+c+d)+64}{4}$

$=\frac{78-8\times16+64}{4}$

$=\frac{14}{4}=3.5$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{3.5}$

56 답 우진

기준이의 미술 수행 평가 점수의 분산을 구하면

(평균)$=\frac{15+16+17+14+13}{5}$

$=\frac{75}{5}=15$(점)

(분산)$=\frac{0^2+1^2+2^2+(-1)^2+(-2)^2}{5}$

$=\frac{10}{5}=2$

우진이의 미술 수행 평가 점수의 분산을 구하면

(평균)$=\frac{18+17+18+17+20}{5}=\frac{90}{5}=18$(점)

(분산)$=\frac{0^2+(-1)^2+0^2+(-1)^2+2^2}{5}=\frac{6}{5}=1.2$

따라서 우진이의 미술 수행 평가 점수의 분산이 기준이보다 작으므로 우진이의 성적이 더 고르다.

유형편 파워

57 답 ③

(A반의 평균)

$=\frac{1\times5+2\times6+3\times8+4\times6+5\times5}{30}$

$=\frac{90}{30}=3$(점)

(A반의 분산)

$=\frac{(-2)^2\times5+(-1)^2\times6+0^2\times8+1^2\times6+2^2\times5}{30}$

$=\frac{52}{30}=\frac{26}{15}$

(B반의 평균)

$=\frac{1\times4+2\times6+3\times10+4\times6+5\times4}{30}$

$=\frac{90}{30}=3$(점)

(B반의 분산)

$=\frac{(-2)^2\times4+(-1)^2\times6+0^2\times10+1^2\times6+2^2\times4}{30}$

$=\frac{44}{30}=\frac{22}{15}$

ㄱ. A, B 두 반의 평균은 3점으로 서로 같다.

ㄴ. 편차의 합은 항상 0이므로 A, B 두 반의 편차의 합은 서로 같다.

ㄷ. B반의 분산이 A반보다 작으므로 B반의 점수가 A반보다 더 고르다.

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄴ이다.

단원 마무리 P. 15~17

1 ⑤ **2** 41세 **3** ㄱ, ㄷ
4 14, 과정은 풀이 참조 **5** 중앙값, 16.5시간
6 ①, ④ **7** (1) $a=5$, $b=2$ (2) 3.1 **8** 9분
9 8 **10** 학생 B **11** 99점
12 과정은 풀이 참조 (1) 10 (2) $6\sqrt{10}$타/분
13 ④ **14** ②, ③ **15** ④ **16** ⑤
17 중앙값: 179 cm, 최빈값: 179 cm **18** 123
19 B회사

1 (평균)$=\frac{35+26+31+31+36+44+30+31+37+52}{10}$

$=\frac{353}{10}=35.3$(개)

$\therefore A=35.3$

중앙값은 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 5번째와 6번째 자료의 값의 평균이므로

(중앙값)$=\frac{31+35}{2}=33$(개) $\therefore B=33$

31개의 도수가 3으로 가장 크므로

(최빈값)$=31$개 $\therefore C=31$

$\therefore C<B<A$

2 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 14번째 자료의 값이 중앙값이므로

(중앙값)$=22$세

19세의 도수가 5로 가장 크므로

(최빈값)$=19$세

∴ (중앙값)+(최빈값)$=22+19=41$(세)

3 ㄱ. 도수가 6으로 가장 큰 계급의 계급값이 55 L이므로

(최빈값)$=55$ L

ㄴ. 중앙값은 10번째와 11번째 도수가 각각 속하는 계급의 계급값의 평균이므로

(중앙값)$=\frac{45+45}{2}=45$(L)

ㄷ. (평균)$=\frac{15\times1+25\times3+35\times5+45\times5+55\times6}{20}$

$=\frac{820}{20}=41$(L)

따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

4 평균이 8시간이므로

$\frac{8+8+7+x+8+7+12}{7}=8$에서

$x+50=56$

$\therefore x=6$ ⋯ (i)

또 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 4번째 자료의 값이 중앙값이므로

(중앙값)$=8$시간

$\therefore y=8$ ⋯ (ii)

$\therefore x+y=6+8=14$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) x의 값 구하기	40 %
(ii) y의 값 구하기	40 %
(iii) $x+y$의 값 구하기	20 %

5 53시간은 다른 자료의 값과 비교하여 극단적인 값이므로 평균은 자료의 중심 경향을 잘 나타내어 주지 못한다.

또 최빈값 11시간은 가장 작은 자료의 값이므로 자료의 중심 경향을 잘 나타내어 주지 못한다.

따라서 자료의 중심 경향을 잘 나타내어 주는 것은 중앙값이다.

중앙값은 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열할 때, 4번째와 5번째 자료의 값의 평균이므로

(중앙값)$=\frac{16+17}{2}=16.5$(시간)

6 ④ 자료의 개수가 짝수인 경우 중앙값은 자료에 없는 값일 수도 있다.

또 각 자료의 값의 도수가 모두 같으면 최빈값은 없다.

7 (1) $24+a+3+b=34$에서

$a+b=7$ $\cdots$ ㉠

평균이 2회이므로

$\dfrac{1\times24+3\times a+5\times3+7\times b}{34}=2$에서

$3a+7b=29$ $\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=5$, $b=2$

(2) (분산)$=\dfrac{(-1)^2\times24+1^2\times5+3^2\times3+5^2\times2}{34}$

$=\dfrac{106}{34}=3.11\cdots$

따라서 이 자료의 분산을 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 구하면 3.1이다.

8 (평균)$=\dfrac{25\times1+35\times3+45\times4+55\times2}{10}$

$=\dfrac{420}{10}=42$(분)

(분산)$=\dfrac{(-17)^2\times1+(-7)^2\times3+3^2\times4+13^2\times2}{10}$

$=\dfrac{810}{10}=81$

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{81}=9$(분)

9 편차의 합은 0이므로

$-5+x+y+0+(-1)=0$

$\therefore x+y=6$ $\cdots$ ㉠

표준편차가 $\sqrt{9.2}$점이므로

$\dfrac{(-5)^2+x^2+y^2+0^2+(-1)^2}{5}=(\sqrt{9.2})^2$에서

$x^2+y^2=20$ $\cdots$ ㉡

이때 $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$이고

이 식에 ㉠, ㉡을 각각 대입하면

$20=6^2-2xy$ $\therefore xy=8$

10 (학생 A의 평균)

$=\dfrac{8+4.5+8.5+5.5+6.5+7.5+5}{7}=\dfrac{45.5}{7}=6.5$(시간)

(학생 A의 분산)

$=\dfrac{1.5^2+(-2)^2+2^2+(-1)^2+0^2+1^2+(-1.5)^2}{7}$

$=\dfrac{14.5}{7}$

(학생 B의 평균)

$=\dfrac{5.5+6+6.5+7+7+6+7.5}{7}=\dfrac{45.5}{7}=6.5$(시간)

(학생 B의 분산)

$=\dfrac{(-1)^2+(-0.5)^2+0^2+0.5^2+0.5^2+(-0.5)^2+1^2}{7}$

$=\dfrac{3}{7}$

따라서 학생 B의 학습 시간의 분산이 학생 A보다 작으므로 학생 B의 학습 시간이 학생 A보다 더 고르다고 할 수 있다.

11 (세 번의 수학 시험 점수의 총합)$=87\times3=261$(점)

다음 번 수학 시험 점수를 x점이라 하면 전체 수학 시험 점수의 평균이 90점이 되어야 하므로

$\dfrac{261+x}{4}=90$, $261+x=360$

$\therefore x=99$(점)

따라서 다음 번 수학 시험에서 99점을 받아야 한다.

12 (1) 편차의 합은 0이므로

$(a-30)+(a+20)+a+(a-30)+(a-10)=0$

$5a-50=0$ $\therefore a=10$ $\cdots$ (i)

(2) (분산)$=\dfrac{(-20)^2+30^2+10^2+(-20)^2+0^2}{5}$

$=\dfrac{1800}{5}=360$ $\cdots$ (ii)

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{360}=6\sqrt{10}$(타/분) $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	40 %
(ii) 분산 구하기	40 %
(iii) 표준편차 구하기	20 %

13 평균이 4이므로

$\dfrac{a+b+1+3+5}{5}=4$에서 $a+b=11$ $\cdots$ ㉠

분산이 3.6이므로

$\dfrac{(a-4)^2+(b-4)^2+(-3)^2+(-1)^2+1^2}{5}=3.6$에서

$(a-4)^2+(b-4)^2=7$, $a^2+b^2-8(a+b)+32=7$

이 식에 ㉠을 대입하여 정리하면

$a^2+b^2=8\times11-25=63$

14 학생 4명의 점수를 각각 a점, b점, c점, d점이라 하고, 평균을 m점, 표준편차를 s점이라 하면

$\dfrac{a+b+c+d}{4}=m$에서 $a+b+c+d=4m$

$\dfrac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$

2점씩 감점된 점수는 각각 $(a-2)$점, $(b-2)$점, $(c-2)$점, $(d-2)$점이므로

(감점된 후의 평균)

$=\dfrac{(a-2)+(b-2)+(c-2)+(d-2)}{4}$

$=\dfrac{(a+b+c+d)-8}{4}$

$=\dfrac{4m-8}{4}=m-2$(점)

(감점된 후의 분산)

$=\dfrac{(a-m)^2+(b-m)^2+(c-m)^2+(d-m)^2}{4}=s^2$

$\therefore$ (감점된 후 표준편차)$=\sqrt{s^2}=s$(점)

따라서 학생 4명의 점수를 각각 2점씩 감점하면 평균은 2점 내려가고 표준편차는 변함없다.

15 (남학생의 (편차)^{2}의 합)$=25\times2^2=100$
여학생의 수학 성적의 표준편차를 x점이라 하면
(여학생의 (편차)^{2}의 합)$=15\times x^2=15x^2$
(전체 학생의 분산)$=\dfrac{100+15x^2}{25+15}=4^2$
$100+15x^2=640$
$15x^2=540$
$x^2=36$
그런데 $x>0$이므로
$x=6$(점)
따라서 여학생의 수학 성적의 표준편차는 6점이다.

16 (A의 평균)$=\dfrac{6+7+8+9+10}{5}=\dfrac{40}{5}=8$(점),
(B의 평균)$=\dfrac{7+7+8+9+9}{5}=\dfrac{40}{5}=8$(점),
(C의 평균)$=\dfrac{7+8+8+8+9}{5}=\dfrac{40}{5}=8$(점)
이므로 A, B, C 세 사람의 평균은 모두 8점으로 같다.
평균 8점에서 자료가 흩어져 있는 정도는 C$<$B$<$A이다.
따라서 표준편차가 작은 사람부터 차례로 나열하면 C, B, A 이다.

17 전학을 가기 전 농구 동아리 학생들의 키의 총합은
$181\times5=905$(cm)
새로운 학생이 들어온 후 농구 동아리 학생들의 키의 총합은
$182\times5=910$(cm)
이때 전학을 간 학생의 키가 174 cm이므로 새로운 학생의 키는
$174+(910-905)=179$(cm)
따라서 새로운 학생의 키는 원래 농구 동아리 학생들의 키의 중앙값, 최빈값과 같으므로 새로운 학생이 들어온 후 농구 동아리 학생들의 키의 중앙값과 최빈값은 모두 179 cm이다.

18 평균이 5이므로
$\dfrac{4x+4y+4z}{12}=5$에서
$x+y+z=15$ $\cdots$ ㉠
표준편차가 3이므로
$\dfrac{4(x-5)^2+4(y-5)^2+4(z-5)^2}{12}=3^2$
$(x-5)^2+(y-5)^2+(z-5)^2=27$
$x^2+y^2+z^2-10(x+y+z)+25\times3=27$
이 식에 ㉠을 대입하여 정리하면
$x^2+y^2+z^2=10\times15-75+27=102$
$\therefore$ (직육면체의 겉넓이)$=2xy+2yz+2zx$
$=(x+y+z)^2-(x^2+y^2+z^2)$
$=15^2-102$
$=123$

19 (A회사의 수익률의 평균)$=\dfrac{20+30+23+27+25}{5}$
$=\dfrac{125}{5}=25(\%)$
(A회사의 수익률의 분산)$=\dfrac{(-5)^2+5^2+(-2)^2+2^2+0^2}{5}$
$=\dfrac{58}{5}$
(B회사의 수익률의 평균)$=\dfrac{23+24+31+24+23}{5}$
$=\dfrac{125}{5}=25(\%)$
(B회사의 수익률의 분산)
$=\dfrac{(-2)^2+(-1)^2+6^2+(-1)^2+(-2)^2}{5}=\dfrac{46}{5}$
(C회사의 수익률의 평균)$=\dfrac{19+24+27+28+27}{5}$
$=\dfrac{125}{5}=25(\%)$
(C회사의 수익률의 분산)$=\dfrac{(-6)^2+(-1)^2+2^2+3^2+2^2}{5}$
$=\dfrac{54}{5}$
이때 B회사의 수익률의 분산이 가장 작으므로 수익률이 가장 안정적인 회사는 B회사이다.
따라서 B회사에 투자하는 것이 좋다.

유형 1~9 P. 20~27

1 답 (1) 10 (2) 15 (3) $3\sqrt{5}$ (4) 7

(1) $x=\sqrt{8^2+6^2}=10$

(2) $x=\sqrt{17^2-8^2}=15$

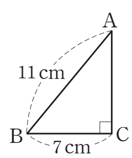
(3) $x=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}$

(4) $x=\sqrt{9^2-(4\sqrt{2})^2}=7$

2 답 ④

주어진 조건을 만족시키는 직각삼각형 ABC는 오른쪽 그림과 같으므로

$\overline{AC}=\sqrt{11^2-7^2}=6\sqrt{2}$(cm)



3 답 ③

$x^2+8^2=(x+4)^2$, $8x=48$

$\therefore x=6$

4 답 ③

$\overline{BC}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$(cm)

점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로

$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}$

$\therefore \overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}=2\sqrt{5}$(cm)

참고 직각삼각형의 빗변의 중점은 직각삼각형의 외심이다.

5 답 ③

$\overline{AB}=\overline{BC}=\sqrt{64}=8$(cm)

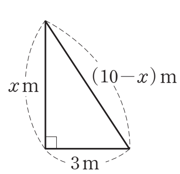
$\overline{CF}=\sqrt{49}=7$(cm)

따라서 △ABF에서

$\overline{AF}=\sqrt{(8+7)^2+8^2}=17$(cm)

6 답 $\frac{91}{20}$ m

오른쪽 그림과 같이 지면에서 대나무가 부러진 부분까지의 높이를 x m라 하면 부러진 부분에서 대나무의 끝 부분까지의 길이는 $(10-x)$ m이므로



$3^2+x^2=(10-x)^2$

$20x=91$ $\therefore x=\frac{91}{20}$(m)

7 답 (1) 17 (2) 25

(1) △ABD에서 $x=\sqrt{20^2-16^2}=12$

△ADC에서 $y=\sqrt{13^2-12^2}=5$

$\therefore x+y=12+5=17$

(2) △ADC에서 $x=\sqrt{10^2-6^2}=8$

△ABC에서 $y=\sqrt{(9+6)^2+8^2}=17$

$\therefore x+y=8+17=25$

8 답 8cm^2, 과정은 풀이 참조

△ABD에서 $\overline{AD}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)이므로 ··· (i)

△ADC에서 $\overline{CD}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-4^2}=4$(cm) ··· (ii)

$\therefore$ △ADC$=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{AD}$

$=\frac{1}{2}\times4\times4=8(\text{cm}^2)$ ··· (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AD}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{CD}$의 길이 구하기	40 %
(iii) △ADC의 넓이 구하기	20 %

9 답 ③

△ADC에서 $\overline{AD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$(cm)

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=5$cm

따라서 △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{(5+3)^2+4^2}=4\sqrt{5}$(cm)

10 답 $\sqrt{53}$

△AMC에서 $\overline{AC}=\sqrt{(4\sqrt{2})^2-(\sqrt{7})^2}=5$

$\overline{BC}=2\overline{CM}=2\sqrt{7}$

따라서 △ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{(2\sqrt{7})^2+5^2}=\sqrt{53}$

11 답 $3\sqrt{6}$cm

△ABC에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=x$cm라 하면

$x^2+x^2=6^2$, $x^2=18$

그런데 $x>0$이므로 $x=3\sqrt{2}$(cm)

$\therefore \overline{CD}=\overline{AB}=3\sqrt{2}$cm

따라서 △ACD에서

$\overline{AD}=\sqrt{6^2+(3\sqrt{2})^2}=3\sqrt{6}$(cm)

12 답 ②

$\overline{CD}=x$라 하면 △ADC에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2-x^2}$

따라서 △ABC에서 $(2+x)^2+(\sqrt{4^2-x^2})^2=5^2$

$4x=5$ $\therefore x=\frac{5}{4}$

13 답 $\frac{9\sqrt{5}}{2}$

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{15^2-9^2}=12$

$\overline{AD}$가 ∠A의 이등분선이므로 삼각형의 내각의 이등분선의 성질에 의해

$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{CD}$

즉, $\overline{BD}:\overline{CD}=15:9=5:3$이므로

$\overline{CD}=12\times\frac{3}{5+3}=\frac{9}{2}$

따라서 △ADC에서 $\overline{AD}=\sqrt{\left(\frac{9}{2}\right)^2+9^2}=\frac{9\sqrt{5}}{2}$

유형편 파워

14 답 (1) $\sqrt{6}$ (2) $2\sqrt{5}$

(1) $\overline{AC}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$

$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$

$\overline{AF}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\therefore\ x=\overline{AG}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}$

(2) $\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\overline{AD}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4$

$\therefore\ x=\overline{AF}=\sqrt{4^2+2^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

15 답 ④

$\overline{AC}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{5})^2+1^2}=\sqrt{6}$

$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{6})^2+1^2}=\sqrt{7}$

$\overline{AF}=\sqrt{(\sqrt{7})^2+1^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{AG}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{9}=3$

16 답 $6\sqrt{3}$cm

$\overline{AB}=x$cm라 하면

$\overline{AC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x(\text{cm})$

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=\sqrt{3}x(\text{cm})$

$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3}x)^2+x^2}=2x(\text{cm})$

$\overline{AF}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5}x(\text{cm})$

즉, $\sqrt{5}x=6\sqrt{15}$이므로

$x=\dfrac{6\sqrt{15}}{\sqrt{5}}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

17 답 $\sqrt{5}$

$\overline{AA_2}=\overline{AB_1}=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$

$\overline{AA_3}=\overline{AB_2}=\sqrt{(\sqrt{2})^2+1^2}=\sqrt{3}$

$\overline{AA_4}=\overline{AB_3}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=\sqrt{4}=2$

$\therefore\ \overline{AA_5}=\overline{AB_4}=\sqrt{2^2+1^2}=\sqrt{5}$

18 답 $4-2\sqrt{3}$

$\overline{OB}=\overline{OQ}=\sqrt{2^2+2^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$\overline{OC}=\overline{OR}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$

$\overline{OD}=\overline{OS}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=\sqrt{16}=4$

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{OD}-\overline{OC}=4-2\sqrt{3}$

19 답 6cm

$\overline{OA'}=x$cm라 하면

$\overline{OB}=\overline{OB'}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x(\text{cm})$

$\overline{OC}=\overline{OC'}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=\sqrt{3}x(\text{cm})$

즉, $\sqrt{3}x=6\sqrt{3}$이므로 $x=6(\text{cm})$

20 답 $24+4\sqrt{21}$, 과정은 풀이 참조

$\overline{BD}$를 그으면

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$ … (i)

$\triangle BCD$에서 $\overline{BC}=\sqrt{10^2-4^2}=2\sqrt{21}$ … (ii)

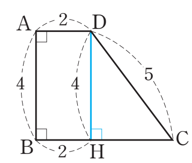
$\therefore\ \square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8+\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{21}\times 4$

$=24+4\sqrt{21}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BD}$의 길이 구하기	35 %
(ii) $\overline{BC}$의 길이 구하기	35 %
(iii) $\square ABCD$의 넓이 구하기	30 %

21 답 ①



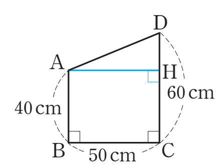
오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\triangle DHC$에서

$\overline{HC}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=2+3=5$

22 답 $10\sqrt{29}$cm



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\overline{BC}=50$cm

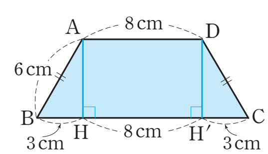
$\overline{DH}=\overline{DC}-\overline{HC}$

$=60-40=20(\text{cm})$

따라서 $\triangle AHD$에서

$\overline{AD}=\sqrt{50^2+20^2}=10\sqrt{29}(\text{cm})$

23 답 $33\sqrt{3}\text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

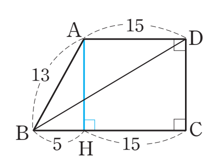
$\overline{BH}=\overline{CH'}=\dfrac{1}{2}\times(14-8)$

$=3(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \square ABCD=\dfrac{1}{2}\times(8+14)\times 3\sqrt{3}=33\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

24 답 $4\sqrt{34}$



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

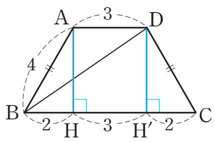
$\overline{BH}=20-15=5$

$\triangle ABH$에서 $\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

$\therefore\ \overline{DC}=\overline{AH}=12$

따라서 $\triangle DBC$에서 $\overline{BD}=\sqrt{20^2+12^2}=4\sqrt{34}$

25 답 ①



오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면

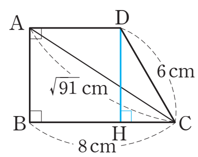
$\overline{BH}=\overline{CH'}=\frac{1}{2}\times(7-3)=2$

△DH′C에서 $\overline{DH'}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$

따라서 △DBH′에서

$\overline{BD}=\sqrt{(2+3)^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{37}$

26 답 ③



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

△ABC에서

$\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{91})^2-8^2}=3\sqrt{3}$(cm)

$\therefore$ $\overline{DH}=\overline{AB}=3\sqrt{3}$ cm

따라서 △DHC에서 $\overline{HC}=\sqrt{6^2-(3\sqrt{3})^2}=3$(cm)

$\therefore$ $\overline{AD}=\overline{BH}=\overline{BC}-\overline{HC}=8-3=5$(cm)

27 답 ⑤

④, ⑤ □ABCD=4△AEH+□EFGH이므로

$(a+b)^2=4\times\frac{1}{2}ab+c^2$ $\quad\therefore a^2+b^2=c^2$

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

28 답 169 cm^2

□EFGH는 정사각형이고

△AEH에서 $\overline{EH}=\sqrt{5^2+12^2}=13$(cm)

$\therefore$ □EFGH$=13^2=169$(cm^2)

29 답 ②

□ABCD는 정사각형이고

△AFB에서 $\overline{AB}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{16}=4$

$\therefore$ (□ABCD의 둘레의 길이)$=4\overline{AB}=4\times4=16$

30 답 $(12+6\sqrt{3})$ cm^2, 과정은 풀이 참조

□EFGH는 정사각형이므로

$\overline{EH}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}$(cm) … (i)

△AEH에서 $\overline{AE}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-3^2}=\sqrt{3}$(cm) … (ii)

따라서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $(3+\sqrt{3})$ cm이므로

□ABCD$=(3+\sqrt{3})^2=12+6\sqrt{3}$(cm^2) … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{EH}$의 길이 구하기	35 %
(ii) $\overline{AE}$의 길이 구하기	35 %
(iii) □ABCD의 넓이 구하기	30 %

31 답 $2\sqrt{26}$

□EFGH는 정사각형이고

$\overline{AH}=10-6=4$이므로

△AEH에서 $\overline{EH}=\sqrt{6^2+4^2}=2\sqrt{13}$

□EFGH는 정사각형이므로 $\overline{HG}=\overline{EH}=2\sqrt{13}$

따라서 △HEG에서 $\overline{EG}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2+(2\sqrt{13})^2}=2\sqrt{26}$

다른 풀이

점 E에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 P라 하면

$\overline{EP}=10$, $\overline{PG}=6-4=2$

따라서 △EPG에서 $\overline{EG}=\sqrt{10^2+2^2}=2\sqrt{26}$

32 답 ②

□ABCD는 정사각형이므로 $\overline{AB}=\sqrt{64}=8$(cm)

□EFGH는 정사각형이므로 $\overline{EF}=\sqrt{34}$ cm

$\overline{BF}=x$ cm라 하면 $\overline{BE}=(8-x)$ cm이므로

△EBF에서 $x^2+(8-x)^2=(\sqrt{34})^2$

$x^2-8x+15=0$, $(x-3)(x-5)=0$

이때 $\overline{BE}>\overline{BF}$에서 $8-x>x$, 즉 $x<4$이므로

$x=\overline{BF}=3$(cm)

33 답 ⑤

① $\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}=\overline{HE}$이고 네 내각의 크기는 모두 90°이므로 □EFGH는 정사각형이다.

② △ABE에서 $\overline{BE}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}$

③ $\overline{AH}=\overline{BE}=\sqrt{7}$, $\overline{DH}=\overline{AE}=3$이므로

△AHD$=\frac{1}{2}\times\sqrt{7}\times3=\frac{3\sqrt{7}}{2}$

④, ⑤ $\overline{EF}=\overline{BF}-\overline{BE}=3-\sqrt{7}$이므로

□EFGH$=\overline{EF}^2=(3-\sqrt{7})^2=16-6\sqrt{7}$

$\frac{1}{8}$□ABCD$=\frac{1}{8}\overline{AB}^2=\frac{1}{8}\times4^2=2$

$\therefore$ □EFGH$\neq\frac{1}{8}$□ABCD

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

34 답 4 cm^2

$\overline{DH}=\overline{AE}=6$ cm이므로

△AHD에서 $\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=8$(cm)

$\therefore$ $\overline{EH}=8-6=2$(cm)

□EFGH는 정사각형이므로

□EFGH$=2^2=4$(cm^2)

35 답 ④

□ABCD는 정사각형이므로

$\overline{AB}=\sqrt{169}=13$(cm)

△ABH에서 $\overline{BH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)

이때 $\overline{BE}=\overline{AH}=5$ cm이므로

$\overline{EH}=12-5=7$(cm)

□EFGH는 정사각형이므로

(□EFGH의 둘레의 길이)$=4\overline{EH}=4\times7=28$(cm)

36 답 ③

① $\triangle ABF \equiv \triangle EBC$ (SAS 합동)

②, ⑤ $\square BFML = \square ADEB$이고

$\triangle BFL = \frac{1}{2}\square BFML$, $\triangle EBA = \frac{1}{2}\square ADEB$이므로

$\triangle BFL = \triangle EBA$

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

37 답 (1) $144\,cm^2$ (2) $30\,cm^2$

(1) (정사각형 P의 넓이)$=169-25=144(cm^2)$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{144}=12(cm)$, $\overline{AC}=\sqrt{25}=5(cm)$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 5=30(cm^2)$

38 답 $9\,cm^2$, $25\,cm^2$

$\overline{AB}=\sqrt{16}=4(cm)$이므로

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 4\times \overline{AC}=6$ $\quad\therefore \overline{AC}=3(cm)$

$\therefore$ (정사각형 Q의 넓이)$=3^2=9(cm^2)$,

(정사각형 R의 넓이)$=16+9=25(cm^2)$

39 답 $8\,cm^2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=4(cm)$이므로

$\square ADEB=4^2=16(cm^2)$

$\therefore \triangle ABF=\triangle EBC=\triangle EBA=\frac{1}{2}\square ADEB$

$=\frac{1}{2}\times 16=8(cm^2)$

40 답 $72\,cm^2$, 과정은 풀이 참조

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{13^2-5^2}=12(cm)$이므로 $\cdots$ (i)

$\square BDGF=\overline{AB}^2=12^2=144(cm^2)$ $\cdots$ (ii)

$\therefore \triangle FDG=\frac{1}{2}\square BDGF$

$=\frac{1}{2}\times 144=72(cm^2)$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$의 길이 구하기	35 %
(ii) $\square BDGF$의 넓이 구하기	35 %
(iii) $\triangle FDG$의 넓이 구하기	30 %

41 답 $\frac{32}{5}$ cm

$\overline{BC}=\overline{BF}=10\,cm$이므로

$\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=\sqrt{10^2-6^2}=8(cm)$

이때 $\square BFML=\square ADEB=8^2=64(cm^2)$이므로

$10\times\overline{BL}=64$ $\quad\therefore \overline{BL}=\frac{32}{5}(cm)$

42 답 (가) $\frac{1}{2}(a+b)^2$, (나) $\frac{1}{2}c^2$

(가) $\square ABDE$는 사다리꼴이므로

$\square ABDE=\frac{1}{2}(a+b)(a+b)=\frac{1}{2}(a+b)^2$

(나) $\triangle ACE$는 직각이등변삼각형이므로 $\triangle ACE=\frac{1}{2}c^2$

43 답 ④

$\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로

$\overline{BC}=\overline{DE}=3\,cm$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}(cm)$

따라서 $\overline{CE}=\overline{AC}=\sqrt{34}\,cm$, $\angle ACE=90°$이므로

$\triangle ACE=\frac{1}{2}\times\sqrt{34}\times\sqrt{34}=17(cm^2)$

44 답 $50\,cm^2$

$\triangle ABC\equiv\triangle CDE$에서 $\overline{AC}=\overline{CE}$, $\angle ACE=90°$이므로

$\triangle ACE$는 직각이등변삼각형이다.

$\triangle ACE=\frac{1}{2}\overline{AC}^2=26$이므로 $\overline{AC}^2=52$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=\sqrt{52}=2\sqrt{13}(cm)$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-4^2}=6(cm)$

$\therefore \square ABDE=\frac{1}{2}\times(4+6)\times(6+4)=50(cm^2)$

45 답 ③, ④

③ $2^2+3^2\neq 4^2$

④ $(\sqrt{3})^2+(\sqrt{7})^2\neq(\sqrt{15})^2$

따라서 직각삼각형이 아닌 것은 ③, ④이다.

46 답 15

$x+2$가 가장 긴 변의 길이이므로

$15^2+(x-7)^2=(x+2)^2$

$18x=270$ $\quad\therefore x=15$

47 답 12

$x+3$이 가장 긴 변의 길이이므로

$(x-3)^2+x^2=(x+3)^2$

$x^2-12x=0$, $x(x-12)=0$

그런데 $x-3>0$에서 $x>3$이므로 $x=12$

48 답 3, $\sqrt{41}$

(i) x가 가장 긴 변의 길이일 때,

$x^2=4^2+5^2=41$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{41}$

(ii) 5가 가장 긴 변의 길이일 때,

$x^2+4^2=5^2$, $x^2=9$

그런데 $x>0$이므로 $x=3$

따라서 (i), (ii)에 의해 x의 값은 3, $\sqrt{41}$

유형 10~18 P. 27~32

49 답 ③

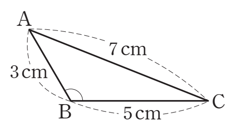
① $5^2=3^2+4^2$ (직각삼각형)
② $13^2=5^2+12^2$ (직각삼각형)
③ $9^2<6^2+7^2$ (예각삼각형)
④ $14^2>7^2+8^2$ (둔각삼각형)
⑤ $20^2=12^2+16^2$ (직각삼각형)

50 답 ②

ㄴ. $(\sqrt{37})^2>4^2+(2\sqrt{5})^2$
ㄹ. $16^2>9^2+11^2$
따라서 둔각삼각형은 ㄴ, ㄹ의 2개이다.

51 답 ④

$7^2>3^2+5^2$이므로
$\triangle ABC$는 오른쪽 그림과 같이
$\angle B>90°$인 둔각삼각형이다.



52 답 (1) $4<a<5$ (2) $2<a<4$

삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서
$5-3<a<3+5$ $\quad\therefore 2<a<8$
이때 $0<a<5$이므로 $2<a<5$ $\quad\cdots$ ㉠
(1) 예각삼각형이 되려면
$5^2<3^2+a^2$, $a^2>16$
이때 $a>0$이므로 $a>4$ $\quad\cdots$ ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서 $4<a<5$
(2) 둔각삼각형이 되려면
$5^2>3^2+a^2$, $a^2<16$
이때 $a>0$이므로 $0<a<4$ $\quad\cdots$ ㉢
따라서 ㉠, ㉢에서 $2<a<4$

53 답 $5<x<\sqrt{29}$, 과정은 풀이 참조

삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서
$5-2<x<2+5$ $\quad\therefore 3<x<7$
이때 $x>5$이므로 $5<x<7$ $\quad\cdots$ ㉠ $\quad\cdots$ (i)
$\angle C<90°$이므로 예각삼각형이 되려면
$x^2<5^2+2^2$, $x^2<29$
이때 $x>0$이므로 $0<x<\sqrt{29}$ $\quad\cdots$ ㉡ $\quad\cdots$ (ii)
따라서 ㉠, ㉡에서 $5<x<\sqrt{29}$ $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계를 이용하여 x의 값의 범위 구하기	40 %
(ii) 삼각형의 변과 각 사이의 관계를 이용하여 x의 값의 범위 구하기	40 %
(iii) x의 값의 범위 구하기	20 %

54 답 $4<a<4\sqrt{3}$ 또는 $4\sqrt{5}<a<12$

삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서
$8-4<a<8+4$ $\quad\therefore 4<a<12$ $\quad\cdots$ ㉠
(i) a가 가장 긴 변의 길이일 때, 즉 $a>8$일 때,
둔각삼각형이 되려면 $a^2>4^2+8^2$, $a^2>80$
이때 $a>0$이므로 $a>4\sqrt{5}$ $\quad\cdots$ ㉡
즉, ㉠, ㉡에서 $4\sqrt{5}<a<12$
(ii) 8이 가장 긴 변의 길이일 때, 즉 $a<8$일 때,
둔각삼각형이 되려면 $8^2>4^2+a^2$, $a^2<48$
이때 $a>0$이므로 $0<a<4\sqrt{3}$ $\quad\cdots$ ㉢
즉, ㉠, ㉢에서 $4<a<4\sqrt{3}$
따라서 (i), (ii)에 의해 $4<a<4\sqrt{3}$ 또는 $4\sqrt{5}<a<12$

55 답 $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

$\overline{BC}^2=\overline{BH}\times\overline{AB}$이므로 $4^2=2\sqrt{3}\times(2\sqrt{3}+\overline{AH})$
$2\sqrt{3}\,\overline{AH}=4$ $\quad\therefore \overline{AH}=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

56 답 14

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이고
$\overline{AB}^2=\overline{BH}\times\overline{BC}$이므로 $6^2=x\times10$ $\quad\therefore x=\dfrac{18}{5}$
$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{BC}$이므로 $8^2=y\times10$ $\quad\therefore y=\dfrac{32}{5}$
$\therefore 5(y-x)=5\times\left(\dfrac{32}{5}-\dfrac{18}{5}\right)=5\times\dfrac{14}{5}=14$

57 답 $\sqrt{70}$

$\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로 $(3\sqrt{5})^2=9\times\overline{CH}$
$\therefore \overline{CH}=5$
따라서 $\triangle AHC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{5^2+(3\sqrt{5})^2}=\sqrt{70}$

58 답 $8\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{BC}$이므로 $4^2=2\times\overline{BC}$
$\therefore \overline{BC}=8(\text{cm})$
$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times2\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

59 답 ⑤

$\triangle ABC$에서 $\overline{AH}^2=\overline{BH}\times\overline{CH}$이므로 $\overline{AH}^2=8\times2=16$
그런데 $\overline{AH}>0$이므로 $\overline{AH}=4(\text{cm})$
점 M은 직각삼각형 ABC의 외심이므로
$\overline{AM}=\overline{BM}=\overline{CM}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}$
$=\dfrac{1}{2}\times(8+2)=5(\text{cm})$
$\triangle AMH$에서 $\overline{AH}^2=\overline{AQ}\times\overline{AM}$이므로
$4^2=\overline{AQ}\times5$ $\quad\therefore \overline{AQ}=\dfrac{16}{5}=3.2(\text{cm})$

60 답 $\frac{60}{13}$

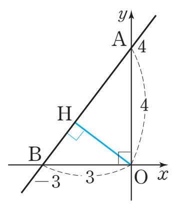
$\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=13$이고

$\overline{AB}\times\overline{AC}=\overline{BC}\times\overline{AH}$이므로

$12\times5=13\times\overline{AH}\qquad\therefore\ \overline{AH}=\frac{60}{13}$

61 답 $\frac{12}{5}$

오른쪽 그림과 같이 원점 O에서 직선 $y=\frac{4}{3}x+4$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



이때 직선의 x절편은 -3, y절편은 4이므로 $\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

따라서 $\triangle$ABO에서 $\overline{OA}\times\overline{OB}=\overline{AB}\times\overline{OH}$이므로

$4\times3=5\times\overline{OH}\qquad\therefore\ \overline{OH}=\frac{12}{5}$

62 답 ②

$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로

$6^2+8^2=\overline{DE}^2+9^2$, $\overline{DE}^2=19$

그런데 $\overline{DE}>0$이므로 $\overline{DE}=\sqrt{19}$(cm)

63 답 63, 과정은 풀이 참조

$\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{9^2+12^2}=15$ $\cdots$ (i)

$\overline{AE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{AC}^2$이므로

$(9\sqrt{2})^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+15^2$

$\therefore\ \overline{CD}^2-\overline{DE}^2=225-162=63$ $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{CD}^2-\overline{DE}^2$의 값 구하기	60 %

64 답 125

두 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{BC}=2\overline{MN}=2\times5=10$

$\therefore\ \overline{BN}^2+\overline{CM}^2=\overline{MN}^2+\overline{BC}^2=5^2+10^2=125$

65 답 ⑤

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$4^2+5^2=\overline{AD}^2+6^2$, $\overline{AD}^2=5$

그런데 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=\sqrt{5}$(cm)

66 답 28

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$8^2+y^2=x^2+6^2$

$\therefore\ x^2-y^2=64-36=28$

67 답 ②

$\triangle$AHD에서 $\overline{AD}=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$

$\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\overline{AB}^2+(\sqrt{6})^2=(\sqrt{5})^2+3^2$, $\overline{AB}^2=8$

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=2\sqrt{2}$

68 답 ④

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$5^2+(2\sqrt{10})^2=(\sqrt{11})^2+\overline{DP}^2$, $\overline{DP}^2=54$

그런데 $\overline{DP}>0$이므로 $\overline{DP}=3\sqrt{6}$

69 답 ①

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로

$(\sqrt{3})^2+\overline{CP}^2=(2\sqrt{3})^2+\overline{DP}^2$

$\therefore\ \overline{CP}^2-\overline{DP}^2=12-3=9$

70 답 72초

학교에서 나무 B까지의 거리를 x m라 하면

□ABCD가 직사각형이므로

$\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$에서

$40^2+70^2=x^2+(20\sqrt{10})^2$, $x^2=2500$

그런데 $x>0$이므로 $x=50$(m)

따라서 학교에서 나무 B까지의 거리는 50 m, 즉 0.05 km이므로 학교에서 출발하여 시속 2.5 km로 걸어서 나무 B까지 가는 데 걸리는 시간은

$\frac{0.05}{2.5}=0.02$(시간)$=1.2$(분)$=72$(초)

71 답 ②

$R=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{12}{2}\right)^2=18\pi(\text{cm}^2)$

$P+Q=R$이므로

$P+Q+R=2R=2\times18\pi=36\pi(\text{cm}^2)$

72 답 8 cm, 과정은 풀이 참조

$P+R=Q$이므로

$R=Q-P=\frac{25}{2}\pi-\frac{9}{2}\pi=8\pi(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (i)

즉, $\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{\overline{AC}}{2}\right)^2=8\pi$에서 $\cdots$ (ii)

$\overline{AC}^2=64$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=8$(cm) $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) R의 값 구하기	50 %
(ii) $\overline{AC}$의 길이를 구하는 식 세우기	30 %
(iii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %

73 답 $17\pi\,\text{cm}^2$

$\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$를 각각 지름으로 하는 반원의 넓이를 P, Q, R라 하면 $P=Q+R$이고

$R=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{8}{2}\right)^2=8\pi(\text{cm}^2)$이므로

$Q=P-R=25\pi-8\pi=17\pi(\text{cm}^2)$

74 답 ③

(색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC=\frac{1}{2}\times24\times10=120(\text{cm}^2)$

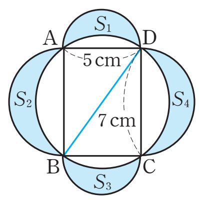
75 답 $10\,\text{cm}$

$\triangle ABC=$(색칠한 부분의 넓이)$=24\,\text{cm}^2$이므로

$\frac{1}{2}\times8\times\overline{AC}=24\qquad\therefore\ \overline{AC}=6(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=10(\text{cm})$

76 답 $35\,\text{cm}^2$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle ABD$, $\triangle BCD$는 직각삼각형이므로

$S_1+S_2=\triangle ABD$

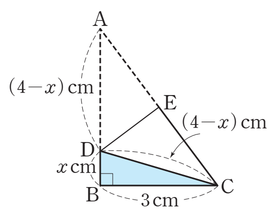
$S_3+S_4=\triangle BCD$

$\therefore\ S_1+S_2+S_3+S_4$

$=\triangle ABD+\triangle BCD=\square ABCD$

$=5\times7=35(\text{cm}^2)$

77 답 $\frac{7}{8}\,\text{cm}$



$\overline{BD}=x\,\text{cm}$라 하면

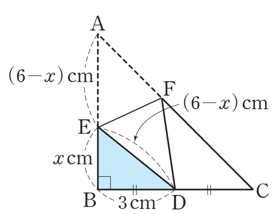
$\overline{CD}=\overline{AD}=(4-x)\,\text{cm}$

따라서 $\triangle DBC$에서

$3^2+x^2=(4-x)^2$

$8x=7\qquad\therefore\ x=\frac{7}{8}(\text{cm})$

78 답 $\frac{9}{4}\,\text{cm}$



$\overline{BE}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{DE}=\overline{AE}=(6-x)\,\text{cm}$이고

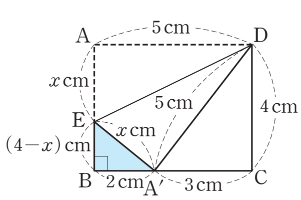
$\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times6=3(\text{cm})$

따라서 $\triangle EBD$에서

$3^2+x^2=(6-x)^2$

$12x=27\qquad\therefore\ x=\frac{9}{4}(\text{cm})$

79 답 $\frac{5}{2}\,\text{cm}$



$\overline{A'D}=\overline{AD}=5\,\text{cm}$,

$\overline{CD}=\overline{AB}=4\,\text{cm}$

이므로 $\triangle DA'C$에서

$\overline{A'C}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BA'}=5-3=2(\text{cm})$

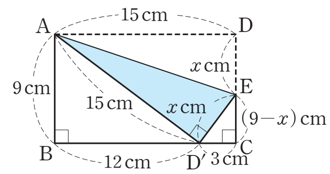
$\overline{A'E}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AE}=x\,\text{cm}$이므로 $\overline{BE}=(4-x)\,\text{cm}$

따라서 $\triangle EBA'$에서 $2^2+(4-x)^2=x^2$

$8x=20\qquad\therefore\ x=\frac{5}{2}(\text{cm})$

80 답 $\frac{75}{2}\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조



$\triangle ABD'$에서

$\overline{AD'}=\overline{AD}=15\,\text{cm}$

이므로

$\overline{BD'}=\sqrt{15^2-9^2}$

$=12(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{D'C}=15-12$

$=3(\text{cm})$ … (i)

$\overline{D'E}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{DE}=x\,\text{cm}$이므로 $\overline{CE}=(9-x)\,\text{cm}$ … (ii)

따라서 $\triangle ED'C$에서 $3^2+(9-x)^2=x^2$

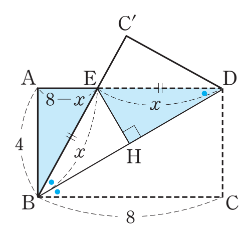
$18x=90\qquad\therefore\ x=5(\text{cm})$ … (iii)

$\therefore\ \triangle AD'E=\frac{1}{2}\times15\times5=\frac{75}{2}(\text{cm}^2)$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{D'C}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{D'E}$, $\overline{CE}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타내기	30 %
(iii) x의 값 구하기	30 %
(iv) $\triangle AD'E$의 넓이 구하기	20 %

81 답 (1) 5 (2) $\sqrt{5}$

$\triangle EBD$는 이등변삼각형이므로 $\overline{BE}=\overline{DE}$



(1) $\overline{DE}=x$라 하면

$\overline{BE}=x$, $\overline{AE}=8-x$

따라서 $\triangle ABE$에서

$4^2+(8-x)^2=x^2$

$16x=80\qquad\therefore\ x=5$

(2) $\triangle BCD$에서

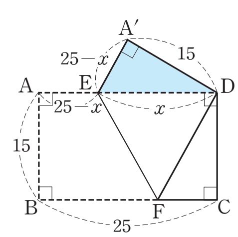
$\overline{BD}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}$이므로

$\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{5}=2\sqrt{5}$

따라서 $\triangle EHD$에서

$\overline{EH}=\sqrt{5^2-(2\sqrt{5})^2}=\sqrt{5}$

82 답 ①



$\overline{A'D}=\overline{AB}=15$

$\overline{DE}=x$라 하면

$\overline{A'E}=\overline{AE}=25-x$

따라서 $\triangle A'ED$에서

$(25-x)^2+15^2=x^2$

$50x=850\qquad\therefore\ x=17$

단원 마무리 P. 33~35

1 $\frac{25}{2}\pi-24$ **2** ① **3** $3\,\text{cm}^2$ **4** 26
5 ② **6** 7 cm **7** ② **8** ③, ④ **9** ②
10 4, 과정은 풀이 참조 **11** ④ **12** $10\sqrt{5}$
13 10 cm, 과정은 풀이 참조 **14** $\sqrt{33}<x<7$
15 $\frac{5}{2}$ **16** ③ **17** $5\sqrt{3}$ **18** $\frac{12}{5}\,\text{cm}^2$
19 $\sqrt{17}$ **20** $\frac{11}{4}\,\text{cm}$ **21** $\frac{2}{3}$ **22** $2\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

1 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{8^2+6^2}=10$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times\left(\frac{10}{2}\right)^2-\frac{1}{2}\times8\times6$

$=\frac{25}{2}\pi-24$

2 $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{5^2+5^2}=5\sqrt{2}$

$\triangle$ACD에서 $\overline{CD}=\sqrt{(3\sqrt{11})^2-(5\sqrt{2})^2}=7$

3 $\overline{AB}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AC}=\sqrt{x^2+x^2}=\sqrt{2}x(\text{cm})$

$\overline{AD}=\sqrt{(\sqrt{2}x)^2+x^2}=\sqrt{3}x(\text{cm})$

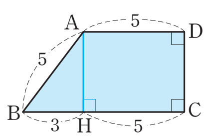
$\overline{AE}=\sqrt{(\sqrt{3}x)^2+x^2}=2x(\text{cm})$

$\overline{AF}=\sqrt{(2x)^2+x^2}=\sqrt{5}x(\text{cm})$

즉, $\sqrt{5}x=\sqrt{15}$이므로 $x=\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle\text{AFE}=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times2\sqrt{3}=3(\text{cm}^2)$

4 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=8-5=3$

따라서 $\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{5^2-3^2}=4$

$\therefore \square\text{ABCD}=\frac{1}{2}\times(5+8)\times4=26$

5 $\triangle$ABE에서

$\overline{BE}=\sqrt{(3\sqrt{5})^2-6^2}=3$이므로

$\overline{EH}=6-3=3$

그런데 $\square$EFGH는 정사각형이므로

$\square\text{EFGH}=3^2=9$

6 $\square\text{ACHI}=16+33=49(\text{cm}^2)$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{49}=7(\text{cm})$

7 $a+2$가 가장 긴 변의 길이이므로

$a^2+(a+1)^2=(a+2)^2$

$a^2-2a-3=0,\ (a+1)(a-3)=0$

그런데 $a>0$이므로 $a=3$

8 ① $(\sqrt{10})^2>(\sqrt{3})^2+2^2$ (둔각삼각형)

② $(\sqrt{7})^2<2^2+(\sqrt{5})^2$ (예각삼각형)

③ $5^2>3^2+3^2$ (둔각삼각형)

④ $(\sqrt{74})^2=5^2+7^2$ (직각삼각형)

⑤ $9^2<6^2+8^2$ (예각삼각형)

9 $\triangle$ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{15^2-12^2}=9$

$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{BC}$이므로 $9^2=\overline{CH}\times15$ $\therefore \overline{CH}=\frac{27}{5}$

$\therefore \overline{AC}-\overline{CH}=9-\frac{27}{5}=\frac{18}{5}$

10 $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$이므로

$6^2+8^2=\overline{AD}^2+(4\sqrt{5})^2,\ \overline{AD}^2=20$

그런데 $\overline{AD}>0$이므로 $\overline{AD}=2\sqrt{5}$ ⋯ (i)

따라서 $\triangle$AHD에서

$\overline{DH}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4$ ⋯ (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AD}$의 길이 구하기	60 %
(ii) $\overline{DH}$의 길이 구하기	40 %

11 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle\text{ABC}=\frac{1}{2}\times4\times3=6(\text{cm}^2)$

12 점 G는 $\triangle$ABC의 무게중심이므로

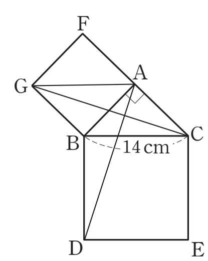
$\overline{AD}=\frac{3}{2}\overline{AG}=\frac{3}{2}\times10=15$

점 D는 직각삼각형의 외심이므로

$\overline{BD}=\overline{CD}=\overline{AD}=15$ $\therefore \overline{BC}=2\overline{BD}=2\times15=30$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{30^2-20^2}=10\sqrt{5}$

13 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형 AFGB를 그리면



$\triangle\text{ABD}=\triangle\text{GBC}$

$=\triangle\text{GBA}$

$=\frac{1}{2}\square\text{AFGB}$

이므로

$\square\text{AFGB}=2\triangle\text{ABD}$

$=2\times48=96(\text{cm}^2)$ ⋯ (i)

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{96}=4\sqrt{6}(\text{cm})$ ⋯ (ii)

따라서 $\triangle$ABC에서

$\overline{AC}=\sqrt{14^2-(4\sqrt{6})^2}=10(\text{cm})$ ⋯ (iii)

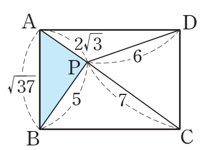
채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %

14 삼각형의 세 변의 길이 사이의 관계에서
$7-4<x<4+7 \quad \therefore 3<x<11$
이때 $0<x<7$이므로 $3<x<7 \quad \cdots ㉠$
예각삼각형이 되려면 $7^2<4^2+x^2$, $x^2>33$
이때 $x>0$이므로 $x>\sqrt{33} \quad \cdots ㉡$
따라서 ㉠, ㉡에서 $\sqrt{33}<x<7$

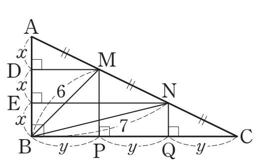
15 $\overline{AC}=3k$, $\overline{BC}=4k(k>0)$라 하면
$\overline{AB}=\sqrt{(4k)^2+(3k)^2}=5k$
$\overline{AC}\times\overline{BC}=\overline{AB}\times\overline{CH}$이므로
$3k\times4k=5k\times2 \quad \therefore 3k=\frac{10k}{4k}=\frac{5}{2}$
$\therefore \overline{AC}=3k=\frac{5}{2}$

16 $\overline{DE}$를 그으면 $\triangle ADE$에서 $\overline{DE}=\sqrt{4^2+3^2}=5$
$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{(4+6)^2+3^2}=\sqrt{109}$
$\overline{BE}^2+\overline{CD}^2=\overline{DE}^2+\overline{BC}^2$이므로
$(\sqrt{109})^2+\overline{CD}^2=5^2+\overline{BC}^2$
$\therefore \overline{BC}^2-\overline{CD}^2=109-25=84$

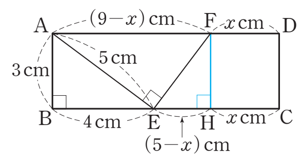
17 $\overline{AP}^2+\overline{CP}^2=\overline{BP}^2+\overline{DP}^2$이므로
$(2\sqrt{3})^2+7^2=\overline{BP}^2+6^2$, $\overline{BP}^2=25$
그런데 $\overline{BP}>0$이므로 $\overline{BP}=5$
이때 $\triangle ABP$에서
$(\sqrt{37})^2=(2\sqrt{3})^2+5^2$이므로
$\triangle ABP$는 $\angle APB=90°$인 직각삼각형이다.
$\therefore \triangle ABP=\frac{1}{2}\times\overline{BP}\times\overline{AP}=\frac{1}{2}\times5\times2\sqrt{3}=5\sqrt{3}$



18 $\overline{AF}=x$ cm라 하면 $\overline{DF}=(5-x)$ cm
$\triangle FBD$는 이등변삼각형이므로
$\overline{BF}=\overline{DF}=(5-x)$ cm
$\triangle ABF$에서 $3^2+x^2=(5-x)^2$
$10x=16 \quad \therefore x=\frac{8}{5}$(cm)
$\therefore \triangle ABF=\frac{1}{2}\times3\times\frac{8}{5}=\frac{12}{5}$(cm^2)

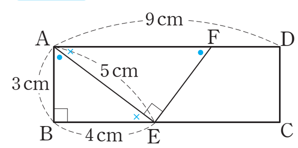
19


위의 그림과 같이 두 점 M, N에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 하고, $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 P, Q라 하자.
$\triangle BPM$에서 $(2x)^2+y^2=6^2 \quad \cdots ㉠$
$\triangle BQN$에서 $x^2+(2y)^2=7^2 \quad \cdots ㉡$
㉠, ㉡을 변끼리 더하면 $5x^2+5y^2=85$
$\therefore x^2+y^2=17$
$\therefore \overline{MN}=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{17}$

20


$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)이므로
$\overline{EC}=9-4=5$(cm)
위의 그림과 같이 점 F에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{DF}=\overline{CH}=x$ cm라 하면
$\overline{AF}=(9-x)$ cm, $\overline{EH}=(5-x)$ cm
$\triangle AEF$에서 $\overline{EF}^2=(9-x)^2-5^2 \quad \cdots ㉠$
$\triangle EHF$에서 $\overline{EF}^2=(5-x)^2+3^2 \quad \cdots ㉡$
㉠=㉡이므로 $(9-x)^2-5^2=(5-x)^2+3^2$
$8x=22 \quad \therefore x=\frac{11}{4}$(cm)

다른 풀이



$\triangle ABE$에서 $\overline{BE}=\sqrt{5^2-3^2}=4$(cm)
$\triangle ABE \backsim \triangle FEA$ (AA 닮음)이므로
$4:5=5:\overline{AF} \quad \therefore \overline{AF}=\frac{25}{4}$(cm)
$\therefore \overline{DF}=\overline{AD}-\overline{AF}=9-\frac{25}{4}=\frac{11}{4}$(cm)

21 삼각형을 만들 수 있는 종이띠의 길이를 순서쌍으로 나타내면
(5, 6, 8), (5, 6, 9), (5, 8, 9), (5, 8, 12),
(5, 9, 12), (6, 8, 9), (6, 8, 12), (6, 9, 12),
(8, 9, 12)의 9가지이고
이 중 둔각삼각형이 되는 경우는
(5, 6, 8), (5, 6, 9), (5, 8, 12), (5, 9, 12),
(6, 8, 12), (6, 9, 12)의 6가지이므로
구하는 확률은 $\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$

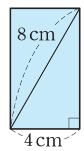
22 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2+4^2}=8$(cm)이므로
$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)
$\overline{AC}^2=\overline{CH}\times\overline{BC}$이므로
$4^2=\overline{CH}\times8 \quad \therefore \overline{CH}=2$(cm)
$\therefore \overline{MH}=\overline{CM}-\overline{CH}=4-2=2$(cm)
따라서 $\triangle AHC$에서 $\overline{AH}=\sqrt{4^2-2^2}=2\sqrt{3}$(cm)
$\therefore \triangle AMH=\frac{1}{2}\times2\times2\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm^2)

유형 1~13 P. 38~45

1 답 $4\sqrt{3}$cm, $16\sqrt{3}$cm^2

(세로의 길이)$=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}$(cm)

(넓이)$=4\times4\sqrt{3}=16\sqrt{3}$(cm^2)



2 답 $2\sqrt{10}$

$\sqrt{8^2+5^2}=\sqrt{x^2+7^2}$이므로

$89=x^2+49$, $x^2=40$

그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{10}$

3 답 ③

정사각형의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면

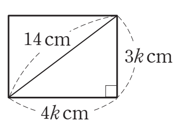
$\overline{AB}=\sqrt{(3a)^2+a^2}=\sqrt{10}a=5\sqrt{2}$

$\therefore a=\sqrt{5}$(cm)

$\therefore \overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+(\sqrt{5})^2}=5$(cm)

4 답 $\frac{56}{5}$cm, $\frac{42}{5}$cm

직사각형의 가로와 세로의 길이를 각각 $4k$cm, $3k$cm라 하면



$(4k)^2+(3k)^2=14^2$, $k^2=\frac{196}{25}$

그런데 $k>0$이므로 $k=\frac{14}{5}$

$\therefore$ (가로의 길이)$=4k=4\times\frac{14}{5}=\frac{56}{5}$(cm),

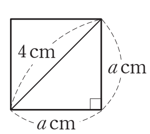
(세로의 길이)$=3k=3\times\frac{14}{5}=\frac{42}{5}$(cm)

5 답 $2\sqrt{2}$cm

정사각형의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면

$\sqrt{2}a=4$

$\therefore a=2\sqrt{2}$(cm)



6 답 ①

(대각선의 길이)$=\sqrt{10^2+10^2}=10\sqrt{2}$(cm)

7 답 π, 과정은 풀이 참조

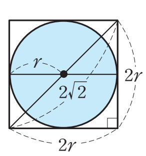
원의 반지름의 길이를 r라 하면

정사각형의 한 변의 길이는 $2r$이므로

$\sqrt{2}\times2r=2\sqrt{2}$

$\therefore r=1$ $\cdots$ (i)

$\therefore$ (원의 넓이)$=\pi\times1^2=\pi$ $\cdots$ (ii)



채점 기준	비율
(i) 원의 반지름의 길이 구하기	60 %
(ii) 원의 넓이 구하기	40 %

8 답 $\frac{36}{5}$cm

$\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=15$(cm)이고

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로

$9\times12=15\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\frac{36}{5}$(cm)

9 답 $\frac{21}{5}$cm

$\overline{BD}=\sqrt{3^2+4^2}=5$(cm)이고

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AH}$이므로

$4\times3=5\times\overline{AH}$ $\quad\therefore \overline{AH}=\frac{12}{5}$(cm)

따라서 $\triangle$AHD에서 $\overline{DH}=\sqrt{3^2-\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\frac{9}{5}$(cm)

$\therefore \overline{AH}+\overline{DH}=\frac{12}{5}+\frac{9}{5}=\frac{21}{5}$(cm)

10 답 $\frac{14}{5}$cm

$\overline{BD}=\sqrt{6^2+8^2}=10$(cm)이고

$\overline{AB}^2=\overline{BP}\times\overline{BD}$이므로

$6^2=\overline{BP}\times10$ $\quad\therefore \overline{BP}=\frac{18}{5}$(cm)

$\triangle$ABP와 $\triangle$CDQ에서

$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\angle ABP=\angle CDQ$(엇각),

$\angle APB=\angle CQD=90^\circ$이므로

$\triangle ABP\equiv\triangle CDQ$(RHA 합동)

$\therefore \overline{BP}=\overline{DQ}$

$\therefore \overline{PQ}=\overline{BD}-2\overline{BP}=10-2\times\frac{18}{5}=\frac{14}{5}$(cm)

11 답 (1) $\sqrt{3}$cm (2) $100\sqrt{3}$cm^2

(1) (정삼각형의 높이)$=\frac{\sqrt{3}}{2}\times2=\sqrt{3}$(cm)

(2) (정삼각형의 넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times20^2=100\sqrt{3}$(cm^2)

12 답 $2\sqrt{6}$cm

정삼각형의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=6\sqrt{3}$, $a^2=24$

그런데 $a>0$이므로 $a=2\sqrt{6}$(cm)

13 답 ②

정삼각형의 한 변의 길이를 $a$cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=2\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=4$(cm)

$\therefore$ (넓이)$=\frac{\sqrt{3}}{4}\times4^2=4\sqrt{3}$(cm^2)

14 답 (1) $2\sqrt{3}$ cm (2) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ cm^2

(1) $\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AD}=\frac{2}{3}\times 3\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

(2) $\triangle GDC=\frac{1}{2}\triangle GBC=\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}\triangle ABC$

$=\frac{1}{6}\triangle ABC=\frac{1}{6}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 6^2\right)=\frac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

15 답 $108\sqrt{3}$ cm^2, 과정은 풀이 참조

정삼각형의 외심과 무게중심은 일치하므로 점 O는 정삼각형 ABC의 무게중심이다.

$\therefore$ ($\triangle$ABC의 높이)$=\frac{3}{2}\overline{AO}$

$=\frac{3}{2}\times 12=18(\text{cm})$ ··· (i)

정삼각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\frac{\sqrt{3}}{2}a=18\quad\therefore\ a=12\sqrt{3}(\text{cm})$ ··· (ii)

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(12\sqrt{3})^2$

$=108\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ ··· (iii)

채점 기준	비율
(i) $\triangle$ABC의 높이 구하기	30 %
(ii) $\triangle$ABC의 한 변의 길이 구하기	30 %
(iii) $\triangle$ABC의 넓이 구하기	40 %

16 답 ⑤

$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 2^2=\sqrt{3}$

$\overline{AD}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 2=\sqrt{3}$이므로

$\triangle ADE=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(\sqrt{3})^2=\frac{3\sqrt{3}}{4}$

$\therefore\ \triangle ABC:\triangle ADE=\sqrt{3}:\frac{3\sqrt{3}}{4}=4:3$

다른 풀이

$\triangle$ABC와 $\triangle$ADE에서

$\overline{AB}:\overline{AD}=2:\sqrt{3}$

$\therefore\ \triangle ABC:\triangle ADE=2^2:(\sqrt{3})^2=4:3$

17 답 ③

$\triangle$GEC는 정삼각형이고

$\overline{EC}=\frac{1}{2}\overline{DF}=\frac{1}{2}\times 8=4(\text{cm})$이므로

(색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC+\triangle DEF-\triangle GEC$

$=2\triangle ABC-\triangle GEC$

$=2\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 8^2\right)-\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2$

$=28\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

18 답 ③

$\overline{AC}$를 그으면

$\angle B=60^\circ$이고 $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로 $\triangle$ABC는 정삼각형이다.

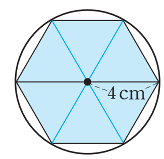
$\square$ABCD의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$\square ABCD=2\triangle ABC=2\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=18\sqrt{3}$에서

$a^2=36$

그런데 $a>0$이므로 $a=6(\text{cm})$

19 답 $24\sqrt{3}$ cm^2

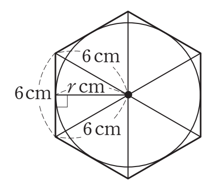


오른쪽 그림과 같이 정육각형은 한 변의 길이가 4 cm인 정삼각형 6개로 나누어지므로

(정육각형의 넓이)$=6\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2\right)$

$=24\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

20 답 ④



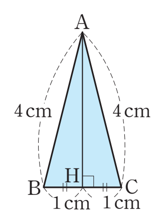
오른쪽 그림과 같이 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 r cm는 한 변의 길이가 6 cm인 정삼각형의 높이와 같으므로

$r=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=2\pi\times 3\sqrt{3}$

$=6\sqrt{3}\pi(\text{cm})$

21 답 ①



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

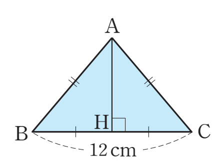
$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 2=1(\text{cm})$

따라서 $\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{4^2-1^2}=\sqrt{15}(\text{cm})$

$\therefore$ (넓이)$=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{15}=\sqrt{15}(\text{cm}^2)$

22 답 48 cm^2



오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.

$\overline{AB}=\overline{AC}=\frac{1}{2}\times(32-12)$

$=10(\text{cm})$

$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 12=6(\text{cm})$

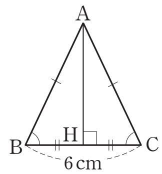
따라서 $\triangle$ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 12\times 8=48(\text{cm}^2)$

23 답 $20\,\text{cm}$

$\angle B=\angle C$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$이고 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\frac{1}{2}\times 6\times \overline{AH}=6\sqrt{10}$

$\therefore \overline{AH}=2\sqrt{10}(\text{cm})$

$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm})$

따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+(2\sqrt{10})^2}=7(\text{cm})$

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=7+6+7=20(\text{cm})$

24 답 $12\,\text{cm}$

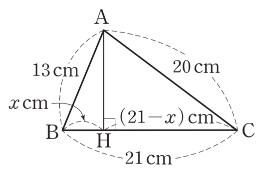
$\overline{BH}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{CH}=(21-x)\,\text{cm}$

$\overline{AH}^2=13^2-x^2$

$=20^2-(21-x)^2$

$42x=210 \qquad \therefore x=5(\text{cm})$

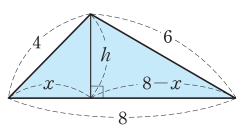


따라서 △ABH에서

$\overline{AH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

25 답 ③

세 변의 길이가 각각 4, 6, 8인 삼각형이 오른쪽 그림과 같을 때



$h^2=4^2-x^2=6^2-(8-x)^2$

$16x=44 \qquad \therefore x=\frac{11}{4}$

$\therefore h=\sqrt{4^2-\left(\frac{11}{4}\right)^2}=\frac{3\sqrt{15}}{4}$

$\therefore$ (넓이)$=\frac{1}{2}\times 8\times \frac{3\sqrt{15}}{4}=3\sqrt{15}$

26 답 $2\sqrt{33}$

$\overline{MH}=x$라 하면

$\overline{BM}=\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 12=6$이므로 $\overline{HC}=6-x$

△AMH에서 $\overline{AH}^2=(4\sqrt{3})^2-x^2 \qquad \cdots$ ㉠

△AHC에서 $\overline{AH}^2=6^2-(6-x)^2 \qquad \cdots$ ㉡

㉠=㉡이므로 $(4\sqrt{3})^2-x^2=6^2-(6-x)^2$

$12x=48 \qquad \therefore x=4$

△AMH에서 $\overline{AH}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=4\sqrt{2}$

$\overline{BH}=\overline{BM}+\overline{MH}=6+4=10$

따라서 △ABH에서

$\overline{AB}=\sqrt{10^2+(4\sqrt{2})^2}=2\sqrt{33}$

27 답 $x=10,\ y=5\sqrt{3}$

$\overline{AB}:\overline{BC}=2:1$이므로 $x:5=2:1 \qquad \therefore x=10$

$\overline{BC}:\overline{CA}=1:\sqrt{3}$이므로 $5:y=1:\sqrt{3} \qquad \therefore y=5\sqrt{3}$

28 답 (1) $\sqrt{6}$ (2) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

(1) △ABC에서 $2:\overline{BC}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BC}=2\sqrt{3}$

△DBC에서 $x:2\sqrt{3}=1:\sqrt{2} \qquad \therefore x=\sqrt{6}$

(2) △ABC에서 $\overline{AC}:6=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$

△ACD에서 $x:3\sqrt{3}=1:\sqrt{2} \qquad \therefore x=\frac{3\sqrt{6}}{2}$

29 답 (1) $\frac{3}{2}$ (2) $2(\sqrt{3}-1)$

(1) △ABC에서 $\overline{AB}:3=1:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{AB}=\sqrt{3}$

△ABD에서 $x:\sqrt{3}=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore x=\frac{3}{2}$

(2) △ADC에서 $2:\overline{AC}=1:1 \qquad \therefore \overline{AC}=2$

△ABC에서 $2:\overline{BC}=1:\sqrt{3} \qquad \therefore \overline{BC}=2\sqrt{3}$

$\therefore x=\overline{BC}-\overline{DC}=2\sqrt{3}-2=2(\sqrt{3}-1)$

30 답 $4\sqrt{7}\,\text{cm}$

△ABH에서

$\overline{BH}:8=1:2 \qquad \therefore \overline{BH}=4(\text{cm})$

$\overline{AH}:8=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore \overline{AH}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 △AHC에서 $\overline{HC}=12-4=8(\text{cm})$이므로

$\overline{AC}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{7}(\text{cm})$

31 답 $4\sqrt{3}\,\text{cm}$, 과정은 풀이 참조

△ABC에서

$\overline{AC}:12=1:2 \qquad \therefore \overline{AC}=6(\text{cm}) \qquad \cdots$ (i)

△ABC에서 $\angle A=180°-(30°+90°)=60°$이므로

$\angle DAC=\frac{1}{2}\angle A=\frac{1}{2}\times 60°=30°$,

$\angle ADC=180°-(30°+90°)=60°$

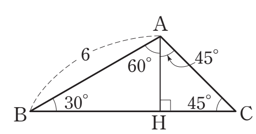
따라서 △ADC에서

$6:\overline{AD}=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore \overline{AD}=4\sqrt{3}(\text{cm}) \qquad \cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AD}$의 길이 구하기	60 %

32 답 $3(\sqrt{3}+1)$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$\overline{BH}:6=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore \overline{BH}=3\sqrt{3}$

$\overline{AH}:6=1:2 \qquad \therefore \overline{AH}=3$

△AHC에서 $\overline{HC}:3=1:1 \qquad \therefore \overline{HC}=3$

$\therefore \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=3\sqrt{3}+3=3(\sqrt{3}+1)$

33 답 ②

□EFGH가 정사각형이므로 $\overline{EF}=\sqrt{196}=14(\text{cm})$

△EBF에서

$\overline{EB}:14=\sqrt{3}:2 \quad \therefore \overline{EB}=7\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{BF}:14=1:2 \quad \therefore \overline{BF}=7(\text{cm})$

△AEH≡△BFE≡△CGF≡△DHG(ASA 합동)이므로

$\overline{AB}=\overline{AE}+\overline{EB}=\overline{BF}+\overline{EB}=7+7\sqrt{3}=7(1+\sqrt{3})(\text{cm})$

즉, 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $7(1+\sqrt{3})$ cm이다.

34 답 $2\sqrt{6}$

△AOB에서 $2:\overline{OA}=1:2 \quad \therefore \overline{OA}=4$

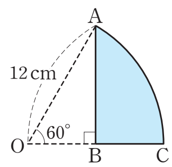
△COD에서 $\overline{OD}=\overline{OA}=4$이므로 $\overline{OC}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

따라서 △EOF에서 $\overline{OF}=\overline{OC}=2\sqrt{5}$이므로

$\overline{OE}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2+2^2}=2\sqrt{6}$

35 답 $(24\pi-18\sqrt{3})\text{cm}^2$

오른쪽 그림에서



$\angle AOB=360°\times\dfrac{1}{6}=60°$이므로

△AOB에서

$\overline{OB}:12=1:2 \quad \therefore \overline{OB}=6(\text{cm})$

$\overline{AB}:12=\sqrt{3}:2 \quad \therefore \overline{AB}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 남은 부분의 넓이는

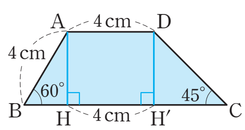
(부채꼴 AOC의 넓이)−(삼각형 AOB의 넓이)

$=\pi\times12^2\times\dfrac{60}{360}-\dfrac{1}{2}\times6\times6\sqrt{3}$

$=24\pi-18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

36 답 $(6+10\sqrt{3})\text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면



△ABH에서

$4:\overline{AH}=2:\sqrt{3} \quad \therefore \overline{AH}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$4:\overline{BH}=2:1 \quad \therefore \overline{BH}=2(\text{cm})$

이때 $\overline{DH'}=\overline{AH}=2\sqrt{3}$ cm이므로 △DH′C에서

$2\sqrt{3}:\overline{H'C}=1:1 \quad \therefore \overline{H'C}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

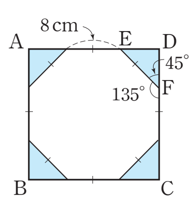
$\therefore$ □$ABCD=\dfrac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{AH}$

$=\dfrac{1}{2}\times\{4+(2+4+2\sqrt{3})\}\times2\sqrt{3}$

$=6+10\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

37 답 $8(1+\sqrt{2})$ cm

정팔각형의 한 내각의 크기는



$\dfrac{180°\times(8-2)}{8}=135°$이므로

△DEF는 세 내각의 크기가 45°, 45°, 90°인 직각이등변삼각형이다.

$\overline{DE}=\overline{DF}=x$ cm라 하면

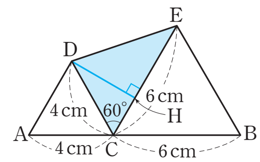
$x:8=1:\sqrt{2} \quad \therefore x=4\sqrt{2}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AD}=8+2\times4\sqrt{2}=8(1+\sqrt{2})(\text{cm})$

즉, 처음 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $8(1+\sqrt{2})$ cm이다.

38 답 ④

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{CE}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle DCH=180°-(60°+60°)$

$=60°$

이므로

△DCH에서 $\overline{DH}:4=\sqrt{3}:2 \quad \therefore \overline{DH}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \triangle DCE=\dfrac{1}{2}\times\overline{CE}\times\overline{DH}=\dfrac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

39 답 (1) $\sqrt{34}$ (2) $2\sqrt{6}$

(1) $\overline{AB}=\sqrt{(3+2)^2+(2+1)^2}=\sqrt{34}$

(2) $\overline{AB}=\sqrt{(\sqrt{3}+1+2)^2+(3-\sqrt{3}-0)^2}=2\sqrt{6}$

40 답 ③

① $\sqrt{(-1+8)^2+(1+1)^2}=\sqrt{53}$

② $\sqrt{(-1+7)^2+(1-2)^2}=\sqrt{37}$

③ $\sqrt{(-1-3)^2+(1+6)^2}=\sqrt{65}$

④ $\sqrt{(-1-4)^2+(1+4)^2}=\sqrt{50}$

⑤ $\sqrt{(-1-5)^2+(1-3)^2}=\sqrt{40}$

따라서 점 $(-1, 1)$과의 거리가 가장 먼 것은 ③이다.

41 답 -2

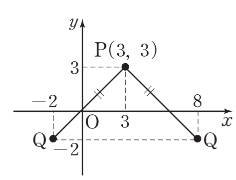
$\overline{PQ}=\sqrt{(a-3)^2+(-2-3)^2}=5\sqrt{2}$이므로

$a^2-6a+34=50, \ a^2-6a-16=0$

$(a+2)(a-8)=0 \quad \therefore a=-2$ 또는 $a=8$

그런데 $a<0$이므로 $a=-2$

참고 오른쪽 그림과 같이 두 점 P(3, 3), Q$(a, -2)$ 사이의 거리가 $5\sqrt{2}$가 되도록 하는 점 Q는 제3, 4사분면 위에 각각 1개씩 존재한다.



이때 점 Q는 제3사분면 위에 있으므로 점 Q의 좌표는 $(-2, -2)$이다.

42 답 ①

x축 위의 점을 P$(a, 0)$으로 놓으면 $\overline{AP}=\overline{BP}$이어야 하므로

$\sqrt{(a-1)^2+(0-2)^2}=\sqrt{(a-3)^2+(0-4)^2}$

$a^2-2a+5=a^2-6a+25, \ 4a=20 \quad \therefore a=5$

따라서 x축 위의 점 P의 좌표는 $(5, 0)$이다.

43 답 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형

$\overline{AB}=\sqrt{(2+3)^2+(-2-0)^2}=\sqrt{29}$

$\overline{BC}=\sqrt{(4-2)^2+(3+2)^2}=\sqrt{29}$

$\overline{CA}=\sqrt{(4+3)^2+(3-0)^2}=\sqrt{58}$

따라서 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이므로

$\triangle ABC$는 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형이다.

44 답 과정은 풀이 참조

(1) $\overline{AB}=5\sqrt{2}$, $\overline{BC}=2\sqrt{10}$, $\overline{CA}=\sqrt{10}$ (2) 10

(1) $\overline{AB}=\sqrt{(-3-2)^2+(0-5)^2}=5\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{(3+3)^2+(2-0)^2}=2\sqrt{10}$

$\overline{CA}=\sqrt{(3-2)^2+(2-5)^2}=\sqrt{10}$ … (i)

(2) $\overline{BC}^2+\overline{CA}^2=\overline{AB}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle C=90°$인 직각삼각형이다. … (ii)

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{CA}$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{10}\times\sqrt{10}=10$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\triangle ABC$가 직각삼각형임을 설명하기	30 %
(iii) $\triangle ABC$의 넓이 구하기	30 %

45 답 -1

$\overline{AB}^2=(3+1)^2+(5-3)^2=20$

$\overline{BC}^2=(1-3)^2+(x-5)^2=x^2-10x+29$

$\overline{CA}^2=(1+1)^2+(x-3)^2=x^2-6x+13$

$\triangle ABC$가 $\angle A=90°$인 직각삼각형이 되려면

$\overline{AB}^2+\overline{CA}^2=\overline{BC}^2$이어야 하므로

$20+(x^2-6x+13)=x^2-10x+29$

$4x=-4$ $\quad\therefore x=-1$

46 답 ④

$y=-x^2+4x-2=-(x-2)^2+2$이므로

P(2, 2)

$y=-x^2+4x-2$에 $x=0$을 대입하면

$y=-2$ $\quad\therefore$ Q(0, -2)

$\therefore \overline{PQ}=\sqrt{(0-2)^2+(-2-2)^2}=2\sqrt{5}$

47 답 ①

$y=-x^2+2x+8$에 $x=0$을 대입하면 $y=8$

$\therefore$ A(0, 8)

$y=-x^2+2x+8$에 $y=0$을 대입하면

$-x^2+2x+8=0$, $(x+2)(x-4)=0$

$\therefore x=-2$ 또는 $x=4$

이때 점 B의 x좌표는 음수이므로

B(-2, 0), C(4, 0)

$\overline{AB}=\sqrt{(-2-0)^2+(0-8)^2}=2\sqrt{17}$

$\overline{BC}=\sqrt{(4+2)^2+(0-0)^2}=6$

$\overline{CA}=\sqrt{(4-0)^2+(0-8)^2}=4\sqrt{5}$

따라서 $\overline{CA}$가 가장 긴 변이고, $\overline{CA}^2<\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\triangle ABC$는 예각삼각형이다.

48 답 $4\sqrt{5}$

두 그래프의 교점의 x좌표를 구하면

$x^2=2x+3$에서 $x^2-2x-3=0$

$(x+1)(x-3)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=3$

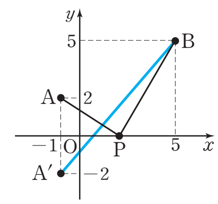
$x=-1$일 때 $y=1$이고, $x=3$일 때 $y=9$이므로

A(-1, 1), B(3, 9)

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(3+1)^2+(9-1)^2}=4\sqrt{5}$

49 답 ②

오른쪽 그림과 같이 점 A와 x축에 대하여 대칭인 점을 A′이라 하면 $\overline{AP}+\overline{PB}$의 최솟값은 $\overline{A'B}$의 길이와 같다.



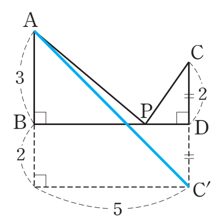
$\therefore \overline{A'B}=\sqrt{(5+1)^2+(5+2)^2}$

$=\sqrt{85}$

따라서 구하는 최솟값은 $\sqrt{85}$이다.

50 답 $5\sqrt{2}$

오른쪽 그림과 같이 점 C와 $\overline{BD}$에 대하여 대칭인 점을 C′이라 하면 $\overline{AP}+\overline{PC}$의 최솟값은 $\overline{AC'}$의 길이와 같다.

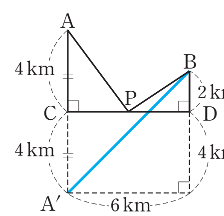


$\therefore \overline{AC'}=\sqrt{(3+2)^2+5^2}=5\sqrt{2}$

따라서 구하는 최솟값은 $5\sqrt{2}$이다.

51 답 $6\sqrt{2}$ km

오른쪽 그림과 같이 점 A와 $\overline{CD}$에 대하여 대칭인 점을 A′, 별장의 위치를 P라 하면 최단 거리는 $\overline{A'B}$의 길이와 같다.



$\therefore \overline{A'B}=\sqrt{6^2+(2+4)^2}$

$=6\sqrt{2}$(km)

따라서 구하는 최단 거리는 $6\sqrt{2}$ km이다.

유형 14~23

P. 46~51

52 답 $2\sqrt{14}$ cm

(대각선의 길이)$=\sqrt{2^2+4^2+6^2}=2\sqrt{14}$(cm)

53 답 $\sqrt{11}$

$\sqrt{3^2+5^2+\overline{BF}^2}=3\sqrt{5}$이므로 $34+\overline{BF}^2=45$, $\overline{BF}^2=11$

그런데 $\overline{BF}>0$이므로 $\overline{BF}=\sqrt{11}$

54 답 $(26+4\sqrt{13})$ cm, 과정은 풀이 참조

$\overline{EG}=\sqrt{12^2+8^2}=4\sqrt{13}$(cm) $\cdots$ (i)

$\overline{AG}=\sqrt{12^2+8^2+9^2}=17$(cm) $\cdots$ (ii)

$\therefore$ (△AEG의 둘레의 길이)$=\overline{AE}+\overline{EG}+\overline{AG}$

$=9+4\sqrt{13}+17$

$=26+4\sqrt{13}$(cm) $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{EG}$의 길이 구하기	35 %
(ii) $\overline{AG}$의 길이 구하기	35 %
(iii) △AEG의 둘레의 길이 구하기	30 %

55 답 96 cm^2, 64 cm^3

정육면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\sqrt{3}a=4\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=4$(cm)

$\therefore$ (겉넓이)$=6a^2=6\times4^2=96(\text{cm}^2)$,

(부피)$=a^3=4^3=64(\text{cm}^3)$

56 답 $\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$ cm

$\overline{EG}=8\sqrt{2}$ cm, $\overline{AG}=8\sqrt{3}$ cm

△AEG에서 $\overline{AE}\times\overline{EG}=\overline{AG}\times\overline{EI}$이므로

$8\times8\sqrt{2}=8\sqrt{3}\times\overline{EI}$ $\quad\therefore \overline{EI}=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$(cm)

57 답 $50\sqrt{6}\text{ cm}^2$

$\overline{AM}=\overline{MG}=\overline{GN}=\overline{NA}=\sqrt{10^2+5^2}=5\sqrt{5}$(cm)이므로

□AMGN은 마름모이다.

$\overline{MN}=\overline{BD}=10\sqrt{2}$ cm, $\overline{AG}=10\sqrt{3}$ cm이므로

□AMGN$=\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{2}\times10\sqrt{3}=50\sqrt{6}(\text{cm}^2)$

58 답 ③

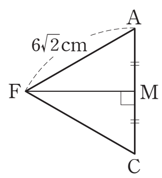
$\overline{AF}=\overline{FC}=\overline{AC}=6\sqrt{2}$ cm이므로

△AFC는 한 변의 길이가 $6\sqrt{2}$ cm인

정삼각형이다.

이때 $\overline{FM}$은 정삼각형 AFC의 높이이므로

$\overline{FM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times6\sqrt{2}=3\sqrt{6}$(cm)



59 답 (1) $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$ (2) $\sqrt{3}$ cm

(1) $\overline{AF}=\overline{FC}=\overline{AC}=3\sqrt{2}$ cm이므로

△AFC는 한 변의 길이가 $3\sqrt{2}$ cm인 정삼각형이다.

$\therefore$ △AFC$=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times(3\sqrt{2})^2=\dfrac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$

(2) (삼각뿔 B–AFC의 부피)=(삼각뿔 F–ABC의 부피)

이므로 $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\times\overline{BI}=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times3\times3\right)\times3$

$\therefore \overline{BI}=\sqrt{3}$(cm)

60 답 54 cm^2

$\overline{DM}=\overline{DN}=\sqrt{6^2+12^2}=6\sqrt{5}$(cm)

$\overline{MN}=\sqrt{6^2+6^2}=6\sqrt{2}$(cm)

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서

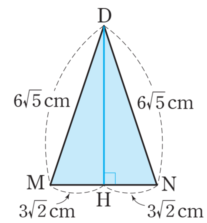
$\overline{MN}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{DH}=\sqrt{(6\sqrt{5})^2-(3\sqrt{2})^2}$

$=9\sqrt{2}$(cm)

$\therefore$ △DMN$=\dfrac{1}{2}\times6\sqrt{2}\times9\sqrt{2}$

$=54(\text{cm}^2)$



61 답 $\sqrt{6}$ cm, $\dfrac{9\sqrt{2}}{4}\text{ cm}^3$

(높이)$=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times3=\sqrt{6}$(cm)

(부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times3^3=\dfrac{9\sqrt{2}}{4}(\text{cm}^3)$

62 답 ④

정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{6}}{3}a=2\sqrt{3}$ $\quad\therefore a=3\sqrt{2}$(cm)

$\therefore$ (부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times(3\sqrt{2})^3=9(\text{cm}^3)$

63 답 ③

정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{2}}{12}a^3=\dfrac{128\sqrt{2}}{3}$, $a^3=512$ $\quad\therefore a=8$(cm)

따라서 정사면체의 높이는

$\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times8=\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$(cm)

64 답 ④

점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{DM}=\dfrac{3}{2}\overline{DH}=\dfrac{3}{2}\times4=6$(cm)

정사면체의 한 모서리의 길이를 a cm라 하면

$\dfrac{\sqrt{3}}{2}a=6$ $\quad\therefore a=4\sqrt{3}$(cm)

$\therefore$ (부피)$=\dfrac{\sqrt{2}}{12}\times(4\sqrt{3})^3=16\sqrt{6}(\text{cm}^3)$

65 답 $12\sqrt{2}\text{ cm}^2$, 과정은 풀이 참조

$\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$(cm)이고

점 H는 △BCD의 무게중심이므로

$\overline{MH}=\dfrac{1}{3}\overline{DM}=\dfrac{1}{3}\times6\sqrt{3}=2\sqrt{3}$(cm) $\cdots$ (i)

$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times12=4\sqrt{6}$(cm) $\cdots$ (ii)

$\therefore$ △AMH$=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=12\sqrt{2}(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{MH}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AH}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\triangle AMH$의 넓이 구하기	20 %

66

답 ②, ⑤

① $\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4=2$ ② $\overline{CM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 4=2\sqrt{3}$

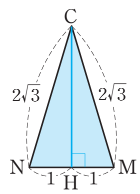
③ $\triangle ABD$에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해 $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 4=2$

④ $\triangle BCM=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2\right)=2\sqrt{3}$

⑤ 오른쪽 그림에서

$\overline{CH}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2-1^2}=\sqrt{11}$

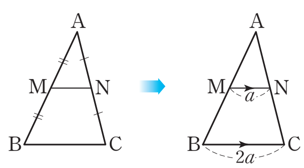
$\therefore\ \triangle CNM=\frac{1}{2}\times 2\times\sqrt{11}=\sqrt{11}$



따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

참고 **삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질**

삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분은 나머지 한 변과 평행하고, 그 길이는 나머지 한 변의 길이의 $\frac{1}{2}$이다.



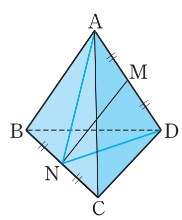
⇨ $\triangle ABC$에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\overline{AN}=\overline{NC}$이면

$\overline{MN}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

67

답 $4\sqrt{2}$ cm

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AN}$, $\overline{DN}$을 그으면 $\overline{AN}$, $\overline{DN}$은 각각 정삼각형 ABC, DBC의 높이이므로



$\overline{AN}=\overline{DN}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}$(cm)

또 $\overline{AM}=\overline{DM}=\frac{1}{2}\times 8=4$(cm)

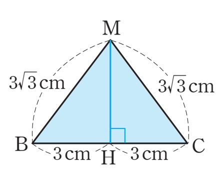
따라서 $\triangle ANM$에서 $\overline{MN}=\sqrt{(4\sqrt{3})^2-4^2}=4\sqrt{2}$(cm)

68

답 $9\sqrt{2}$ cm^2

$\overline{MB}=\overline{MC}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$(cm)

오른쪽 그림과 같이 점 M에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{BH}=\overline{CH}=\frac{1}{2}\times 6=3$(cm)

따라서 $\triangle MBH$에서

$\overline{MH}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-3^2}=3\sqrt{2}$(cm)

$\therefore\ \triangle MBC=\frac{1}{2}\times 6\times 3\sqrt{2}=9\sqrt{2}$(cm^2)

69

답 $5\sqrt{2}$ cm, 과정은 풀이 참조

$\overline{BD}=10\sqrt{2}$ cm이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 10\sqrt{2}=5\sqrt{2}$(cm) … (i)

따라서 $\triangle OBH$에서

$\overline{OH}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{2}$(cm)

따라서 정사각뿔의 높이는 $5\sqrt{2}$ cm이다. … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BH}$의 길이 구하기	40 %
(ii) 정사각뿔의 높이 구하기	60 %

70

답 ②

$\overline{AC}=6\sqrt{2}$ cm이므로

$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}=3\sqrt{2}$(cm)

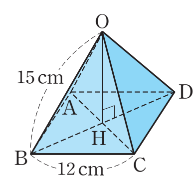
따라서 $\triangle OAH$에서 $\overline{OH}=\sqrt{5^2-(3\sqrt{2})^2}=\sqrt{7}$(cm)

$\therefore\ \triangle OAC=\frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{OH}=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{2}\times\sqrt{7}=3\sqrt{14}$(cm^2)

71

답 $144\sqrt{17}$ cm^3

주어진 전개도로 만든 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같고 $\overline{BD}=12\sqrt{2}$ cm이므로



$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 12\sqrt{2}=6\sqrt{2}$(cm)

따라서 $\triangle OBH$에서

$\overline{OH}=\sqrt{15^2-(6\sqrt{2})^2}=3\sqrt{17}$(cm)

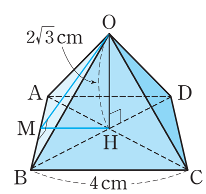
$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\square ABCD\times\overline{OH}$

$=\frac{1}{3}\times(12\times 12)\times 3\sqrt{17}=144\sqrt{17}$(cm^3)

72

답 48 cm^2

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{MH}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 4=2$(cm)

따라서 $\triangle OMH$에서

$\overline{OM}=\sqrt{2^2+(2\sqrt{3})^2}=4$(cm)

$\therefore$ (겉넓이)$=\square ABCD+4\triangle OAB$

$=4\times 4+4\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\right)=48$(cm^2)

다른 풀이

$\overline{BD}=4\sqrt{2}$ cm이므로 $\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{2}=2\sqrt{2}$(cm)

$\triangle OBH$에서 $\overline{OB}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{5}$(cm)

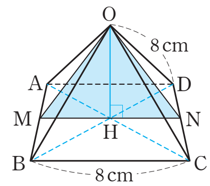
$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 4=2$(cm)

따라서 $\triangle OMB$에서 $\overline{OM}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-2^2}=4$(cm)

$\therefore$ (겉넓이)$=4\times 4+4\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\right)=48$(cm^2)

73 답 $16\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 O에서 □ABCD에 내린 수선의 발을 H라 하면 $\overline{OH}$는 정사각뿔의 높이이면서 이등변삼각형 OMN의 높이가 된다.



$\overline{BD}=8\sqrt{2}\,\text{cm}$이므로

$\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{BD}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

△OBH에서

$\overline{OH}=\sqrt{8^2-(4\sqrt{2})^2}=4\sqrt{2}(\text{cm})$

또 $\overline{MN}=\overline{BC}=8\,\text{cm}$

$\therefore$ $\triangle OMN=\frac{1}{2}\times\overline{MN}\times\overline{OH}$

$=\frac{1}{2}\times8\times4\sqrt{2}$

$=16\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

74 답 (1) 6 (2) $6\sqrt{3}$ (3) $27\sqrt{11}$

(1) △ODC에서 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

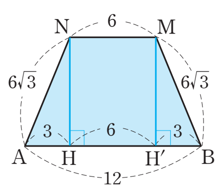
$\overline{NM}=\frac{1}{2}\overline{DC}=\frac{1}{2}\times12=6$

(2) $\overline{NA}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times12=6\sqrt{3}$

(3) $\overline{NM}/\!/\overline{DC}$이고 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$이므로

$\overline{NM}/\!/\overline{AB}$

또 $\overline{NA}=\overline{MB}$이므로 □NABM은 오른쪽 그림과 같은 등변사다리꼴이고, □NABM의 두 꼭짓점 N, M에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하면 $\overline{AH}=\frac{1}{2}\times(12-6)=3$



따라서 △NAH에서

$\overline{NH}=\sqrt{(6\sqrt{3})^2-3^2}=3\sqrt{11}$

$\therefore$ $\square NABM=\frac{1}{2}\times(6+12)\times3\sqrt{11}$

$=27\sqrt{11}$

75 답 $12\,\text{cm}$, $100\pi\,\text{cm}^3$

(높이)$=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$

(부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times5^2\times12=100\pi(\text{cm}^3)$

76 답 $27\pi\,\text{cm}^3$, 과정은 풀이 참조

$\overline{OA}=\overline{OC}=5\,\text{cm}$이므로

$\overline{OH}=9-5=4(\text{cm})$ … (i)

따라서 △OHC에서 $\overline{HC}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$ … (ii)

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times3^2\times9=27\pi(\text{cm}^3)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{OH}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{HC}$의 길이 구하기	40 %
(iii) 원뿔의 부피 구하기	30 %

77 답 $48\pi\,\text{cm}^2$

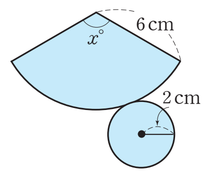
(단면인 원의 반지름의 길이)$=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (단면인 원의 넓이)$=\pi\times(4\sqrt{3})^2=48\pi(\text{cm}^2)$

78 답 $120°$

(모선의 길이)$=\sqrt{2^2+(4\sqrt{2})^2}=6(\text{cm})$

주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽과 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면



$2\pi\times6\times\frac{x}{360}=2\pi\times2$

$\therefore$ $x=120(°)$

79 답 $6\,\text{cm}$, $128\pi\,\text{cm}^3$

밑면인 원의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면

$2\pi\times10\times\frac{288}{360}=2\pi r$ $\quad\therefore$ $r=8(\text{cm})$

$\therefore$ (원뿔의 높이)$=\sqrt{10^2-8^2}=6(\text{cm})$,

(원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times8^2\times6=128\pi(\text{cm}^3)$

80 답 ④

원뿔의 모선의 길이를 $l\,\text{cm}$라 하면

$2\pi\times l\times\frac{120}{360}=8\pi$ $\quad\therefore$ $l=12(\text{cm})$

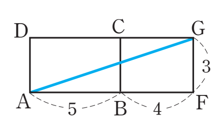
밑면인 원의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면

$2\pi r=8\pi$ $\quad\therefore$ $r=4(\text{cm})$

$\therefore$ (원뿔의 높이)$=\sqrt{12^2-4^2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

81 답 $3\sqrt{10}$

선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로



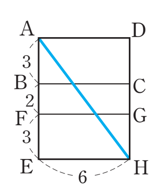
$\overline{AG}=\sqrt{(5+4)^2+3^2}$

$=3\sqrt{10}$

따라서 구하는 최단 거리는 $3\sqrt{10}$이다.

82 답 10

선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로



$\overline{AH}=\sqrt{6^2+(3+2+3)^2}$

$=10$

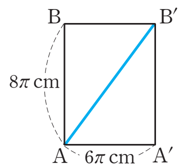
따라서 구하는 최단 거리는 10이다.

유형편 파워

83 답 ④

$\overline{AA'}=2\pi\times3=6\pi(\text{cm})$

선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로



$\overline{AB'}=\sqrt{(6\pi)^2+(8\pi)^2}$

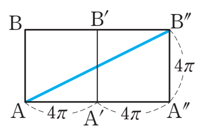
$=10\pi(\text{cm})$

따라서 구하는 최단 거리는 10π cm 이다.

84 답 $4\sqrt{5}\pi$

$\overline{AA'}=2\pi\times2=4\pi$

선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로



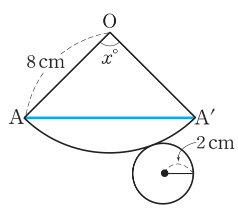
$\overline{AB''}=\sqrt{(4\pi+4\pi)^2+(4\pi)^2}$

$=4\sqrt{5}\pi$

따라서 구하는 최단 거리는 $4\sqrt{5}\pi$이다.

85 답 ①

주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면



$2\pi\times8\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times2$

$\therefore x=90(°)$

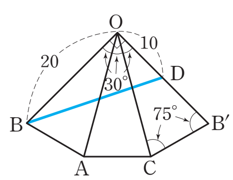
$\therefore \overline{AA'}=\sqrt{8^2+8^2}=8\sqrt{2}(\text{cm})$

따라서 구하는 최단 거리는 $8\sqrt{2}$ cm이다.

86 답 $10\sqrt{5}$

$\angle COB'=180°-(75°+75°)=30°$

선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로



$\angle BOA=\angle AOC$

$=\angle COB'=30°$

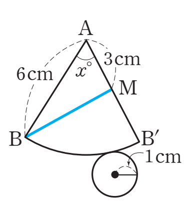
$\therefore \angle BOD=90°$

$\therefore \overline{BD}=\sqrt{20^2+10^2}=10\sqrt{5}$

따라서 구하는 최단 거리는 $10\sqrt{5}$이다.

87 답 $3\sqrt{3}$ cm

주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면



$2\pi\times6\times\dfrac{x}{360}=2\pi\times1$

$\therefore x=60(°)$

$\triangle ABM$에서 $\angle A=60°$이고

$\overline{AM}:\overline{AB}=1:2$이므로 $\angle AMB=90°$

$\therefore \overline{BM}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

따라서 필요한 실의 최소 길이는 $3\sqrt{3}$ cm이다.

단원 마무리 P. 52~55

1 20 **2** $6\sqrt{2}$ cm **3** $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$ **4** ④

5 8 cm **6** $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}\text{ cm}^2$

7 48 cm^2, 과정은 풀이 참조 **8** ④ **9** ③, ⑤

10 $3\sqrt{2}$ **11** $(10+2\sqrt{10})$ cm **12** $32\sqrt{3}\text{ cm}^2$

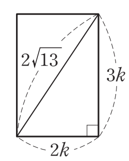
13 ②, ⑤ **14** ③ **15** $72\sqrt{3}\pi\text{ cm}^3$

16 $3\sqrt{15}$ cm, 과정은 풀이 참조 **17** $2\sqrt{3}$ **18** ①

19 $2\sqrt{3}$, $\sqrt{3}$, $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **20** ② **21** ① **22** $6\sqrt{5}$

23 336 cm^2 **24** ⑤ **25** $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$ cm

1 직사각형의 가로, 세로의 길이를 각각 $2k$, $3k$라 하면



$(2k)^2+(3k)^2=(2\sqrt{13})^2$, $k^2=4$

그런데 $k>0$이므로 $k=2$

따라서 직사각형의 둘레의 길이는

$2(2k+3k)=10k=10\times2=20$

2 정사각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

원의 지름의 길이는 $6\times2=12(\text{cm})$이므로

$\sqrt{2}a=12 \qquad \therefore a=6\sqrt{2}(\text{cm})$

3 부채꼴 AOB의 반지름의 길이를 r cm라 하면

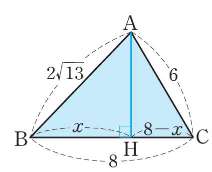
$\pi r^2\times\dfrac{60}{360}=6\pi$, $r^2=36$

그런데 $r>0$이므로 $r=6(\text{cm})$

이때 $\overline{OA}=\overline{OB}$, $\angle AOB=60°$이므로 $\triangle AOB$는 정삼각형이다.

$\therefore \triangle AOB=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\times6^2=9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

4 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{BH}=x$라 하면 $\overline{CH}=8-x$

$\overline{AH}^2=(2\sqrt{13})^2-x^2$

$=6^2-(8-x)^2$

$16x=80 \qquad \therefore x=5$

$\triangle AHC$에서 $\overline{AH}=\sqrt{6^2-3^2}=3\sqrt{3}$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times8\times3\sqrt{3}=12\sqrt{3}$

5 $\triangle ABC$에서 $4\sqrt{3}:\overline{BC}=1:1 \qquad \therefore \overline{BC}=4\sqrt{3}(\text{cm})$

$\triangle DBC$에서 $4\sqrt{3}:\overline{BD}=\sqrt{3}:2 \qquad \therefore \overline{BD}=8(\text{cm})$

6 $\triangle ABC$에서

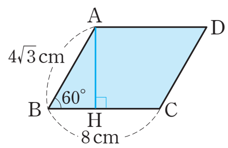
$\overline{AC}:6=1:2$이므로 $\overline{AC}=3(\text{cm})$

$\overline{AB}:6=\sqrt{3}:2$이므로 $\overline{AB}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)$=\triangle ABC$

$$=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 3=\frac{9\sqrt{3}}{2}(\text{cm}^2)$$

7 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}:4\sqrt{3}=\sqrt{3}:2$

$\therefore \overline{AH}=6(\text{cm})$ $\cdots$ (i)

따라서 평행사변형 ABCD의 넓이는

$8\times 6=48(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) 평행사변형의 높이 구하기	60 %
(ii) 평행사변형의 넓이 구하기	40 %

8 두 점 사이의 거리를 구하면 다음과 같다.

① $\sqrt{41}$ ② $\sqrt{13}$ ③ $\sqrt{13}$

④ $\sqrt{10}$ ⑤ $\sqrt{26}$

따라서 두 점 사이의 거리가 가장 짧은 것은 ④이다.

9 ①, ② $\overline{AB}=\sqrt{(2+1)^2+(1-3)^2}=\sqrt{13}$

$\overline{BC}=\sqrt{(4-2)^2+(4-1)^2}=\sqrt{13}$

$\overline{CA}=\sqrt{(4+1)^2+(4-3)^2}=\sqrt{26}$

③, ④ $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{CA}^2$이므로 $\triangle ABC$는 $\angle B=90°$인 직각이등변삼각형이다.

⑤ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times\sqrt{13}\times\sqrt{13}=\frac{13}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ③, ⑤이다.

10 두 그래프의 교점의 x좌표를 구하면

$-x^2=-x-2$에서 $x^2-x-2=0$

$(x+1)(x-2)=0$ $\quad\therefore x=-1$ 또는 $x=2$

$x=-1$일 때 $y=-1$이고, $x=2$일 때 -4이므로

$A(-1,\ -1)$, $B(2,\ -4)$

$\therefore \overline{AB}=\sqrt{(2+1)^2+(-4+1)^2}=3\sqrt{2}$

11 $\overline{AG}=\sqrt{3^2+2^2+6^2}=7(\text{cm})$

$\overline{GD}=\sqrt{2^2+6^2}=2\sqrt{10}(\text{cm})$

$\therefore$ ($\triangle AGD$의 둘레의 길이)$=\overline{AG}+\overline{GD}+\overline{AD}$

$=7+2\sqrt{10}+3$

$=10+2\sqrt{10}(\text{cm})$

12 $\overline{BD}=\overline{BG}=\overline{DG}=8\sqrt{2}\,\text{cm}$이므로 $\triangle BGD$는 정삼각형이다.

$\therefore \triangle BGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(8\sqrt{2})^2=32\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

13 ① $\overline{AH}=\frac{\sqrt{6}}{3}\times 6=2\sqrt{6}(\text{cm})$

②, ③ 점 H는 $\triangle BCD$의 무게중심이고

$\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

$\overline{MH}=\frac{1}{3}\overline{DM}=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$

④ $\triangle AMH=\frac{1}{2}\times\sqrt{3}\times 2\sqrt{6}=3\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

⑤ (부피)$=\frac{\sqrt{2}}{12}\times 6^3=18\sqrt{2}(\text{cm}^3)$

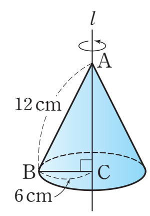
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

14 ③ $\triangle OAH$에서

$\overline{OH}=\sqrt{\overline{OA}^2-\overline{AH}^2}$

$=\sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{7}$

15 주어진 직각삼각형 ABC를 직선 l을 축으로 하여 1회전시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



$\overline{AC}=\sqrt{12^2-6^2}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times 6^2\times 6\sqrt{3}$

$=72\sqrt{3}\pi(\text{cm}^3)$

16 원뿔 모양의 아이스크림 컵의 밑면인 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi\times 12\times\frac{90}{360}=2\pi r$

$\therefore r=3(\text{cm})$ $\cdots$ (i)

$\therefore$ (아이스크림 컵의 높이)$=\sqrt{12^2-3^2}$

$=3\sqrt{15}(\text{cm})$ $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) 아이스크림 컵의 밑면인 원의 반지름의 길이 구하기	40 %
(ii) 아이스크림 컵의 높이 구하기	60 %

17 $\overline{AP}$를 그으면

$\triangle ABC=\triangle ABP+\triangle APC$이므로

$\frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2=\frac{1}{2}\times 4\times\overline{PQ}+\frac{1}{2}\times 4\times\overline{PR}$

$4\sqrt{3}=2(\overline{PQ}+\overline{PR})$

$\therefore \overline{PQ}+\overline{PR}=2\sqrt{3}$

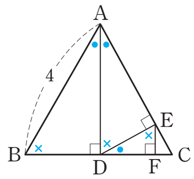
18 정육각형에서 점 O를 지나는 대각선을 그으면 정육각형은 합동인 정삼각형 6개로 나누어진다.

정육각형의 한 변의 길이를 a cm라 하면

$6\times\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=3\sqrt{3}$, $a^2=2$

그런데 $a>0$이므로 $a=\sqrt{2}(\text{cm})$

19 오른쪽 그림과 같이 크기가 30°, 60°인 각을 각각 •, ×로 나타내면 $\triangle$ABD, $\triangle$ADE, $\triangle$DFE는 각각 세 내각의 크기가 30°, 60°, 90°인 직각삼각형이므로



$\triangle$ABD에서 $\overline{AD}:4=\sqrt{3}:2$

$\therefore\ \overline{AD}=2\sqrt{3}$

$\triangle$ADE에서 $\overline{DE}:2\sqrt{3}=1:2$ $\quad\therefore\ \overline{DE}=\sqrt{3}$

$\triangle$EDF에서 $\overline{EF}:\sqrt{3}=1:2$ $\quad\therefore\ \overline{EF}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

20 $\overline{AD}=\overline{CD}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AB}=\overline{BC}=\sqrt{x^2+4^2+3^2}=\sqrt{x^2+25}(\text{cm})$

$\triangle$ABC에서 $\angle B=90^\circ$이므로 $\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\overline{AC}^2$

$(\sqrt{x^2+25})^2+(\sqrt{x^2+25})^2=(2x)^2$

$x^2=25$

그런데 $x>0$이므로 $x=5(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AC}=2x=2\times5=10(\text{cm})$

21 구의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면

$\dfrac{4}{3}\pi r^3=36\pi$, $r^3=27$

그런데 $r>0$이므로 $r=3(\text{cm})$

정육면체의 한 모서리의 길이를 $a\,\text{cm}$라 하면

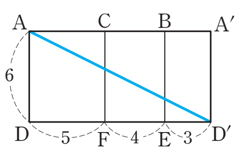
정육면체의 대각선의 길이는 $2\times3=6(\text{cm})$이므로

$\sqrt{3}a=6$

$\therefore\ a=2\sqrt{3}(\text{cm})$

22 $\triangle$DEF에서 $\overline{DF}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 구하는 최단 거리는 $\overline{AD'}$의 길이와 같다.



$\therefore\ \overline{AD'}=\sqrt{(5+4+3)^2+6^2}$

$=6\sqrt{5}$

따라서 구하는 최단 거리는 $6\sqrt{5}$이다.

23 $\triangle$ABD에서 $\overline{BD}=\sqrt{30^2+40^2}=50(\text{cm})$

$\overline{AB}\times\overline{AD}=\overline{BD}\times\overline{AE}$이므로

$30\times40=50\times\overline{AE}$ $\quad\therefore\ \overline{AE}=24(\text{cm})$

$\overline{AB}^2=\overline{BE}\times\overline{BD}$이므로

$30^2=\overline{BE}\times50$ $\quad\therefore\ \overline{BE}=18(\text{cm})$

이때 $\triangle$ABE$\equiv\triangle$CDF (RHA 합동)에서

$\overline{BE}=\overline{DF}$이므로

$\overline{EF}=\overline{BD}-2\overline{BE}=50-2\times18=14(\text{cm})$

$\therefore\ \square\text{AECF}=2\triangle\text{AEF}$

$=2\times\left(\dfrac{1}{2}\times24\times14\right)=336(\text{cm}^2)$

24 $\overline{CM}=x\,\text{cm}$라 하면 $\overline{BE}=2x\,\text{cm}$이므로

$\overline{AM}=\sqrt{8^2+x^2}\,\text{cm}$, $\overline{AE}=\sqrt{4^2+(2x)^2}\,\text{cm}$

$\triangle$AEM이 정삼각형이므로 $\overline{AM}=\overline{AE}$에서

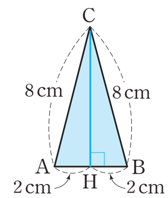
$\sqrt{64+x^2}=\sqrt{16+4x^2}$, $x^2=16$

그런데 $x>0$이므로 $x=4(\text{cm})$

$\overline{EM}=\overline{AM}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$이므로

$\overline{EF}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-4^2}=8(\text{cm})$

$\overline{BC}=\overline{EF}=8\,\text{cm}$이므로 $\triangle$ABC는 오른쪽 그림과 같은 이등변삼각형이고 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



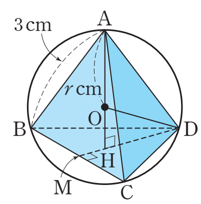
$\overline{CH}=\sqrt{8^2-2^2}=2\sqrt{15}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle\text{ABC}=\dfrac{1}{2}\times4\times2\sqrt{15}$

$=4\sqrt{15}(\text{cm}^2)$

$\therefore$ (부피)$=4\sqrt{15}\times8=32\sqrt{15}(\text{cm}^3)$

25 오른쪽 그림과 같이 정사면체의 꼭짓점 A에서 밑면 BCD에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}\times3=\sqrt{6}(\text{cm})$

$\overline{DH}$의 연장선과 $\overline{BC}$의 교점을 M이라 하면 점 H는 $\triangle$BCD의 무게중심이므로

$\overline{DM}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times3=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}(\text{cm})$에서

$\overline{DH}=\dfrac{2}{3}\overline{DM}=\dfrac{2}{3}\times\dfrac{3\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}(\text{cm})$

구의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면 $\triangle$OHD에서

$\overline{OH}=\overline{AH}-\overline{AO}=\sqrt{6}-r(\text{cm})$이므로

$(\sqrt{3})^2+(\sqrt{6}-r)^2=r^2$, $2\sqrt{6}r=9$

$\therefore\ r=\dfrac{3\sqrt{6}}{4}(\text{cm})$

$\therefore$ (구의 지름의 길이)$=2r=2\times\dfrac{3\sqrt{6}}{4}=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}(\text{cm})$

유형 1~12 P. 58~64

1 답 ②

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+3^2}=\sqrt{13}$

① $\sin A=\dfrac{3}{\sqrt{13}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$ ② $\cos A=\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

③ $\tan A=\dfrac{3}{2}$ ④ $\sin C=\dfrac{2}{\sqrt{13}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}$

⑤ $\cos C=\dfrac{3}{\sqrt{13}}=\dfrac{3\sqrt{13}}{13}$

2 답 ⑤

$\sin A=\dfrac{a}{b}$, $\cos A=\dfrac{c}{b}$, $\tan A=\dfrac{a}{c}$

$\sin C=\dfrac{c}{b}$, $\cos C=\dfrac{a}{b}$, $\tan C=\dfrac{c}{a}$

3 답 $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\overline{CE}=8\sqrt{3}$, $\overline{EG}=8\sqrt{2}$이고 $\angle CGE=90^\circ$

따라서 $\triangle CEG$에서

$\cos x=\dfrac{\overline{EG}}{\overline{CE}}=\dfrac{8\sqrt{2}}{8\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

4 답 ④

$\tan A=\dfrac{3}{\overline{AC}}=\dfrac{1}{3}$이므로 $\overline{AC}=9(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{3^2+9^2}=3\sqrt{10}(\text{cm})$

5 답 18

$\cos A=\dfrac{\overline{AB}}{6\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$이므로 $\overline{AB}=6$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\sqrt{(6\sqrt{2})^2-6^2}=6$이므로

$\triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times6=18$

6 답 15

$\overline{AB}=x$, $\overline{AC}=y$라 하면

$\sin B=\dfrac{y}{x}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ $\therefore y=\dfrac{\sqrt{5}}{3}x$

$\triangle ABC$에서 $x^2=10^2+y^2$이므로

$x^2=100+\dfrac{5}{9}x^2$, $x^2=225$

그런데 $x>0$이므로 $x=15$

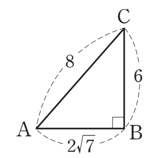
7 답 $\dfrac{\sqrt{7}}{4}$

$\sin A=\dfrac{6}{\overline{AC}}=\dfrac{3}{4}$이므로 $\overline{AC}=8$

따라서 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$이므로

$\cos A=\dfrac{2\sqrt{7}}{8}=\dfrac{\sqrt{7}}{4}$



8 답 (1) $\dfrac{27}{20}$ (2) $\dfrac{2}{5}$

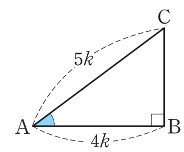
(1) $\cos A=\dfrac{4}{5}$를 만족시키는 직각삼각형은 오른쪽 그림과 같으므로

$\overline{BC}=\sqrt{(5k)^2-(4k)^2}=3k$

$\therefore \sin A=\dfrac{3k}{5k}=\dfrac{3}{5}$,

$\tan A=\dfrac{3k}{4k}=\dfrac{3}{4}$

$\therefore \sin A+\tan A=\dfrac{3}{5}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{27}{20}$



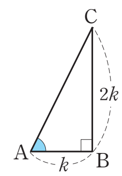
(2) $\tan A=2$를 만족시키는 직각삼각형은 오른쪽 그림과 같으므로

$\overline{AC}=\sqrt{k^2+(2k)^2}=\sqrt{5}k$

$\therefore \sin A=\dfrac{2k}{\sqrt{5}k}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$,

$\cos A=\dfrac{k}{\sqrt{5}k}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

$\therefore \sin A\times\cos A=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\times\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{2}{5}$

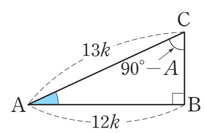


9 답 ②

$\sin(90^\circ-A)=\dfrac{12}{13}$를 만족시키는 직각삼각형은 오른쪽 그림과 같으므로

$\overline{BC}=\sqrt{(13k)^2-(12k)^2}=5k$

$\therefore \tan A=\dfrac{5k}{12k}=\dfrac{5}{12}$



10 답 $\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$

오른쪽 그림에서

$\sin A=\dfrac{a}{b}$, $\cos A=\dfrac{c}{b}$이므로

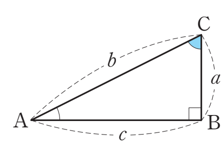
$\dfrac{a}{b}:\dfrac{c}{b}=1:2$에서

$\dfrac{2a}{b}=\dfrac{c}{b}$ $\therefore c=2a$

$\triangle ABC$에서

$b=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5}a$

$\therefore \sin C=\dfrac{2a}{\sqrt{5}a}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$



11 답 (1) $\overline{AH}$ (2) ㄱ, ㄴ

$\angle HAC=\angle ABC=x$이므로

(1) $\triangle AHC$에서 $\tan x=\dfrac{\overline{CH}}{\overline{AH}}$

(2) ㄱ. $\triangle ABH$에서 $\cos x=\dfrac{\overline{BH}}{\overline{AB}}$

ㄴ. $\triangle AHC$에서 $\cos x=\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}}$

12 답 (1) $\dfrac{31}{20}$ (2) $\sqrt{3}$

(1) $\angle BCA=\angle BAH=x$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{6^2+8^2}=10$이므로

$\cos x=\dfrac{8}{10}=\dfrac{4}{5}$, $\tan x=\dfrac{6}{8}=\dfrac{3}{4}$

$\therefore \cos x+\tan x=\dfrac{4}{5}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{31}{20}$

(2) $\angle BCA=\angle BAH=x$, $\angle CBA=\angle CAH=y$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2+3^2}=6$이므로

$\sin x=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos y=\dfrac{3\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \sin x+\cos y=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}$

13 답 ①

$\angle BDA=\angle BAH=x$

$\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{9^2+12^2}=15$이므로

$\sin x=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$, $\cos x=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$

$\therefore \cos x-\sin x=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}$

14 답 $\dfrac{5}{13}$, 과정은 풀이 참조

$\triangle ABC\backsim\triangle EBD$ (AA 닮음)이므로

$\angle BCA=\angle BDE=x$ … (i)

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\sqrt{12^2+5^2}=13$이므로 … (ii)

$\cos x=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{5}{13}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle BCA=x$임을 설명하기	20 %
(ii) $\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\cos x$의 값 구하기	40 %

15 답 $\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}$

$\triangle ABC\backsim\triangle AED$ (AA 닮음)이므로 $\angle ACB=\angle ADE$

$\triangle ADE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{6^2-(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$이므로

$\cos B=\cos(\angle AED)=\dfrac{2\sqrt{6}}{6}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$

$\cos C=\cos(\angle ADE)=\dfrac{2\sqrt{3}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \cos B+\cos C=\dfrac{\sqrt{6}}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{3}$

16 답 (1) $\dfrac{1}{2}$ (2) $-\dfrac{1}{4}$ (3) 2

(1) (주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{1}{2}$

(2) (주어진 식)$=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1\right)\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-1\right)$

$=\dfrac{3}{4}-1=-\dfrac{1}{4}$

(3) (주어진 식)$=2\times\dfrac{1}{2}\times1\div\dfrac{1}{2}=2$

17 답 ⑤

① (좌변)$=1\times\sqrt{3}=\sqrt{3}$

② (좌변)$=\dfrac{1}{2}\div\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

③ (좌변)$=\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=\dfrac{3}{4}+\dfrac{1}{4}=1$

④ (좌변)$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$

⑤ (좌변)$=2\times\dfrac{1}{2}-\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{3}=1-1=0$

18 답 ③

$0^\circ<x<75^\circ$이므로 $15^\circ<x+15^\circ<90^\circ$

이때 $\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$이므로

$x+15^\circ=60^\circ \quad \therefore x=45^\circ$

19 답 (1) $3\sqrt{2}$ (2) $\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

(1) $\triangle ABC$에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\sqrt{3}}=\sqrt{3} \quad \therefore \overline{BC}=3$

$\triangle BCD$에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{3}{x}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore x=3\sqrt{2}$

(2) $\triangle ABC$에서 $\cos 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{6}=\dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad \therefore \overline{AC}=3\sqrt{3}$

$\triangle ACD$에서 $\sin 45^\circ=\dfrac{x}{3\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2} \quad \therefore x=\dfrac{3\sqrt{6}}{2}$

20 답 $8\sqrt{3}$ cm

$\triangle ABC$에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{12}{\overline{BC}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

$\therefore \overline{BC}=12\sqrt{3}$(cm)

$\triangle ADC$에서 $\tan 60^\circ=\dfrac{12}{\overline{DC}}=\sqrt{3}$

$\therefore \overline{DC}=4\sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=12\sqrt{3}-4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$(cm)

다른 풀이

$\angle BAD=30^\circ$이므로 $\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이다.

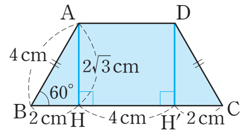
$\triangle ADC$에서 $\sin 60^\circ=\dfrac{12}{\overline{AD}}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore \overline{AD}=8\sqrt{3}$(cm)

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=8\sqrt{3}$ cm

21 답 $12\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H'이라 하면



△ABH에서

$\sin 60° = \dfrac{\overline{AH}}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ $\quad \therefore \overline{AH} = 2\sqrt{3}$(cm)

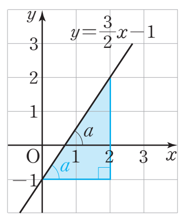
$\cos 60° = \dfrac{\overline{BH}}{4} = \dfrac{1}{2}$ $\quad \therefore \overline{BH} = 2$(cm)

따라서 $\overline{AD} = \overline{HH'} = 8-(2+2) = 4$(cm)이므로

$\square ABCD = \dfrac{1}{2} \times (4+8) \times 2\sqrt{3} = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

22 답 $\dfrac{3}{2}$

직선 $y=\dfrac{3}{2}x-1$이 점 $(0, -1)$, $(2, 2)$를 지나므로 오른쪽 그림과 같이 직각삼각형을 그리면



$\tan a = \dfrac{(\text{높이})}{(\text{밑변의 길이})} = \dfrac{3}{2}$

23 답 $\dfrac{5}{6}$

$6x-5y+10=0$에서 $5y=6x+10$ $\quad \therefore y=\dfrac{6}{5}x+2$

따라서 $\tan a=$(직선의 기울기)$=\dfrac{6}{5}$이므로

$\dfrac{1}{\tan a} = \dfrac{5}{6}$

24 답 ③

구하는 예각의 크기를 a라 하면

(직선의 기울기)$=\tan a=\sqrt{3}$ $\quad \therefore a=60°$

25 답 $y=x+2$

구하는 직선의 방정식을 $y=ax+b$로 놓으면

$a=\tan 45°=1$

이때 직선 $y=x+b$가 점 $(-2, 0)$을 지나므로

$0=-2+b$ $\quad \therefore b=2$

$\therefore y=x+2$

26 답 ⑤

$\tan a = \dfrac{\overline{CD}}{\overline{OC}} = \dfrac{\overline{CD}}{1} = \overline{CD}$

27 답 ②, ④

② $\cos x = \overline{AB}$

④ $\sin z = \sin y = \overline{AB}$

28 답 ④

④ $\sin 40° = 0.64$

29 답 ㄴ, ㄷ

ㄱ. $\sin 0° = 0$, $\cos 0° = 1$이므로 $\sin 0° \neq \cos 0°$

ㄹ. $\cos 0° = 1$, $\tan 0° = 0$이므로 $\cos 0° \neq \tan 0°$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

30 답 ②, ④

① (좌변)$=0+0=0$

② (좌변)$=1\times 0=0$

③ (좌변)$=1\times(1+1)=2$

④ (좌변)$=0-(1+0)\times(1-0)=-1$

⑤ (좌변)$=\left(1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)\times\left(1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$

따라서 옳지 않은 것은 ②, ④이다.

31 답 ③

(주어진 식)$=0+0+1\times 1=1$

32 답 $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1$

(주어진 식)$=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\times 0+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times 1+1=\dfrac{\sqrt{3}}{2}+1$

33 답 ⑤

⑤ $0° \le A \le 90°$일 때, $\tan A$의 최솟값은 0이고 최댓값은 알 수 없다.

34 답 ③

$45° < A < 90°$일 때,

$\cos A < \sin A < 1$이고 $\tan A > 1$이므로

$\cos A < \sin A < \tan A$

35 답 ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㅂ, ㄱ, ㅁ

$\sin 0° = 0$, $\cos 0° = 1$, $\cos 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan 60° = \sqrt{3}$에서

$\sin 0° < \sin 35° < \sin 45°(=\cos 45°)$이고,

$\cos 45° < \cos 0°$이고,

$\tan 45°(=\cos 0°) < \tan 60° < \tan 75°$이다.

따라서 삼각비의 값을 작은 것부터 차례로 나열하면

ㄷ, ㄴ, ㄹ, ㅂ, ㄱ, ㅁ이다.

36 답 ③

$0° < x < 90°$일 때, $0 < \sin x < 1$이므로

$\sin x - 1 < 0$, $\sin x + 1 > 0$

$\therefore$ (주어진 식)$=-(\sin x - 1)+(\sin x + 1)=2$

37 답 $2\sin A$

$0° < A < 45°$일 때, $0 < \sin A < \cos A$이므로

$\sin A + \cos A > 0$, $\sin A - \cos A < 0$

$\therefore$ (주어진 식)$=(\sin A + \cos A)+(\sin A - \cos A)$

$=2\sin A$

38 답 2, 과정은 풀이 참조

$0^\circ < A < 45^\circ$일 때, $0 < \tan A < 1$이므로 ··· (i)

$1 + \tan A > 0$

$\tan A - \tan 45^\circ = \tan A - 1 < 0$ ··· (ii)

$\therefore$ (주어진 식)$= (1+\tan A) - (\tan A - 1)$

$= 2$ ··· (iii)

채점 기준	비율
(i) $\tan A$의 값의 범위 구하기	20 %
(ii) 근호 안의 식의 부호 결정하기	40 %
(iii) 주어진 식 간단히 하기	40 %

39 답 32°

$\sin 15^\circ = 0.2588$, $\tan 17^\circ = 0.3057$이므로

$x = 15^\circ$, $y = 17^\circ$

$\therefore x + y = 15^\circ + 17^\circ = 32^\circ$

40 답 1.0328

$\cos 42^\circ = 0.7431$

$\sin 40^\circ = 0.6428$

$\tan 43^\circ = 0.9325$

$\therefore \cos 42^\circ - \sin 40^\circ + \tan 43^\circ = 0.7431 - 0.6428 + 0.9325$

$= 1.0328$

41 답 ④

$\cos x = \dfrac{7314}{10000} = 0.7314$

따라서 $\cos 43^\circ = 0.7314$이므로

$\angle x = 43^\circ$

42 답 108°

$\tan 53^\circ = 1.3270$이므로 $x = 53^\circ$

$\cos 55^\circ = 0.5736$이므로 $y = 55^\circ$

$\therefore x + y = 53^\circ + 55^\circ = 108^\circ$

43 답 (1) 2.939 (2) 4.045

(1) $\cos 54^\circ = \dfrac{\overline{AB}}{5} = 0.5878$

$\therefore \overline{AB} = 2.939$

(2) $\sin 54^\circ = \dfrac{\overline{AC}}{5} = 0.8090$

$\therefore \overline{AC} = 4.045$

44 답 141.4

$\cos 46^\circ = \dfrac{a}{100} = 0.6947$ $\therefore a = 69.47$

$\sin 46^\circ = \dfrac{b}{100} = 0.7193$ $\therefore b = 71.93$

$\therefore a + b = 69.47 + 71.93 = 141.4$

단원 마무리 P. 65~67

1 ④ **2** $2\sqrt{5}+4$

3 $\dfrac{2\sqrt{6}}{5}$, 과정은 풀이 참조 **4** ④ **5** ④

6 $\dfrac{50\sqrt{3}}{3}$ **7** $\dfrac{1}{2}$ **8** ④ **9** ② **10** $\dfrac{2\sqrt{2}}{3}$

11 $\dfrac{1}{5}$ **12** $\dfrac{1}{2}$, 과정은 풀이 참조

13 $\dfrac{9\sqrt{3}}{2}$ cm **14** ④ **15** ③ **16** $\dfrac{\sqrt{15}}{17}$

17 $\sqrt{2}-1$ **18** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ **19** 0.2229

1

$\overline{AB} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$이므로

$\tan B = \dfrac{4}{2\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$, $\sin C = \dfrac{2\sqrt{5}}{6} = \dfrac{\sqrt{5}}{3}$

$\therefore \tan B + \sin C = \dfrac{2\sqrt{5}}{5} + \dfrac{\sqrt{5}}{3} = \dfrac{11\sqrt{5}}{15}$

2

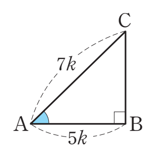
$\sin A = \dfrac{\overline{BC}}{6} = \dfrac{2}{3}$이므로 $\overline{BC} = 4$

따라서 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = \sqrt{6^2 - 4^2} = 2\sqrt{5}$

$\therefore \overline{AB} + \overline{BC} = 2\sqrt{5} + 4$

3

$7\cos A - 5 = 0$, 즉 $\cos A = \dfrac{5}{7}$를 만족시키는 직각삼각형은 오른쪽 그림과 같으므로



$\overline{BC} = \sqrt{(7k)^2 - (5k)^2} = 2\sqrt{6}k$ ··· (i)

$\therefore \tan A = \dfrac{2\sqrt{6}k}{5k} = \dfrac{2\sqrt{6}}{5}$ ··· (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$의 길이 구하기	50 %
(ii) $\tan A$의 값 구하기	50 %

4

$\triangle ABC \backsim \triangle HAC$ (AA 닮음)이므로

$\angle CAH = \angle CBA = x$

따라서 $\triangle AHC$에서 $\dfrac{\overline{AH}}{\overline{AC}} = \cos x$

5

ㄱ. (좌변)$= \sin 60^\circ \times \tan 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \times \sqrt{3} = \dfrac{3}{2}$,

(우변)$= \cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$이므로 (좌변)$\neq$(우변)

ㄴ. $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 = 1$

ㄷ. $\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{3} = \dfrac{1}{\tan 60^\circ}$

ㄹ. (좌변)$= \cos 30^\circ + \cos 60^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}$,

(우변)$= \cos 90^\circ = 0$이므로 (좌변)$\neq$(우변)

ㅁ. $\tan 45^\circ - \sin 90^\circ = 1 - 1 = 0$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ, ㅁ이다.

6 △ADC에서 $\sin 45^\circ=\frac{x}{10}=\frac{\sqrt{2}}{2}$　　$\therefore x=5\sqrt{2}$

△ABD에서 $\tan 60^\circ=\frac{5\sqrt{2}}{y}=\sqrt{3}$　　$\therefore y=\frac{5\sqrt{6}}{3}$

$\therefore xy=5\sqrt{2}\times\frac{5\sqrt{6}}{3}=\frac{50\sqrt{3}}{3}$

7 $\sqrt{3}x-y+4\sqrt{3}=0$에서 $y=\sqrt{3}x+4\sqrt{3}$이므로

(직선의 기울기)$=\tan a=\sqrt{3}$　　$\therefore a=60^\circ$

$\therefore \sin\frac{a}{2}=\sin 30^\circ=\frac{1}{2}$

8 ① $\cos x=\overline{AB}$　　　② $\tan x=\overline{DE}$

③ $\angle ACB=\angle AED=y$이므로 $\sin y=\overline{AB}$

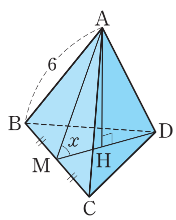
⑤ $\tan y=\frac{1}{\overline{DE}}$

따라서 옳은 것은 ④이다.

9 ② $0^\circ\le x\le 90^\circ$일 때, x의 크기가 증가하면 $\cos x$의 값은 1에서 0으로 감소하므로 $\cos 30^\circ>\cos 35^\circ$

10 $\overline{AM}=\overline{DM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}$이고

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{DM}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 점 H는 △BCD의 무게중심이므로



$\overline{MH}=\frac{1}{3}\overline{DM}=\frac{1}{3}\times 3\sqrt{3}=\sqrt{3}$

△AMH에서 $\overline{AH}=\sqrt{(3\sqrt{3})^2-(\sqrt{3})^2}=2\sqrt{6}$

$\therefore \sin x=\frac{\overline{AH}}{\overline{AM}}=\frac{2\sqrt{6}}{3\sqrt{3}}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$

11 $\angle EDC=\angle ABC=x$

△DEC에서 $\overline{DE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$이므로

$\sin x=\frac{4}{5}$, $\cos x=\frac{3}{5}$

$\therefore \sin x-\cos x=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1}{5}$

12 $15^\circ<x<60^\circ$이므로 $30^\circ<2x<120^\circ$

$\therefore 0^\circ<2x-30^\circ<90^\circ$　　… (i)

이때 $\tan 30^\circ=\frac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$2x-30^\circ=30^\circ$, $2x=60^\circ$　　$\therefore x=30^\circ$　　… (ii)

$\therefore \cos 2x=\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$　　… (iii)

채점 기준	비율
(i) $2x-30^\circ$의 크기의 범위 구하기	30 %
(ii) x의 크기 구하기	40 %
(iii) $\cos 2x$의 값 구하기	30 %

13 △ABD에서 $\sin 60^\circ=\frac{\overline{AD}}{6}=\frac{\sqrt{3}}{2}$　　$\therefore \overline{AD}=3\sqrt{3}$(cm)

△ADC에서 $\angle DAC=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$이므로

$\tan 60^\circ=\frac{\overline{DC}}{3\sqrt{3}}=\sqrt{3}$　　$\therefore \overline{DC}=9$(cm)

따라서 △EDC에서

$\cos 30^\circ=\frac{\overline{CE}}{9}=\frac{\sqrt{3}}{2}$　　$\therefore \overline{CE}=\frac{9\sqrt{3}}{2}$(cm)

14 △AOH에서 $\cos 50^\circ=\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}}=\frac{\overline{OH}}{1}=\overline{OH}$

$\therefore \overline{BH}=\overline{OB}-\overline{OH}=1-\cos 50^\circ$

15 ㄱ. $0^\circ<A<45^\circ$일 때, $\sin A<\cos A$

ㄴ. $A=45^\circ$일 때, $\sin 45^\circ=\cos 45^\circ=\frac{\sqrt{2}}{2}$

ㄷ. $45^\circ<A<90^\circ$일 때, $\cos A<\sin A<\tan A$

따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ의 2개이다.

16 △ABC에서 $\sin x=\frac{2}{\overline{AB}}=\frac{1}{4}$이므로 $\overline{AB}=8$

△ABC∽△DBE(AA 닮음)이므로

$\overline{AB}:\overline{DB}=\overline{BC}:\overline{BE}$에서

$8:2=2:\overline{BE}$　　$\therefore \overline{BE}=\frac{1}{2}$

△BDE에서 $\overline{DE}=\sqrt{2^2-\left(\frac{1}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{15}}{2}$

또 $\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BE}=8+\frac{1}{2}=\frac{17}{2}$

따라서 △ADE에서 $\tan y=\frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}=\frac{\sqrt{15}}{2}\times\frac{2}{17}=\frac{\sqrt{15}}{17}$

17 △ADC에서 $\tan 45^\circ=\frac{1}{\overline{CD}}=1$　　$\therefore \overline{CD}=1$

$\sin 45^\circ=\frac{1}{\overline{AD}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$　　$\therefore \overline{AD}=\sqrt{2}$

$\therefore \overline{BD}=\overline{AD}=\sqrt{2}$

따라서 △ABC에서

$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{\overline{AC}}{\overline{BD}+\overline{CD}}=\frac{1}{\sqrt{2}+1}=\sqrt{2}-1$

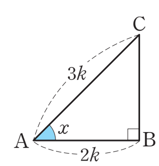
18 $45^\circ<x<90^\circ$일 때, $\sin x>\cos x>0$이므로

$\sin x+\cos x>0$, $\cos x-\sin x<0$

$\therefore$ (좌변)$=(\sin x+\cos x)+(\cos x-\sin x)=2\cos x$

즉, $2\cos x=\frac{4}{3}$이므로 $\cos x=\frac{2}{3}$

이때 $\cos x=\frac{2}{3}$를 만족시키는 직각삼각형은 오른쪽 그림과 같으므로



$\overline{BC}=\sqrt{(3k)^2-(2k)^2}=\sqrt{5}k$

$\therefore \sin x=\frac{\sqrt{5}k}{3k}=\frac{\sqrt{5}}{3}$

19 $\angle BOA=x$라 하면 $\overline{CD}=\tan x=0.8098$

이때 $\tan 39^\circ=0.8098$이므로 $x=39^\circ$

따라서 △BOA에서 $\overline{OA}=\cos 39^\circ=0.7771$이므로

$\overline{AC}=\overline{OC}-\overline{OA}=1-0.7771=0.2229$

유형 1~6 P. 70~72

1 답 ③

$\cos 44^\circ = \dfrac{\overline{AB}}{10}$

$\therefore \overline{AB} = 10\cos 44^\circ = 10 \times 0.7193 = 7.193$

2 답 ④

$\sin 61^\circ = \dfrac{9}{x}$ $\quad\therefore x = \dfrac{9}{\sin 61^\circ}$

3 답 $27\sqrt{6}\,\text{cm}^3$

$\overline{HF} = \sqrt{3^2+3^2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$이므로

$\triangle BHF$에서

$\overline{BF} = 3\sqrt{2}\tan 60^\circ = 3\sqrt{6}(\text{cm})$

$\therefore$ (부피)$= 3\times3\times3\sqrt{6} = 27\sqrt{6}(\text{cm}^3)$

4 답 19.4 m

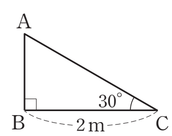
$\overline{BC} = 48\tan 22^\circ = 48\times0.4040 = 19.392(\text{m})$

따라서 등대의 높이 BC를 소수점 아래 둘째 자리에서 반올림하여 구하면 19.4 m이다.

5 답 $2\sqrt{3}$ m, 과정은 풀이 참조

$\overline{AB} = 2\tan 30^\circ = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}(\text{m})$ … (i)

$\overline{AC} = \dfrac{2}{\cos 30^\circ} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}(\text{m})$ … (ii)



따라서 부러지기 전의 전봇대의 높이는

$\overline{AB}+\overline{AC} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$= 2\sqrt{3}(\text{m})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
(iii) 부러지기 전의 전봇대의 높이 구하기	20 %

6 답 $100(\sqrt{3}+1)$ m

$\triangle DCH$에서

$\overline{DH} = 100\tan 60^\circ = 100\sqrt{3}(\text{m})$

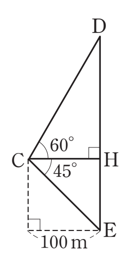
$\triangle CEH$에서

$\overline{EH} = 100\tan 45^\circ = 100(\text{m})$

따라서 B건물의 높이는

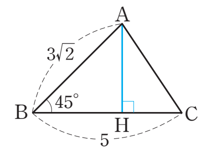
$\overline{DH}+\overline{EH} = 100\sqrt{3}+100$

$= 100(\sqrt{3}+1)(\text{m})$



7 답 $\sqrt{13}$, 과정은 풀이 참조

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH$에서

$\overline{AH} = 3\sqrt{2}\sin 45^\circ = 3$

$\overline{BH} = 3\sqrt{2}\cos 45^\circ = 3$ … (i)

$\therefore \overline{CH} = \overline{BC}-\overline{BH} = 5-3 = 2$ … (ii)

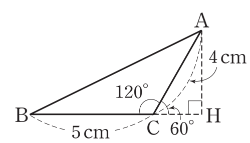
따라서 $\triangle AHC$에서

$\overline{AC} = \sqrt{2^2+3^2} = \sqrt{13}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AH}$, $\overline{BH}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %

8 답 $\sqrt{61}$ cm

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle ACH = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$

$\triangle ACH$에서

$\overline{AH} = 4\sin 60^\circ = 2\sqrt{3}(\text{cm})$

$\overline{CH} = 4\cos 60^\circ = 2(\text{cm})$

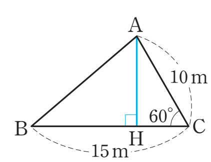
$\therefore \overline{BH} = \overline{BC}+\overline{CH} = 5+2 = 7(\text{cm})$

따라서 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB} = \sqrt{7^2+(2\sqrt{3})^2} = \sqrt{61}(\text{cm})$

9 답 $5\sqrt{7}$ m

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle AHC$에서

$\overline{AH} = 10\sin 60^\circ = 5\sqrt{3}(\text{m})$

$\overline{CH} = 10\cos 60^\circ = 5(\text{m})$

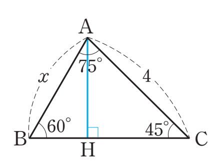
$\therefore \overline{BH} = \overline{BC}-\overline{CH} = 15-5 = 10(\text{m})$

따라서 $\triangle ABH$에서

$\overline{AB} = \sqrt{10^2+(5\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{7}(\text{m})$

10 답 (1) $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}$ (2) $8\sqrt{2}$

(1) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



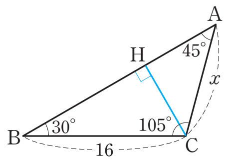
$\triangle AHC$에서

$\overline{AH} = 4\sin 45^\circ = 2\sqrt{2}$

따라서 $\triangle ABH$에서

$x = \dfrac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{2}\times\dfrac{2}{\sqrt{3}} = \dfrac{4\sqrt{6}}{3}$

(2) 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△BCH에서

$\overline{CH}=16\sin 30°=8$

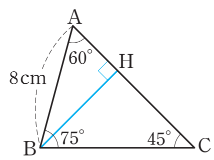
따라서 △AHC에서

$x=\dfrac{\overline{CH}}{\sin 45°}=8\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=8\sqrt{2}$

11

답 $4\sqrt{6}$ cm

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$\overline{BH}=8\sin 60°=4\sqrt{3}$(cm)

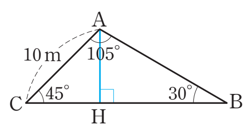
따라서 △BCH에서

$\overline{BC}=\dfrac{\overline{BH}}{\sin 45°}=4\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=4\sqrt{6}$(cm)

12

답 $10\sqrt{2}$ m

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ACH에서

$\overline{AH}=10\sin 45°=5\sqrt{2}$(m)

따라서 △AHB에서

$\overline{AB}=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 30°}=5\sqrt{2}\times 2=10\sqrt{2}$(m)

13

답 $10(3-\sqrt{3})$ cm

$\overline{AH}=h$ cm라 하면

$\overline{BH}=h\tan 45°=h$(cm), $\overline{CH}=h\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$(cm)

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=h+\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

즉, $\left(1+\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)h=20$에서 $\dfrac{3+\sqrt{3}}{3}h=20$이므로

$h=20\times\dfrac{3}{3+\sqrt{3}}=10(3-\sqrt{3})$(cm)

14

답 ③

크리스마스트리의 높이를 h m라 하면

$\overline{AH}=h\tan 35°$ m, $\overline{BH}=h\tan 50°$ m

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=h\tan 35°+h\tan 50°$

즉, $(\tan 35°+\tan 50°)h=4$이므로

$h=\dfrac{4}{\tan 35°+\tan 50°}$(m)

15

답 $25(\sqrt{3}-1)$ cm²

꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{CH}=h$ cm라 하면

$\overline{AH}=h\tan 45°=h$(cm), $\overline{BH}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$(cm)

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{BH}=h+\sqrt{3}h$, 즉 $(1+\sqrt{3})h=10$이므로

$h=\dfrac{10}{1+\sqrt{3}}=5(\sqrt{3}-1)$(cm)

$\therefore$ △ABC$=\dfrac{1}{2}\times 10\times 5(\sqrt{3}-1)=25(\sqrt{3}-1)$(cm²)

16

답 $(3+\sqrt{3})$ cm

$\overline{AH}=h$ cm라 하면

$\overline{BH}=h\tan 45°=h$(cm), $\overline{CH}=h\tan 30°=\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$(cm)

$\overline{BC}=\overline{BH}-\overline{CH}=h-\dfrac{\sqrt{3}}{3}h$

즉, $\left(1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)h=2$에서 $\dfrac{3-\sqrt{3}}{3}h=2$이므로

$h=2\times\dfrac{3}{3-\sqrt{3}}=3+\sqrt{3}$(cm)

17

답 $50(\sqrt{3}+1)$ m

$\overline{AD}=h$ m라 하면

$\overline{BD}=h\tan 60°=\sqrt{3}h$(m), $\overline{CD}=h\tan 45°=h$(m)

$\overline{BC}=\overline{BD}-\overline{CD}=\sqrt{3}h-h$, 즉 $(\sqrt{3}-1)h=100$이므로

$h=\dfrac{100}{\sqrt{3}-1}=50(\sqrt{3}+1)$(m)

18

답 50 km

$\overline{CD}=h$ km라 하면

$\overline{AC}=h\tan 49°$ km, $\overline{BC}=h\tan 37°$ km

$\overline{AB}=\overline{AC}-\overline{BC}=h\tan 49°-h\tan 37°$

즉, $(\tan 49°-\tan 37°)h=20$에서

$(1.15-0.75)h=20$이므로 $h=\dfrac{20}{0.4}=50$(km)

따라서 인공위성의 높이 CD는 50 km이다.

유형 7~10

P. 73~75

19

답 (1) $6\sqrt{3}$ cm² (2) 18 cm²

(1) △ABC$=\dfrac{1}{2}\times 4\times 6\times\sin 60°=6\sqrt{3}$(cm²)

(2) △ABC$=\dfrac{1}{2}\times 6\times 12\times\sin(180°-150°)=18$(cm²)

20

답 ④

△ABC$=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 9\times\sin 45°=18\sqrt{2}$에서

$\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times 9\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=18\sqrt{2}$ $\quad\therefore \overline{AB}=8$(cm)

21 답 120°

$\triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\times 8\times \sin(180^\circ-C)=10\sqrt{3}$에서

$\sin(180^\circ-C)=\frac{\sqrt{3}}{2}$이므로 $180^\circ-\angle C=60^\circ$

$\therefore\ \angle C=120^\circ$

22 답 $54\,\text{cm}^2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{BC}=\overline{DE}=12\,\text{cm}$이므로

$\overline{AB}=12\cos 30^\circ=6\sqrt{3}(\text{cm})$

$\angle ABD=30^\circ+90^\circ=120^\circ$이므로

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 12\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=54(\text{cm}^2)$

23 답 $16\pi-12\sqrt{3}$

$\overline{OC}$를 그으면

$\triangle AOC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCA=\angle OAC=30^\circ$

즉, $\angle AOC=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$이므로

$S=$(부채꼴 AOC의 넓이)$-\triangle AOC$

$=\pi\times 4^2\times \frac{120}{360}-\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}$

$\therefore\ 3S=3\times\left(\frac{16}{3}\pi-4\sqrt{3}\right)=16\pi-12\sqrt{3}$

24 답 $(27+9\sqrt{3})\,\text{cm}^2$

$\overline{OB}$, $\overline{OC}$를 그으면 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=3:4:5$에서

$\angle AOB=\frac{3}{3+4+5}\times 360^\circ=90^\circ$

$\angle BOC=\frac{4}{3+4+5}\times 360^\circ=120^\circ$

$\angle COA=\frac{5}{3+4+5}\times 360^\circ=150^\circ$

$\therefore\ \triangle ABC=\triangle OAB+\triangle OBC+\triangle OCA$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 90^\circ$

$+\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=18+9\sqrt{3}+9$

$=27+9\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

참고 **부채꼴의 중심각의 크기와 호의 길이 사이의 관계**

한 원 또는 합동인 두 원에서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례한다.

25 답 $14\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

$\overline{BD}$를 그으면

$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle BCD$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 4\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$+\frac{1}{2}\times 8\times 6\times \sin 60^\circ$

$=2\sqrt{3}+12\sqrt{3}$

$=14\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

26 답 $30\sqrt{3}\,\text{cm}^2$

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}=6\tan 60^\circ=6\sqrt{3}(\text{cm})$이므로

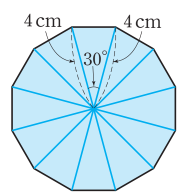
$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\frac{1}{2}\times 6\times 6\sqrt{3}+\frac{1}{2}\times 6\sqrt{3}\times 8\times \sin 30^\circ$

$=18\sqrt{3}+12\sqrt{3}$

$=30\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

27 답 $48\,\text{cm}^2$



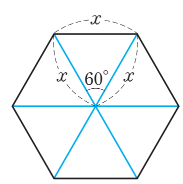
정십이각형은 오른쪽 그림과 같이 12개의 합동인 이등변삼각형으로 나누어지고 이등변삼각형의 꼭지각의 크기는

$\frac{360^\circ}{12}=30^\circ$이므로

(넓이)$=12\times\left(\frac{1}{2}\times 4\times 4\times \sin 30^\circ\right)$

$=48(\text{cm}^2)$

28 답 $3\sqrt{2}$



정육각형은 오른쪽 그림과 같이 6개의 합동인 정삼각형으로 나누어지므로 정육각형의 한 변의 길이를 x라 하면

(넓이)$=6\times\left(\frac{1}{2}\times x\times x\times \sin 60^\circ\right)$

$=27\sqrt{3}$

에서 $x^2=18$

그런데 $x>0$이므로 $x=3\sqrt{2}$

29 답 ③

평행사변형의 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle B=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\therefore\ \square ABCD=4\times 6\times \sin 60^\circ$

$=12\sqrt{3}$

다른 풀이

$\overline{CD}=\overline{AB}=4$이므로

$\square ABCD=4\times 6\times \sin(180^\circ-120^\circ)$

$=12\sqrt{3}$

30 답 $32\,\text{cm}^2$

$\square ABCD=8\times 8\times \sin(180^\circ-150^\circ)$

$=32(\text{cm}^2)$

31 답 30°

$\square ABCD=5\times8\times\sin x=20$에서

$\sin x=\frac{1}{2}\qquad \therefore \angle x=30^\circ$

32 답 ②

$\square ABCD=8\times10\times\sin 45^\circ=40\sqrt{2}(cm^2)$

평행사변형의 넓이는 한 대각선에 의해 이등분되므로

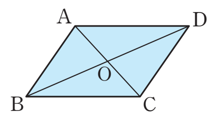
$\triangle ABC=\frac{1}{2}\square ABCD=\frac{1}{2}\times40\sqrt{2}=20\sqrt{2}(cm^2)$

$\overline{BM}=\overline{CM}$이므로

$\triangle AMC=\frac{1}{2}\triangle ABC=\frac{1}{2}\times20\sqrt{2}=10\sqrt{2}(cm^2)$

참고 **평행사변형과 넓이**

평행사변형 ABCD에서



(1) $\triangle ABC=\triangle BCD=\triangle CDA$

$=\triangle DAB$

$=\frac{1}{2}\square ABCD$

(2) $\triangle ABO=\triangle BCO=\triangle CDO=\triangle DAO$

$=\frac{1}{4}\square ABCD$

33 답 $\frac{\sqrt{2}}{2}ab$, 과정은 풀이 참조

평행사변형에서 이웃하는 두 내각의 크기의 합은 180°이므로

$\angle DBC=180^\circ-(30^\circ+105^\circ)=45^\circ$ … (i)

$\therefore \triangle DBC=\frac{1}{2}\times a\times b\times\sin 45^\circ$

$=\frac{\sqrt{2}}{4}ab$ … (ii)

평행사변형의 넓이는 한 대각선에 의해 이등분되므로

$\square ABCD=2\triangle DBC=2\times\frac{\sqrt{2}}{4}ab=\frac{\sqrt{2}}{2}ab$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle DBC$의 크기 구하기	30 %
(ii) $\triangle DBC$의 넓이를 a, b를 이용하여 나타내기	40 %
(iii) $\square ABCD$의 넓이를 a, b를 이용하여 나타내기	30 %

34 답 $6\sqrt{3}cm^2$

평행사변형의 넓이는 두 대각선에 의해 사등분되므로

$\triangle ABO=\frac{1}{4}\square ABCD$

$=\frac{1}{4}\times(8\times6\times\sin 60^\circ)$

$=6\sqrt{3}(cm^2)$

35 답 $6\sqrt{3}cm^2$

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times4\times6\times\sin 60^\circ$

$=6\sqrt{3}(cm^2)$

36 답 $27\sqrt{3}$

두 대각선의 교점을 O라 하면 $\triangle OBC$에서

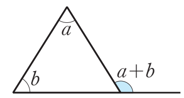
$\angle BOA=25^\circ+35^\circ=60^\circ$

$\therefore \square ABCD=\frac{1}{2}\times12\times9\times\sin 60^\circ$

$=27\sqrt{3}$

참고 **삼각형의 내각과 외각의 크기 사이의 관계**

삼각형의 한 외각의 크기는 그와 이웃하지 않는 두 내각의 크기의 합과 같다.



37 답 ④

$\overline{BD}=x$ cm라 하면

등변사다리꼴의 두 대각선의 길이는 같으므로

$\overline{AC}=\overline{BD}=x$ cm

$\square ABCD=\frac{1}{2}\times x\times x\times\sin(180^\circ-120^\circ)=12\sqrt{3}$에서

$x^2=48$

그런데 $x>0$이므로 $x=4\sqrt{3}(cm)$

단원 마무리 P. 76~79

1 ②	**2** $243\sqrt{3}\pi\ cm^3$, 과정은 풀이 참조			
3 6.6 m	**4** ③	**5** $3\sqrt{6}$	**6** ④	**7** ①
8 $\frac{7\sqrt{2}}{2}cm^2$		**9** ③	**10** $35\sqrt{2}cm^2$	
11 ③	**12** 60°	**13** $x=3$, $y=2\sqrt{3}$		
14 $200(\sqrt{3}+1)$ m	**15** $\sqrt{21}$ cm, 과정은 풀이 참조			
16 $100(\sqrt{3}+1)$ m	**17** ①	**18** $12+2\sqrt{5}$		
19 $18\sqrt{3}cm^2$, 과정은 풀이 참조		**20** $300\sqrt{3}cm^2$		
21 ①	**22** 520 m	**23** $12(\sqrt{3}-1)cm^2$		
24 $\frac{3}{5}$				

1 $x=8\cos 42^\circ=8\times0.7431=5.9448$

$y=8\sin 42^\circ=8\times0.6691=5.3528$

$\therefore x+y=5.9448+5.3528=11.2976$

2 $\triangle ABH$에서

$\overline{BH}=18\cos 60^\circ=9(cm)$ … (i)

$\overline{AH}=18\sin 60^\circ=9\sqrt{3}(cm)$ … (ii)

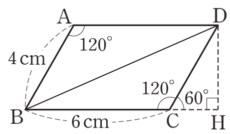
$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times\pi\times9^2\times9\sqrt{3}$

$=243\sqrt{3}\pi(cm^3)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
(iii) 원뿔의 부피 구하기	40 %

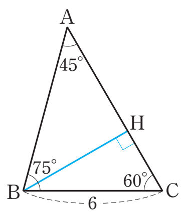
3 $\overline{BC}=10\tan 27^\circ=10\times 0.51=5.1(\text{m})$
따라서 가로등의 높이는
$5.1+1.5=6.6(\text{m})$

4 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 D에서 $\overline{BC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면



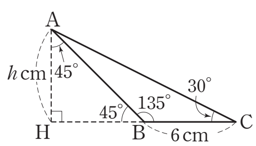
△DCH에서
$\angle DCH=180^\circ-120^\circ=60^\circ$이므로
$\overline{DH}=4\sin 60^\circ=2\sqrt{3}(\text{cm})$
$\overline{CH}=4\cos 60^\circ=2(\text{cm})$
따라서 △DBH에서
$\overline{BD}=\sqrt{(6+2)^2+(2\sqrt{3})^2}=2\sqrt{19}(\text{cm})$

5 오른쪽 그림과 같이 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△HBC에서
$\overline{BH}=6\sin 60^\circ=3\sqrt{3}$
따라서 △ABH에서
$\angle A=180^\circ-(75^\circ+60^\circ)=45^\circ$이므로
$\overline{AB}=\dfrac{\overline{BH}}{\sin 45^\circ}=3\sqrt{3}\times\dfrac{2}{\sqrt{2}}=3\sqrt{6}$

6 $\overline{AH}=h$ cm라 하면



$\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(\text{cm})$,
$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h(\text{cm})$
$\overline{BC}=\overline{CH}-\overline{BH}=\sqrt{3}h-h$
즉, $(\sqrt{3}-1)h=6$이므로
$h=\dfrac{6}{\sqrt{3}-1}=3(\sqrt{3}+1)(\text{cm})$

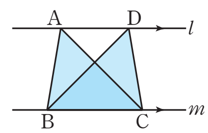
7 $\angle A=180^\circ-(75^\circ+75^\circ)=30^\circ$
$\therefore\ \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 3\sqrt{3}\times\sin 30^\circ$
$=\dfrac{27}{4}(\text{cm}^2)$

8 점 G가 △ABC의 무게중심이므로
$\triangle GCA=\dfrac{1}{3}\triangle ABC$
$=\dfrac{1}{3}\times\left(\dfrac{1}{2}\times 7\times 6\times\sin 45^\circ\right)$
$=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{21\sqrt{2}}{2}=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}(\text{cm}^2)$

9 $\overline{BD}$를 그으면
$\square ABCD=\triangle ABD+\triangle DBC$
$=\dfrac{1}{2}\times 3\sqrt{3}\times 9\times\sin(180^\circ-150^\circ)$
$+\dfrac{1}{2}\times 12\times 15\times\sin 60^\circ$
$=\dfrac{27\sqrt{3}}{4}+45\sqrt{3}$
$=\dfrac{207\sqrt{3}}{4}(\text{cm}^2)$

10 $\overline{AE}\,/\!/\,\overline{DC}$이므로 $\triangle AED=\triangle AEC$
$\therefore\ \square ABED=\triangle ABE+\triangle AED$
$=\triangle ABE+\triangle AEC$
$=\triangle ABC$
$=\dfrac{1}{2}\times 10\times 14\times\sin 45^\circ$
$=35\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

참고 **평행선과 삼각형의 넓이**
$l\,/\!/\,m$이면
$\triangle ABC=\triangle DBC$

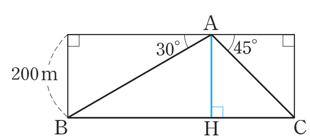


11 $\square ABCD=\overline{AB}\times 14\times\sin(180^\circ-120^\circ)=70\sqrt{3}$에서
$7\sqrt{3}\,\overline{AB}=70\sqrt{3}$
$\therefore\ \overline{AB}=10(\text{cm})$

12 $\square ABCD=\dfrac{1}{2}\times 6\times 8\times\sin x=12\sqrt{3}$에서
$\sin x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\qquad\therefore\ \angle x=60^\circ$

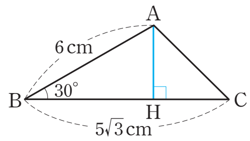
13 △ABH에서
$x=3\sqrt{2}\cos 45^\circ=3$
$\overline{AH}=3\sqrt{2}\sin 45^\circ=3$
따라서 △AHC에서
$y=\dfrac{\overline{AH}}{\sin 60^\circ}=3\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

14



위의 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면
△ABH에서 $\angle BAH=60^\circ$이므로
$\overline{BH}=200\tan 60^\circ=200\sqrt{3}(\text{m})$
△AHC에서 $\angle CAH=45^\circ$이므로
$\overline{CH}=200\tan 45^\circ=200(\text{m})$
$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}$
$=200\sqrt{3}+200=200(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

15 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서

$\overline{AH}=6\sin 30^\circ=3(\text{cm})$ … (i)

$\overline{BH}=6\cos 30^\circ=3\sqrt{3}(\text{cm})$ … (ii)

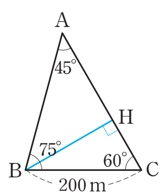
$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=5\sqrt{3}-3\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ … (iii)

따라서 △AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+3^2}=\sqrt{21}(\text{cm})$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AH}$의 길이 구하기	25 %
(ii) $\overline{BH}$의 길이 구하기	25 %
(iii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	20 %
(iv) $\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %

16 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△BCH에서

$\overline{CH}=200\cos 60^\circ=100(\text{m})$

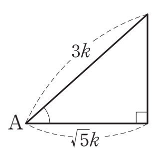
$\overline{BH}=200\sin 60^\circ=100\sqrt{3}(\text{m})$

따라서 △ABH에서

$\overline{AH}=\dfrac{100\sqrt{3}}{\tan 45^\circ}=100\sqrt{3}(\text{m})$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AH}+\overline{CH}=100\sqrt{3}+100=100(\sqrt{3}+1)(\text{m})$

17 $\cos A=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$를 만족시키는 직각삼각형은 오른쪽 그림과 같으므로



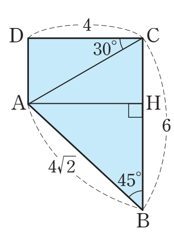
(높이)$=\sqrt{(3k)^2-(\sqrt{5}k)^2}=2k$

$\therefore \sin A=\dfrac{2k}{3k}=\dfrac{2}{3}$

$\therefore \triangle ABC=\dfrac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}\times\sin A$

$=\dfrac{1}{2}\times 7\times 6\times\dfrac{2}{3}=14$

18 오른쪽 그림과 같이 점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



△ABH에서 $\overline{AH}=4\sqrt{2}\sin 45^\circ=4$

$\overline{BH}=4\sqrt{2}\cos 45^\circ=4$

$\therefore \overline{CH}=\overline{BC}-\overline{BH}=6-4=2$

△AHC에서 $\overline{AC}=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$

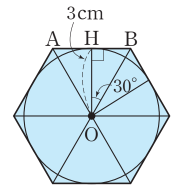
$\therefore \square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{2}\times 6\times\sin 45^\circ$

$+\dfrac{1}{2}\times 4\times 2\sqrt{5}\times\sin 30^\circ$

$=12+2\sqrt{5}$

19 오른쪽 그림에서 △AOB는 정삼각형이므로 점 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\angle BOH=\dfrac{1}{2}\angle AOB$

$=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

△BHO에서

$\overline{OB}=\dfrac{\overline{OH}}{\cos 30^\circ}$

$=3\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ … (i)

$\therefore \triangle AOB=\dfrac{1}{2}\times 2\sqrt{3}\times 2\sqrt{3}\times\sin 60^\circ$

$=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ … (ii)

따라서 정육각형의 넓이는

$6\triangle AOB=6\times 3\sqrt{3}$

$=18\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 정삼각형의 한 변의 길이 구하기	40 %
(ii) 정삼각형의 넓이 구하기	40 %
(iii) 정육각형의 넓이 구하기	20 %

20 마름모의 내각 중 예각의 크기는

$\dfrac{360^\circ}{6}=60^\circ$

따라서 구하는 도형의 넓이는

$6\times(10\times 10\times\sin 60^\circ)=6\times 50\sqrt{3}$

$=300\sqrt{3}(\text{cm}^2)$

21 평행사변형의 넓이는 두 대각선에 의해 사등분되므로

$\triangle ABP+\triangle CDP=\dfrac{1}{4}\square ABCD+\dfrac{1}{4}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{2}\square ABCD$

$=\dfrac{1}{2}\times(12\times 10\times\sin 45^\circ)$

$=30\sqrt{2}(\text{cm}^2)$

22 비행기가 시속 180 km로 40초, 즉 $\dfrac{1}{90}$시간 동안 직선 경로를 날아간 거리는

$\overline{AB}=180\times\dfrac{1}{90}=2(\text{km})$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AB}\sin 15^\circ$

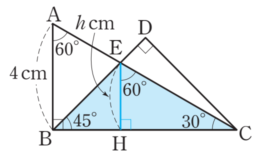
$=2\times 0.26$

$=0.52(\text{km})$

따라서 지면으로부터 비행기의 높이는 0.52 km, 즉 520 m이다.

참고 (거리)=(속력)×(시간)

23 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 E에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{EH}=h\,\mathrm{cm}$라 하면



△EBH에서

$\overline{BH}=h\tan 45^\circ=h(\mathrm{cm})$

△EHC에서 $\overline{CH}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h(\mathrm{cm})$

이때 △ABC에서

$\overline{BC}=4\tan 60^\circ=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{CH}=h+\sqrt{3}h$

즉, $(1+\sqrt{3})h=4\sqrt{3}$이므로

$h=\dfrac{4\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}=6-2\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \triangle EBC=\dfrac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times(6-2\sqrt{3})$

$\qquad\qquad=12(\sqrt{3}-1)(\mathrm{cm}^2)$

24 $\overline{AE}=a(a>0)$라 하면 정사각형 ABCD의 한 변의 길이는 $2a$이므로

△ABE에서

$\overline{BE}=\sqrt{(2a)^2+a^2}=\sqrt{5}a$

마찬가지 방법으로 $\overline{BF}=\sqrt{5}a$

□ABCD=△ABE+△EBF+△BCF+△DEF에서

$(2a)^2=\dfrac{1}{2}\times a\times 2a+\dfrac{1}{2}\times\sqrt{5}a\times\sqrt{5}a\times\sin x$

$\qquad+\dfrac{1}{2}\times a\times 2a+\dfrac{1}{2}\times a\times a$

$4a^2=a^2+\dfrac{5}{2}a^2\sin x+a^2+\dfrac{1}{2}a^2$

$\dfrac{5}{2}a^2\sin x=\dfrac{3}{2}a^2$

$\therefore\ \sin x=\dfrac{3}{5}$

유형 1~7 P. 82~85

1 답 ②

크기가 같은 두 중심각에 대한 현의 길이는 같으므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=5\,\text{cm}$

2 답 ②

$\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OBA=\angle OAB=40^\circ$

$\therefore\ \angle AOB=180^\circ-2\times40^\circ=100^\circ$

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\angle COD=\angle AOB=100^\circ$

3 답 ③

ㄴ. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로 $\overline{AC}$의 길이는 알 수 없다.

ㄹ. 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로 $\overline{AD}\neq3\overline{EF}$

4 답 ②

직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{5^2-3^2}=4(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4=8(\text{cm})$

5 답 8

$\overline{AO}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times20=10$

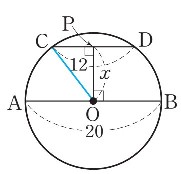
$\overline{CP}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times12=6$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{CO}$를 그으면

$\overline{CO}=\overline{AO}=10$

따라서 직각삼각형 COP에서

$x=\sqrt{10^2-6^2}=8$



6 답 $\frac{15}{2}$, 과정은 풀이 참조

$\overline{BD}=\overline{AD}=6\,\text{cm}$ … (i)

$\overline{OC}=\overline{OB}=x\,\text{cm}$이므로

$\overline{OD}=x-3(\text{cm})$ … (ii)

직각삼각형 ODB에서

$(x-3)^2+6^2=x^2$ … (iii)

$6x=45\qquad\therefore\ x=\frac{15}{2}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BD}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{OD}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타내기	30 %
(iii) x에 대한 식 세우기	30 %
(iv) x의 값 구하기	20 %

7 답 ①

$\overline{OC}=\overline{OA}=5\,\text{cm}$이므로 $\overline{OD}=5-1=4(\text{cm})$

직각삼각형 OAD에서 $\overline{AD}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{AD}=3\,\text{cm}$

8 답 ④

직각삼각형 ACD에서 $\overline{AD}=\sqrt{10^2-6^2}=8(\text{cm})$

원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하고 $\overline{OA}$를 그으면

$\overline{OA}=\overline{OC}=r\,\text{cm},\ \overline{OD}=(r-6)\,\text{cm}$

직각삼각형 OAD에서

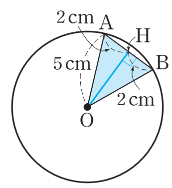
$8^2+(r-6)^2=r^2,\ 12r=100\qquad\therefore\ r=\frac{25}{3}(\text{cm})$

9 답 ④

오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=\overline{BH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$

$\overline{OA}=\frac{1}{2}\times10=5(\text{cm})$



직각삼각형 AOH에서 $\overline{OH}=\sqrt{5^2-2^2}=\sqrt{21}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle AOB=\frac{1}{2}\times4\times\sqrt{21}=2\sqrt{21}(\text{cm}^2)$

10 답 ②

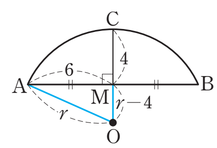
원의 중심을 O라 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 이 원의 중심 O를 지난다.

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

직각삼각형 AOM에서

$6^2+(r-4)^2=r^2$

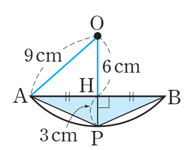
$8r=52\qquad\therefore\ r=6.5$



11 답 $9\sqrt{5}\,\text{cm}^2$

원의 중심을 O라 하면 $\overline{HP}$의 연장선은 이 원의 중심 O를 지나므로

직각삼각형 OAH에서



$\overline{AH}=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$

또 $\overline{AB}=2\overline{AH}=2\times3\sqrt{5}=6\sqrt{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle APB=\frac{1}{2}\times6\sqrt{5}\times3=9\sqrt{5}(\text{cm}^2)$

12 답 10

수막새의 중심을 O라 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 이 수막새의 중심 O를 지난다.

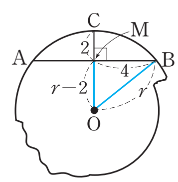
수막새의 반지름의 길이를 r라 하면

직각삼각형 OBM에서

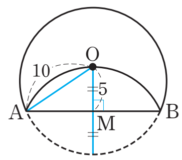
$(r-2)^2+4^2=r^2$

$4r=20\qquad\therefore\ r=5$

$\therefore$ (지름의 길이)$=2r=2\times5=10$



13 답 ⑤



오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

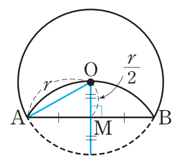
$\overline{OA}=10$, $\overline{OM}=\frac{1}{2}\times10=5$이므로

직각삼각형 △OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times5\sqrt{3}=10\sqrt{3}$

14 답 8



오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=\frac{r}{2}$이고

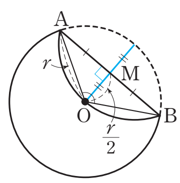
$\overline{AM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}=4\sqrt{3}$이므로

직각삼각형 OAM에서

$(4\sqrt{3})^2+\left(\frac{r}{2}\right)^2=r^2$, $\frac{3}{4}r^2=48$, $r^2=64$

그런데 $r>0$이므로 $r=8$

15 답 ③



오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=\frac{r}{2}$

직각삼각형 AOM에서

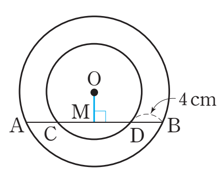
$\overline{AM}=\sqrt{r^2-\left(\frac{r}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}r$

$\therefore \overline{AO}:\overline{OM}:\overline{AM}=2:1:\sqrt{3}$

따라서 $\angle AOM=60^\circ$이고 $\triangle AOM\equiv\triangle BOM$(RHS 합동)

이므로 $\angle AOB=60^\circ\times2=120^\circ$

16 답 ③



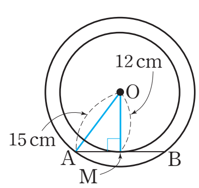
오른쪽 그림과 같이 두 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{AM}=\overline{BM}$, $\overline{CM}=\overline{DM}$

$\therefore \overline{AC}=\overline{AM}-\overline{CM}=\overline{BM}-\overline{DM}$

$=\overline{BD}=4$(cm)

17 답 ④

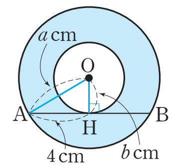


오른쪽 그림과 같이 두 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{OA}=15$cm, $\overline{OM}=12$cm이므로 직각삼각형 OAM에서

$\overline{AM}=\sqrt{15^2-12^2}=9$(cm)

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AM}=2\times9=18$(cm)

18 답 ④



$\overline{AH}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times8=4$(cm)

이때 큰 원의 반지름의 길이를 $a$cm, 작은 원의 반지름의 길이를 $b$cm라 하면

직각삼각형 OAH에서

$a^2-b^2=4^2=16$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

$=\pi a^2-\pi b^2=\pi(a^2-b^2)$

$=16\pi$(cm²)

19 답 6

직각삼각형 OND에서

$\overline{DN}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\therefore \overline{CD}=2\overline{DN}=2\times3=6$

이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=6$

20 답 $3\sqrt{2}$, 과정은 풀이 참조

$\overline{OM}=\overline{ON}$이므로

$\overline{CD}=\overline{AB}=6$ ⋯ (i)

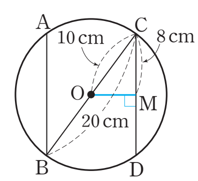
$\therefore \overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times6=3$ ⋯ (ii)

따라서 직각삼각형 OCN에서

$x=\sqrt{3^2+3^2}=3\sqrt{2}$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CD}$의 길이 구하기	35 %
(ii) $\overline{CN}$의 길이 구하기	35 %
(iii) x의 값 구하기	30 %

21 답 12cm



오른쪽 그림과 같이 점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면

$\overline{CM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times16=8$(cm),

$\overline{OC}=\frac{1}{2}\times20=10$(cm)이므로

직각삼각형 COM에서

$\overline{OM}=\sqrt{10^2-8^2}=6$(cm)

이때 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$까지의 거리는 같고 $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$이므로 두 현 AB, CD 사이의 거리는

$6+6=12$(cm)

22 답 70°

$\overline{OM}=\overline{ON}$에서

△ABC는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle x=\frac{1}{2}\times(180^\circ-40^\circ)=70^\circ$

23 답 ③

$\triangle ABC$는 $\overline{AB}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle C=\angle B=60^\circ \quad \therefore \angle A=180^\circ-2\times 60^\circ=60^\circ$

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times 3=6(\text{cm})$

24 답 55°

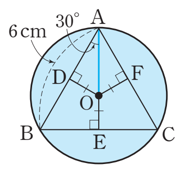
$\square OPCQ$에서 $\angle OPC=\angle OQC=90^\circ$이므로

$\angle C=360^\circ-(110^\circ+90^\circ+90^\circ)=70^\circ$

$\triangle ABC$는 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle A=\frac{1}{2}\times(180^\circ-70^\circ)=55^\circ$

25 답 $12\pi\,\text{cm}^2$



$\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$

즉, $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\angle BAC=60^\circ$

$\therefore \angle BAE=\frac{1}{2}\angle BAC=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

$\overline{AO}$를 그으면 $\triangle ADO$에서

$\overline{AD}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 6=3(\text{cm})$이므로

$\overline{AO}=\frac{\overline{AD}}{\cos 30^\circ}=3\times\frac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}(\text{cm})$

즉, 원 O의 반지름의 길이가 $2\sqrt{3}\,\text{cm}$이므로

(원 O의 넓이)$=\pi\times(2\sqrt{3})^2=12\pi(\text{cm}^2)$

유형 8~15 P. 86~90

26 답 80°

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\square AOBP$에서

$\angle APB=360^\circ-(100^\circ+90^\circ+90^\circ)=80^\circ$

27 답 $x=12$, $y=13$

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로 $x=12$

따라서 직각삼각형 APO에서

$y=\sqrt{12^2+5^2}=13$

28 답 $3\pi\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조

$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로 $\cdots$ (i)

$\square APBO$에서

$\angle AOB=360^\circ-(60^\circ+90^\circ+90^\circ)=120^\circ$ $\cdots$ (ii)

따라서 색칠한 부분의 넓이, 즉 부채꼴 AOB의 넓이는

$\pi\times 3^2\times\frac{120}{360}=3\pi(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle PAO$, $\angle PBO$의 크기가 90°임을 알기	35 %
(ii) $\angle AOB$의 크기 구하기	35 %
(iii) 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

29 답 $120\,\text{cm}^2$

$\triangle APO$는 직각삼각형이므로

$\overline{PA}=\sqrt{17^2-8^2}=15(\text{cm})$

또 $\triangle APO\equiv\triangle BPO$ (RHS 합동)이므로

$\square APBO=2\triangle APO$

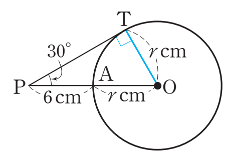
$=2\times\left(\frac{1}{2}\times 15\times 8\right)=120(\text{cm}^2)$

30 답 36 cm

$\overline{PA}=\overline{PB}$이고 $\angle P=60^\circ$이므로 $\triangle PAB$는 한 변의 길이가 12 cm인 정삼각형이다.

$\therefore$ ($\triangle PAB$의 둘레의 길이)$=3\times 12=36(\text{cm})$

31 답 ⑤



오른쪽 그림과 같이 $\overline{OT}$를 긋고 원 O의 반지름의 길이를 $r\,\text{cm}$라 하면 $\angle PTO=90^\circ$이고

$\angle TPO=30^\circ$이므로

직각삼각형 TPO에서

$\sin 30^\circ=\frac{\overline{TO}}{\overline{PO}}=\frac{r}{6+r}=\frac{1}{2}$

$2r=6+r \quad \therefore r=6(\text{cm})$

$\therefore \overline{PT}=\frac{r}{\tan 30^\circ}$

$=6\times\frac{3}{\sqrt{3}}=6\sqrt{3}(\text{cm})$

32 답 ③

$\square AOBP$에서

$\angle APB=360^\circ-(120^\circ+90^\circ+90^\circ)=60^\circ$

$\overline{OP}$를 그으면

$\triangle AOP\equiv\triangle BOP$ (RHS 합동)이므로

$\angle APO=\angle BPO=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

따라서 직각삼각형 AOP에서

$\overline{OA}=\overline{AP}\tan 30^\circ=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}(\text{cm})$

33 답 ①

②, ③, ④ 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같다.

⑤ $\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AB}+(\overline{BD}+\overline{CD})+\overline{CA}$

$=(\overline{AB}+\overline{BF})+(\overline{CE}+\overline{CA})$

$=\overline{AF}+\overline{AE}$

$=2\overline{AE}$

따라서 옳지 않은 것은 ①이다.

34 답 $9\,\text{cm}$

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AE}$이므로

$6+5+7=2\overline{AE}$

$\therefore\ \overline{AE}=9(\text{cm})$

35 답 ③

$(\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AE}$

$=2\times15=30(\text{cm})$

36 답 ④

$(\triangle DPE$의 둘레의 길이$)=\overline{PD}+\overline{DE}+\overline{EP}$

$=\overline{PA}+\overline{PB}=2\overline{PB}$

이때 $\triangle DPE$의 둘레의 길이가 $8\,\text{km}$이므로

$2\overline{PB}=8\qquad\therefore\ \overline{PB}=4(\text{km})$

따라서 P지점에서 B지점까지의 거리는 $4\,\text{km}$이다.

37 답 ③

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{CE}+\overline{CF}=2\overline{CF}$이므로

$\overline{AB}+10+12=2\times16$

$\therefore\ \overline{AB}=10$

다른 풀이

$\overline{AD}=\overline{AE}=\overline{CE}-\overline{CA}=16-12=4$

$\overline{BD}=\overline{BF}=\overline{CF}-\overline{CB}=16-10=6$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=4+6=10$

38 답 4

$\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}=\overline{AE}+\overline{AF}=2\overline{AE}$이므로

$8+x+6=2\times(8+1)$

$\therefore\ x=4$

다른 풀이

$\overline{CD}=\overline{CF}=\overline{AF}-\overline{AC}=(8+1)-6=3$,

$\overline{BD}=\overline{BE}=1$이므로

$x=\overline{CD}+\overline{BD}=3+1=4$

39 답 16

직각삼각형 CEO에서

$\overline{CE}=\sqrt{10^2-6^2}=8$

$\therefore\ (\triangle ABC$의 둘레의 길이$)=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

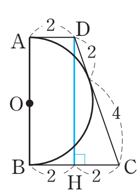
$=\overline{CE}+\overline{CF}=2\overline{CE}$

$=2\times8=16$

40 답 $4\sqrt{2}$

$\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}=2+4=6$

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{CH}=4-2=2$

따라서 직각삼각형 DHC에서

$\overline{DH}=\sqrt{6^2-2^2}=4\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{DH}=4\sqrt{2}$

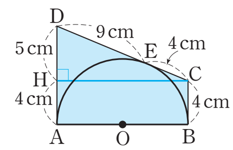
41 답 $78\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조

반원 O와 $\overline{CD}$의 접점을 E라 하면

$\overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}=\overline{BC}+\overline{AD}$

$=4+9=13(\text{cm})$ $\cdots$ (i)

오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{AD}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=9-4=5(\text{cm})$ $\cdots$ (ii)

직각삼각형 DHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$ $\cdots$ (iii)

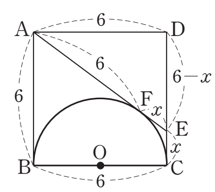
$\therefore\ \square ABCD=\frac{1}{2}\times(\overline{AD}+\overline{BC})\times\overline{CH}$

$=\frac{1}{2}\times(9+4)\times12=78(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CD}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{DH}$의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	20 %
(iv) $\square ABCD$의 넓이 구하기	30 %

42 답 $\frac{15}{2}$

$\overline{EF}=x$라 하면



$\overline{AF}=\overline{AB}=6$이고

$\overline{CE}=\overline{EF}=x$, $\overline{DE}=6-x$

따라서 직각삼각형 AED에서

$6^2+(6-x)^2=(6+x)^2$

$24x=36\qquad\therefore\ x=\frac{3}{2}$

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{AF}+\overline{EF}=6+\frac{3}{2}=\frac{15}{2}$

43 답 7

$\overline{BE}=\overline{BD}=\overline{AB}-\overline{AD}=8-3=5$

$\overline{AF}=\overline{AD}=3$이므로

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{AC}-\overline{AF}=5-3=2$

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=5+2=7$

44 답 4

$\overline{CE}=\overline{CF}=3\,\text{cm}$이므로 $\overline{BD}=\overline{BE}=9-3=6(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AF}=\overline{AD}=10-6=4(\text{cm})$

$\therefore\ x=4$

45 답 $4\,\text{cm}$

$\overline{CF}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{AD}=\overline{AF}=(13-x)\,\text{cm}$이고

$\overline{CE}=x\,\text{cm}$이므로

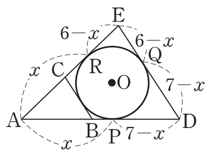
$\overline{BD}=\overline{BE}=(5-x)\,\text{cm}$

즉, $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=(13-x)+(5-x)=10$에서

$2x=8\qquad\therefore\ x=4(\text{cm})$

46 답 8

원 O와 △ADE의 접점을 각각 P, Q, R라 하고 $\overline{AP}=\overline{AR}=x$라 하면



$\overline{DE}=\overline{DQ}+\overline{EQ}=\overline{DP}+\overline{ER}$

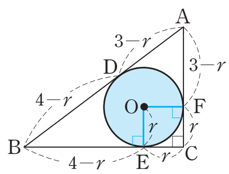
$=(7-x)+(6-x)=5$

$2x=8 \qquad \therefore x=4$

$\therefore$ (△ABC의 둘레의 길이)$=2x=2\times4=8$

47 답 (1) 1 (2) π

(1) 직각삼각형 ABC에서



$\overline{AB}=\sqrt{3^2+4^2}=5$

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{CE}=\overline{CF}=\overline{OE}=r$이므로

$\overline{AD}=\overline{AF}=3-r$

$\overline{BD}=\overline{BE}=4-r$

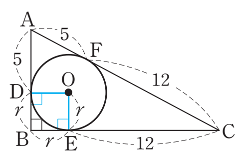
즉, $\overline{AB}=\overline{AD}+\overline{BD}=(3-r)+(4-r)=5$에서

$2r=2 \qquad \therefore r=1$

(2) (원 O의 넓이)$=\pi\times1^2=\pi$

48 답 ③

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{BD}=\overline{BE}=\overline{OE}=r$이므로



직각삼각형 ABC에서

$(5+r)^2+(r+12)^2=17^2$

$r^2+17r-60=0$

$(r+20)(r-3)=0$

그런데 $r>0$이므로 $r=3$

49 답 ④

$\overline{AD}=\overline{AF}=3$, $\overline{CE}=\overline{CF}=6$이므로

$\overline{BD}=\overline{BE}=x$라 하면

$\overline{AB}=x+3$, $\overline{BC}=x+6$, $\overline{AC}=3+6=9$

따라서 직각삼각형 ABC에서

$(x+3)^2+9^2=(x+6)^2$

$6x=54 \qquad \therefore x=9$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times(9+3)\times9=54$

50 답 ④

$7+5=3+\overline{BC}$

$\therefore \overline{BC}=9(\text{cm})$

51 답 $x=4$, $y=7$, 과정은 풀이 참조

□ABCD의 둘레의 길이가 20 cm이므로

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times20=10(\text{cm})$ … (i)

$6+x=10$에서 $x=4$ … (ii)

$3+y=10$에서 $y=7$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}+\overline{CD}$, $\overline{AD}+\overline{BC}$의 값 구하기	40 %
(ii) x의 값 구하기	30 %
(iii) y의 값 구하기	30 %

52 답 10 cm

직각삼각형 ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{(6\sqrt{5})^2-6^2}=12(\text{cm})$

이때 $6+\overline{CD}=4+12$이므로

$\overline{CD}=10(\text{cm})$

53 답 6

직각삼각형 DEC에서

$\overline{EC}=\sqrt{10^2-8^2}=6$

$\overline{BE}=x$라 하면

$\overline{AD}=\overline{BC}=x+6$

□ABED는 원 O에 외접하므로

$8+10=(x+6)+x$, $2x=12$

$\therefore x=6$

54 답 (1) 5 cm (2) 1 cm

(1) $\overline{BE}=x$ cm라 하면 □EBCD는 원 O에 외접하므로

$\overline{DE}+6=x+4$

$\therefore \overline{DE}=x-2(\text{cm})$

$\overline{AE}=\overline{AD}-\overline{DE}$

$=6-(x-2)$

$=8-x(\text{cm})$

직각삼각형 ABE에서

$(8-x)^2+4^2=x^2$, $16x=80$

$\therefore x=5(\text{cm})$

(2) $\overline{DE}=x-2=5-2=3(\text{cm})$

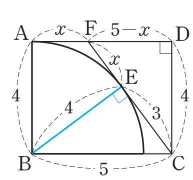
$\overline{DI}=\overline{DH}=\frac{1}{2}\overline{CD}$

$=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$

$\therefore \overline{EI}=\overline{DE}-\overline{DI}=3-2=1(\text{cm})$

55 답 ④

$\overline{AF}=x$라 하면



$\overline{EF}=\overline{AF}=x$, $\overline{DF}=5-x$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면

직각삼각형 BCE에서

$\overline{BE}=4$이므로

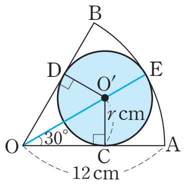
$\overline{CE}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

따라서 직각삼각형 FCD에서

$(5-x)^2+4^2=(x+3)^2$이므로

$16x=32 \qquad \therefore x=2$

56 답 $16\pi\text{ cm}^2$



원 O′의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{OO'}=\overline{OE}-\overline{O'E}$

$=\overline{OA}-\overline{O'C}$

$=12-r(\text{cm})$

$\angle O'OC=30^\circ$이므로

$\triangle O'OC$에서

$\sin 30^\circ=\dfrac{\overline{O'C}}{\overline{OO'}}=\dfrac{r}{12-r}=\dfrac{1}{2}$

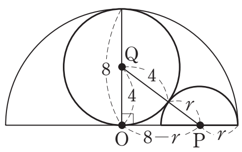
$2r=12-r$

$3r=12$

$\therefore r=4(\text{cm})$

$\therefore$ (원 O′의 넓이)$=\pi\times4^2=16\pi(\text{cm}^2)$

57 답 $\dfrac{8}{3}$



반원 P의 반지름의 길이를 r라 하면

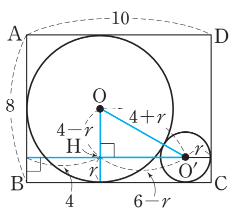
직각삼각형 OPQ에서

$4^2+(8-r)^2=(4+r)^2$

$24r=64$

$\therefore r=\dfrac{8}{3}$

58 답 $14-4\sqrt{10}$



원 O′의 반지름의 길이를 r라 하면 원 O의 반지름의 길이가

$\dfrac{1}{2}\times8=4$이므로

직각삼각형 OHO′에서

$(4-r)^2+(6-r)^2=(4+r)^2$

$r^2-28r+36=0$

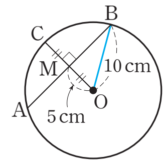
그런데 $0<r<4$이므로

$r=14-4\sqrt{10}$

단원 마무리 P. 91~93

1 ②	**2** ⑤	**3** $\dfrac{25}{6}$	**4** $8\sqrt{3}$	**5** ④
6 ②	**7** ④	**8** ④	**9** ③	**10** ④
11 ③	**12** $(16\pi-12\sqrt{3})\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조			
13 ③	**14** ④	**15** $\dfrac{225}{4}\pi\text{ cm}^2$	**16** ②	
17 16π	**18** 4π	**19** 14		

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면



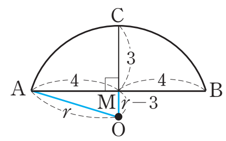
$\triangle BMO$에서

$\overline{BM}=\sqrt{10^2-5^2}=5\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{BM}=2\times5\sqrt{3}$

$=10\sqrt{3}(\text{cm})$

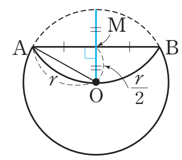
3 원의 중심을 O라 하고 원의 반지름의 길이를 r라 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 원의 중심 O를 지나므로



$\triangle AOM$에서 $4^2+(r-3)^2=r^2$

$6r=25 \qquad \therefore r=\dfrac{25}{6}$

4 오른쪽 그림과 같이 원 O의 중심에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{OA}=r$, $\overline{OM}=\dfrac{r}{2}$이고

$\overline{AM}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}\times12=6$이므로

$\triangle AOM$에서 $6^2+\left(\dfrac{r}{2}\right)^2=r^2$

$\dfrac{3}{4}r^2=36$, $r^2=48$

그런데 $r>0$이므로 $r=4\sqrt{3}$

따라서 원 O의 지름의 길이는 $2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}$

5 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{CN}=\overline{BM}=4$

$\triangle OCN$에서 $\overline{ON}=\sqrt{5^2-4^2}=3$

$\therefore \triangle OCN=\dfrac{1}{2}\times4\times3=6$

6 □AMON에서 $\angle A=360^\circ-(120^\circ+90^\circ+90^\circ)=60^\circ$

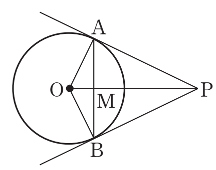
이때 $\overline{OM}=\overline{ON}$이므로 $\overline{AB}=\overline{AC}$

$\therefore \angle B=\angle C=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-60^\circ)=60^\circ$

따라서 $\triangle ABC$는 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times3=6(\text{cm})$

7 ③ $\triangle AOP\equiv\triangle BOP$ (RHS 합동)



④ $\angle AOB+\angle APB=180^\circ$

⑤ $\triangle AMP$와 $\triangle BMP$에서

$\overline{PA}=\overline{PB}$, $\overline{PM}$은 공통,

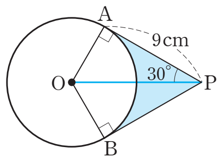
$\angle APM=\angle BPM$이므로

$\triangle AMP\equiv\triangle BMP$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AMP=\angle BMP=90^\circ$

즉, $\overline{AB}\perp\overline{OP}$

8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle AOP \equiv \triangle BOP$ (RHS 합동)이므로

$\angle APO = \angle BPO = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

이때 $\triangle AOP$에서

$\overline{AO} = \overline{AP} \tan 30^\circ = 9 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = 3\sqrt{3}$ (cm)

또 $\angle AOB = 360^\circ - (60^\circ + 90^\circ + 90^\circ) = 120^\circ$

∴ (색칠한 부분의 넓이)

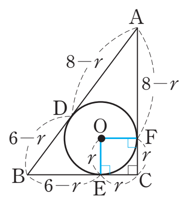
$= 2\triangle AOP -$ (부채꼴 AOB의 넓이)

$= 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 9 \times 3\sqrt{3}\right) - \pi \times (3\sqrt{3})^2 \times \frac{120}{360}$

$= 27\sqrt{3} - 9\pi$ (cm^2)

9 $\overline{AC} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$

오른쪽 그림과 같이 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$의 접점을 각각 D, E, F라 하고 원 O의 반지름의 길이를 r라 하면



$\overline{AD} = \overline{AF} = 8 - r$, $\overline{BD} = \overline{BE} = 6 - r$

즉, $\overline{AB} = (8 - r) + (6 - r) = 10$이므로

$2r = 4$

∴ $r = 2$

10 $\triangle ABC$에서

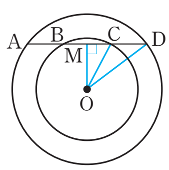
$\overline{AB} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$ (cm)

□ABCD에서

$9 + 13 = \overline{AD} + 12$

∴ $\overline{AD} = 10$ (cm)

11 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면



$\overline{CM} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$

$\overline{DM} = \overline{CD} + \overline{CM} = 6 + 4 = 10$

큰 원의 반지름의 길이를 x, 작은 원의 반지름의 길이를 y라 하면

$x + y = 21$ ⋯ ㉠

$\triangle ODM$에서 $\overline{OM}^2 = x^2 - 10^2$

$\triangle OCM$에서 $\overline{OM}^2 = y^2 - 4^2$

즉, $x^2 - 10^2 = y^2 - 4^2$이므로

$x^2 - y^2 = 10^2 - 4^2$

$(x + y)(x - y) = 84$

이 식에 ㉠을 대입하면

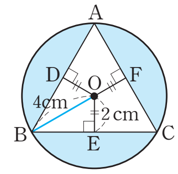
$21(x - y) = 84$

∴ $x - y = 4$ ⋯ ㉡

따라서 ㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x = \frac{25}{2}$

12 $\overline{OD} = \overline{OE} = \overline{OF}$이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$



즉, $\triangle ABC$는 정삼각형이다. ⋯ (i)

$\overline{OB}$를 그으면

$\overline{OB} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$ (cm)이므로

$\triangle OBE$에서

$\overline{BE} = \sqrt{4^2 - 2^2} = 2\sqrt{3}$ (cm)

∴ $\overline{BC} = 2\overline{BE} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (cm) ⋯ (ii)

∴ (색칠한 부분의 넓이)

$=$ (원 O의 넓이) $-$ (정삼각형 ABC의 넓이)

$= \pi \times 4^2 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2$

$= 16\pi - 12\sqrt{3}$ (cm^2) ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) △ABC가 정삼각형임을 알기	30 %
(ii) △ABC의 한 변의 길이 구하기	40 %
(iii) 색칠한 부분의 넓이 구하기	30 %

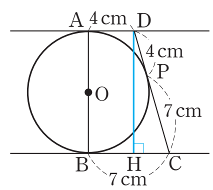
13 $\triangle TAO$에서

$\overline{AT} = \sqrt{11^2 - 5^2} = 4\sqrt{6}$ (cm)

∴ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이) $= \overline{AT} + \overline{AT'} = 2\overline{AT}$

$= 2 \times 4\sqrt{6} = 8\sqrt{6}$ (cm)

14 $\overline{CD} = \overline{CP} + \overline{PD} = \overline{BC} + \overline{AD}$



$= 7 + 4 = 11$ (cm)

오른쪽 그림과 같이 점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{CH} = 7 - 4 = 3$ (cm)

$\triangle DHC$에서

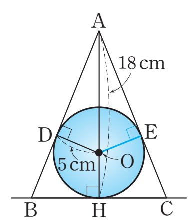
$\overline{DH} = \sqrt{11^2 - 3^2} = 4\sqrt{7}$ (cm)

따라서 원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB} = \frac{1}{2}\overline{DH} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$ (cm)

∴ (원 O의 둘레의 길이) $= 2\pi \times 2\sqrt{7} = 4\sqrt{7}\pi$ (cm)

15 오른쪽 그림에서 원 O와 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 접점을 각각 D, E라 하면



$\triangle ADO$에서

$\overline{AD} = \sqrt{(18 - 5)^2 - 5^2} = 12$ (cm)

$\triangle ADO \backsim \triangle AHB$ (AA 닮음)이므로

$\overline{DO} : \overline{HB} = \overline{AD} : \overline{AH}$

$5 : \overline{HB} = 12 : 18$ ∴ $\overline{HB} = \frac{15}{2}$ (cm)

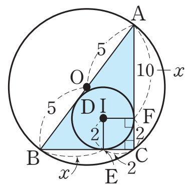
이때 $\overline{AE} = \overline{AD} = 12$ cm이고

$\triangle AEO \backsim \triangle AHC$ (AA 닮음)이므로 $\overline{CH} = \frac{15}{2}$ cm

따라서 지면에 비친 공의 그림자는 $\overline{BC}$를 지름으로 하는 원 모양이므로

(그림자의 넓이) $= \pi \times \left(\frac{15}{2}\right)^2 = \frac{225}{4}\pi$ (cm^2)

16 $\overline{BE}=\overline{BD}=x$라 하면



$\overline{AF}=\overline{AD}=10-x$

$\overline{BC}=\overline{BE}+\overline{CE}=x+2$

$\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$

$=(10-x)+2$

$=12-x$

$\triangle$ABC에서

$(x+2)^2+(12-x)^2=10^2$

$x^2-10x+24=0$

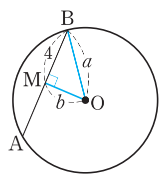
$(x-4)(x-6)=0$

그런데 $0<x<5$이므로 $x=4$

$\therefore \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AC}$

$=\frac{1}{2}\times(4+2)\times(12-4)=24$

17 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 현 AB에 내린 수선의 발을 M이라 하면 점 M은 현 AB의 중점이므로



$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 8=4$

현 AB를 원 O를 따라 한 바퀴 돌려 다시 제자리로 돌아오게 할 때, 점 M은 움직이면서 원을 그린다.

즉, 현 AB가 움직이면서 지나간 부분의 넓이는 원 O의 넓이에서 $\overline{OM}$을 반지름으로 하는 원의 넓이를 뺀 것과 같다.

$\overline{OB}=a$, $\overline{OM}=b$라 하면

$\triangle$OBM에서

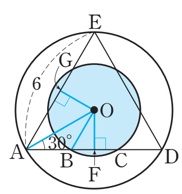
$a^2=b^2+4^2$

$a^2-b^2=16$

따라서 현 AB가 움직이면서 지나간 부분의 넓이는

$\pi a^2-\pi b^2=\pi(a^2-b^2)=16\pi$

18 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AD}$, $\overline{AE}$에 내린 수선의 발을 각각 F, G라 하면



$\triangle OAF\equiv\triangle OAG$ (RHS 합동)이므로

$\angle OAF=\frac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$

또 $\overline{AF}=\frac{1}{2}\overline{AD}=\frac{1}{2}\times 6=3$이므로

$\overline{OF}=\overline{AF}\tan 30^\circ=3\times\frac{\sqrt{3}}{3}=\sqrt{3}$

$\overline{AB}=\overline{BC}$이고 $\overline{AF}=\overline{DF}$, $\overline{BF}=\overline{CF}$에서 $\overline{AB}=\overline{CD}$이므로

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\frac{1}{3}\times 6=2$

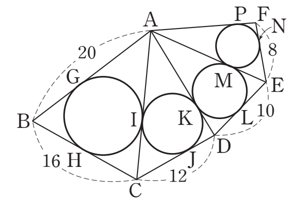
$\therefore \overline{BF}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times 2=1$

$\triangle$OBF에서

$\overline{OB}=\sqrt{(\sqrt{3})^2+1^2}=2$

$\therefore$ (작은 원의 넓이)$=\pi\times 2^2=4\pi$

19 $\overline{AG}=x$라 하면



$\overline{BH}=\overline{BG}=20-x$

$\overline{CJ}=\overline{CI}=\overline{CH}$

$=16-(20-x)$

$=x-4$

$\overline{DL}=\overline{DK}=\overline{DJ}$

$=12-(x-4)$

$=16-x$

$\overline{EN}=\overline{EM}=\overline{EL}=10-(16-x)=x-6$

$\overline{FP}=\overline{FN}=8-(x-6)=14-x$

한편 $\overline{AG}=\overline{AI}=\overline{AK}=\overline{AM}=\overline{AP}=x$이므로

$\overline{AF}=\overline{AP}+\overline{FP}=x+(14-x)=14$

유형 1~10 P. 96~102

1 답 ②

$\overline{OB}$를 그으면

$\angle AOB=2\angle AEB=2\times30^\circ=60^\circ$

$\angle BOC=2\angle BDC=2\times20^\circ=40^\circ$

$\therefore \angle x=\angle AOB+\angle BOC=60^\circ+40^\circ=100^\circ$

2 답 $400\pi\,\text{cm}^2$

$\angle AOB=2\angle APB=2\times36^\circ=72^\circ$

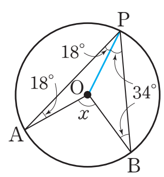
원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$2\pi r\times\frac{72}{360}=8\pi \qquad \therefore r=20(\text{cm})$

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times20^2=400\pi(\text{cm}^2)$

3 답 104°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OP}$를 그으면



$\triangle OPA$에서

$\angle OPA=\angle OAP=18^\circ$

$\triangle OBP$에서

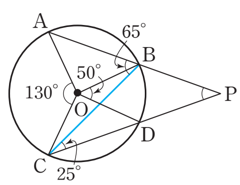
$\angle OPB=\angle OBP=34^\circ$

$\therefore \angle APB=18^\circ+34^\circ=52^\circ$

$\therefore \angle x=2\times52^\circ=104^\circ$

4 답 40°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ABC=\frac{1}{2}\angle AOC$

$=\frac{1}{2}\times130^\circ=65^\circ$

$\angle BCD=\frac{1}{2}\angle BOD$

$=\frac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$

$\triangle BCP$에서

$65^\circ=25^\circ+\angle P \qquad \therefore \angle P=40^\circ$

5 답 $\angle x=150^\circ$, $\angle y=105^\circ$

$\angle x=2\angle P=2\times75^\circ=150^\circ$

$\angle y=\frac{1}{2}\times(360^\circ-150^\circ)=105^\circ$

6 답 ④

$\angle APB=\frac{1}{2}\times260^\circ=130^\circ$

$\angle AOB=360^\circ-260^\circ=100^\circ$

$\square AOBP$에서

$\angle x=360^\circ-(130^\circ+68^\circ+100^\circ)=62^\circ$

7 답 248°, 과정은 풀이 참조

$\overline{AB}=\overline{AC}$이므로 $\angle ACB=\angle ABC=28^\circ$ … (i)

따라서 $\triangle ABC$에서

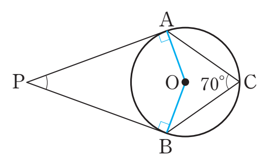
$\angle BAC=180^\circ-2\times28^\circ=124^\circ$ … (ii)

$\therefore \angle x=2\angle BAC=2\times124^\circ=248^\circ$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ACB$의 크기 구하기	30 %
(ii) $\angle BAC$의 크기 구하기	30 %
(iii) $\angle x$의 크기 구하기	40 %

8 답 40°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면



$\angle AOB=2\angle C$

$=2\times70^\circ=140^\circ$

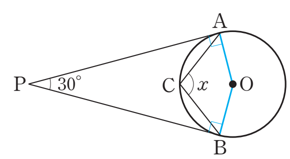
$\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\square APBO$에서

$\angle P=360^\circ-(140^\circ+90^\circ+90^\circ)=40^\circ$

9 답 105°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\square APBO$에서



$\angle AOB$

$=360^\circ-(30^\circ+90^\circ+90^\circ)$

$=150^\circ$

$\therefore \angle x=\frac{1}{2}\times(360^\circ-150^\circ)=105^\circ$

10 답 (1) 58° (2) 32°

(1) $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$이므로

$\angle AOB=360^\circ-(64^\circ+90^\circ+90^\circ)=116^\circ$

$\therefore \angle ACB=\frac{1}{2}\angle AOB=\frac{1}{2}\times116^\circ=58^\circ$

(2) $\overline{OA}=\overline{OB}$이므로

$\angle OAB=\angle OBA=\frac{1}{2}\times(180^\circ-116^\circ)=32^\circ$

11 답 ④

① $\angle CAP=\angle BDP$ ($\overparen{BC}$에 대한 원주각)

② $\angle ACP=\angle DBP$ ($\overparen{AD}$에 대한 원주각)

③ $\triangle ACP$에서 $\angle CPB=\angle CAP+\angle ACP$

④ $\angle B$(또는 $\angle C$)와 $\angle A$(또는 $\angle D$)의 크기를 비교할 수 없으므로 $\overparen{AD}=\overparen{BC}$인지 알 수 없다.

⑤ $\triangle ACP$와 $\triangle DBP$에서

$\angle A=\angle D$, $\angle C=\angle B$이므로

$\triangle ACP\backsim\triangle DBP$ (AA 닮음)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

12 답 $16°$

$\angle x=\angle DCB=50°$, $\angle y=\angle ADC=34°$

$\therefore\ \angle x-\angle y=50°-34°=16°$

13 답 $70°$

$\overline{QB}$를 그으면

$\angle AQB=\angle APB=40°$, $\angle BQC=\angle BRC=30°$

$\therefore\ \angle AQC=\angle AQB+\angle BQC$

$=40°+30°=70°$

14 답 ②

$\angle ABC=\angle ADC=45°$

$\triangle ECB$에서 $70°=\angle x+45°$

$\therefore\ \angle x=25°$

15 답 ②

$\angle ADB=\angle ACB=\angle y$, $\angle ACD=\angle ABD=42°$이므로

$\triangle ACD$에서 $\angle x+(\angle y+58°)+42°=180°$

$\therefore\ \angle x+\angle y=80°$

다른 풀이

$\angle BAC=\angle BDC=58°$이므로

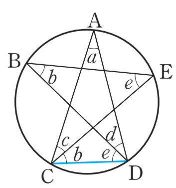
$\overline{AC}$와 $\overline{BD}$의 교점을 P라 하면

$\triangle ABP$에서 $\angle APB=180°-(58°+42°)=80°$

$\angle ADB=\angle ACB=\angle y$이므로

$\triangle APD$에서 $\angle x+\angle y=80°$

16 답 ⑤



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CD}$를 그으면 한 호에 대한 원주각의 크기는 모두 같으므로

$\angle BDC=\angle BEC=\angle e$

$\angle ECD=\angle EBD=\angle b$

따라서 $\triangle ACD$에서

$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e=180°$

17 답 ④

$\angle BAC=\angle BDC=\angle x$

$\triangle BQD$에서 $\angle ABD=30°+\angle x$이므로

$\triangle ABP$에서 $70°=\angle x+(30°+\angle x)$

$2\angle x=40°\qquad\therefore\ \angle x=20°$

18 답 $35°$

$\angle BCD=90°$, $\angle BDC=\angle BAC=55°$이므로

$\triangle DBC$에서

$\angle DBC=180°-(55°+90°)=35°$

19 답 ③

$\angle BCD=90°$, $\angle ACD=\angle ABD=50°$이므로

$\angle ACB=90°-50°=40°$

20 답 $12°$, 과정은 풀이 참조

$\angle DBC=\angle DAC=\angle x$이고

$\angle ABC=90°$이므로

$\angle x=90°-56°=34°$ $\cdots$ (i)

$\triangle EBC$에서 $80°=34°+\angle y$

$\therefore\ \angle y=46°$ $\cdots$ (ii)

$\therefore\ \angle y-\angle x=46°-34°=12°$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle x$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle y$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle y-\angle x$의 값 구하기	20 %

21 답 ③

$\angle AED=90°$, $\angle DAE=\angle DBE=30°$

$\triangle ADE$에서 $\angle ADE=180°-(30°+90°)=60°$

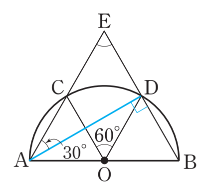
$\therefore\ \angle ACE=\angle ADE=60°$

22 답 ③

$\overline{BC}$를 그으면 $\angle ACB=90°$, $\angle DCB=\angle DEB=47°$

$\therefore\ \angle ACD=90°-47°=43°$

23 답 ③



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

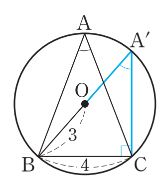
$\angle CAD=\dfrac{1}{2}\angle COD$

$=\dfrac{1}{2}\times 60°=30°$

$\angle ADB=90°$이므로

$\triangle ADE$에서 $\angle E=180°-(30°+90°)=60°$

24 답 $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면

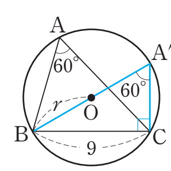
$\angle BA'C=\angle BAC$

이때 $\angle A'CB=90°$이므로

$\triangle A'BC$에서 $\overline{A'C}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$

$\therefore\ \cos A=\cos A'=\dfrac{\overline{A'C}}{\overline{BA'}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{6}=\dfrac{\sqrt{5}}{3}$

25 답 $3\sqrt{3}$



오른쪽 그림과 같이 점 B를 지나는 지름이 원 O와 만나는 점을 A′이라 하면

$\angle BA'C=\angle BAC=60°$

$\angle A'CB=90°$

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\triangle A'BC$에서

$r=\dfrac{1}{2}\overline{A'B}=\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\overline{BC}}{\sin 60°}=\dfrac{1}{2}\times 9\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=3\sqrt{3}$

26 답 $6\pi-9\sqrt{3}$

$\angle BOC=2\angle BAC=2\times 30^\circ=60^\circ$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 OBC의 넓이)$-$(삼각형 OBC의 넓이)

$=\pi\times 6^2\times\frac{60}{360}-\frac{1}{2}\times 6\times 6\times \sin 60^\circ$

$=6\pi-9\sqrt{3}$

27 답 ②

$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{BC}$이므로 $\angle ADB=\angle BAC=30^\circ$

28 답 46°

$\overset{\frown}{AC}=\overset{\frown}{BD}$이므로 $\angle DCB=\angle ABC=23^\circ$

$\triangle PCB$에서 $\angle x=23^\circ+23^\circ=46^\circ$

29 답 66°

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle DBC=\angle ABD=32^\circ$

$\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\angle ACB=180^\circ-(50^\circ+32^\circ+32^\circ)=66^\circ$

30 답 40°

$\overline{BC}$를 그으면 $\angle ACB=90^\circ$

$\overset{\frown}{AD}=\overset{\frown}{CD}$이므로 $\angle CBD=\angle DBA=25^\circ$

$\triangle CAB$에서

$\angle CAB=180^\circ-(90^\circ+25^\circ+25^\circ)=40^\circ$

31 답 60°

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}=\angle APC:\angle BQC$이므로

$9:3=\angle x:20^\circ$

$\therefore \angle x=60^\circ$

32 답 ②

$\angle ACB=90^\circ$이므로

$\angle BAC=180^\circ-(25^\circ+90^\circ)=65^\circ$

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BC}=\angle ABC:\angle BAC$이므로

$10:\overset{\frown}{BC}=25^\circ:65^\circ$

$\therefore \overset{\frown}{BC}=26(\text{cm})$

33 답 35°, 과정은 풀이 참조

$\triangle CAB$에서

$\angle ACB=90^\circ$이므로 … (i)

$\angle ABC=180^\circ-(90^\circ+20^\circ)=70^\circ$ … (ii)

$\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{ADC}=\angle CAD:\angle ABC$이므로

$1:2=\angle CAD:70^\circ$

$\therefore \angle CAD=35^\circ$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ACB$의 크기 구하기	30 %
(ii) $\angle ABC$의 크기 구하기	30 %
(iii) $\angle CAD$의 크기 구하기	40 %

34 답 30°

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=\angle ACB:\angle CAD$이므로

$2:4=30^\circ:\angle CAD$

$\therefore \angle CAD=60^\circ$

$\triangle APC$에서

$60^\circ=\angle P+30^\circ \qquad \therefore \angle P=30^\circ$

35 답 80°

$\overset{\frown}{AC}:\overset{\frown}{BD}=2:1$

즉, $\overset{\frown}{AC}=2\overset{\frown}{BD}$이므로

$\angle BCD=\angle x$라 하면

$\angle ABC=2\angle x$

$\triangle PCB$에서

$120^\circ=\angle x+2\angle x$

$\therefore \angle x=40^\circ$

$\therefore \angle ABC=2\angle x=2\times 40^\circ=80^\circ$

36 답 ③

$\triangle ABC$에서

$\angle BAC=180^\circ-(95^\circ+47^\circ)=38^\circ$

$\angle BAC:\angle ABC=\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CDA}$이므로

$38^\circ:95^\circ=\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CDA}$

$\therefore \overset{\frown}{CDA}=\frac{5}{2}\overset{\frown}{BC}$

따라서 $\overset{\frown}{BC}$ 부분을 가는 데 4분이 걸렸으므로 $\overset{\frown}{CDA}$ 부분을 가는 데 $4\times\frac{5}{2}=10$(분)이 걸린다.

37 답 ④

$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{CD}=11:4$이므로

$\angle ADB:\angle CAD=11:4$

$\therefore \angle CAD=\frac{4}{11}\angle ADB$

$\triangle AQD$에서

$75^\circ=\frac{4}{11}\angle ADB+\angle ADB$

$\frac{15}{11}\angle ADB=75^\circ$

$\therefore \angle ADB=55^\circ$

$\angle CAD=\frac{4}{11}\angle ADB=\frac{4}{11}\times 55^\circ=20^\circ$

$\angle ACB=\angle ADB=55^\circ$

따라서 $\triangle ACP$에서

$20^\circ+\angle P=55^\circ$

$\therefore \angle P=35^\circ$

38 답 $\angle A=60^\circ$, $\angle B=75^\circ$, $\angle C=45^\circ$

호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$\widehat{AB} : \widehat{BC} : \widehat{CA} = \angle C : \angle A : \angle B$

$= 3 : 4 : 5$

$\therefore \angle A = 180^\circ \times \dfrac{4}{3+4+5} = 60^\circ$,

$\angle B = 180^\circ \times \dfrac{5}{3+4+5} = 75^\circ$,

$\angle C = 180^\circ \times \dfrac{3}{3+4+5} = 45^\circ$

39 답 ①

$\triangle ACP$에서 $100^\circ = \angle CAP + 40^\circ$

$\therefore \angle CAP = 60^\circ$

한 원에서 모든 호에 대한 원주각의 크기의 합은 180°이므로

$60^\circ : 180^\circ = 8 :$ (원의 둘레의 길이)

$\therefore$ (원의 둘레의 길이)$=24$(cm)

40 답 $\dfrac{7}{36}$배

$\widehat{CD}$의 길이가 원주의 $\dfrac{4}{15}$배이므로

$\angle CAD = \dfrac{4}{15} \times 180^\circ = 48^\circ$

$\triangle ABD$에서

$\angle BAC = 180^\circ - (45^\circ + 48^\circ + 52^\circ) = 35^\circ$

따라서 $\widehat{BC}$의 길이는 원주의 $\dfrac{35}{180} = \dfrac{7}{36}$(배)이다.

41 답 ③

$\overline{AD}$를 그으면

($\widehat{AB}$에 대한 원주각)$= \angle ADB = 180^\circ \times \dfrac{1}{6} = 30^\circ$

($\widehat{CD}$에 대한 원주각)$= \angle DAC = 180^\circ \times \dfrac{1}{4} = 45^\circ$

$\therefore \angle x = \angle ADB + \angle DAC$

$= 30^\circ + 45^\circ = 75^\circ$

42 답 45°, 과정은 풀이 참조

$\overline{AD}$를 그으면

$\angle BAD = 180^\circ \times \dfrac{1}{12} = 15^\circ$ … (i)

$\widehat{AC} = 2\widehat{BD}$이므로

$\angle CDA = 2 \times 15^\circ = 30^\circ$ … (ii)

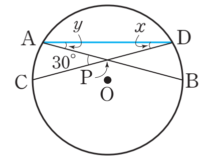
$\triangle PAD$에서

$\angle BPD = \angle BAD + \angle CDA$

$= 15^\circ + 30^\circ = 45^\circ$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle BAD$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle CDA$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle BPD$의 크기 구하기	20 %

43 답 ②



오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 긋고

$\angle ADC = \angle x$, $\angle DAB = \angle y$라

하면

$\triangle PAD$에서

$\angle x + \angle y = 30^\circ$

따라서 $\widehat{AC}$, $\widehat{BD}$에 대한 원주각의

크기의 합이 30°이므로

$\widehat{AC} + \widehat{BD} = 2\pi \times 9 \times \dfrac{30}{180} = 3\pi$(cm)

44 답 ④, ⑤

④ $\overline{AB}$에 대하여 $\angle C = \angle D = 55^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

⑤ $\angle D = 100^\circ - 40^\circ = 60^\circ$

즉, $\overline{BC}$에 대하여 $\angle A = \angle D = 60^\circ$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

45 답 20°

$\angle ACB = \angle ADB = 50^\circ$이므로

$\triangle EBC$에서

$70^\circ = \angle x + 50^\circ$

$\therefore \angle x = 20^\circ$

46 답 27°

$\angle DBC = \angle DAC = 62^\circ$

$\triangle PBD$에서

$35^\circ + \angle D = 62^\circ$

$\therefore \angle D = 27^\circ$

유형 11~15

P. 103~106

47 답 ④

$\triangle ACD$에서

$\angle D = 180^\circ - (48^\circ + 50^\circ) = 82^\circ$

$\square ABCD$에서

$\angle x + 82^\circ = 180^\circ$

$\therefore \angle x = 98^\circ$

48 답 ⑤

$\triangle ABC$에서

$\angle ABC = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 38^\circ) = 71^\circ$

$\square ABCD$에서

$\angle x = 180^\circ - 71^\circ = 109^\circ$

49 답 ③

$\angle BAC=90^\circ$이고 $\square ABCD$에서

$\angle ABC=180^\circ-120^\circ=60^\circ$

$\triangle ABC$에서

$\overline{BC}=\dfrac{\overline{AC}}{\sin 60^\circ}=3\times\dfrac{2}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$

따라서 $\overline{BO}=\dfrac{1}{2}\times2\sqrt{3}=\sqrt{3}$이므로

(원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{3})^2=3\pi$

50 답 67°

$\square ABCD$에서

$\angle C=180^\circ-\angle DAB$

$=180^\circ-110^\circ=70^\circ$

$\triangle PCD$에서

$\angle D=180^\circ-(43^\circ+70^\circ)=67^\circ$

다른 풀이

$\triangle APB$에서

$\angle ABP=110^\circ-43^\circ=67^\circ$

$\therefore \angle D=180^\circ-\angle ABC$

$=\angle ABP=67^\circ$

51 답 40°

$\square ABCD$에서

$\angle BAD=180^\circ-\angle BCD=\angle DCE=120^\circ$이므로

$\angle DAC=120^\circ-70^\circ=50^\circ$

$\angle DBC=\angle DAC=50^\circ$이고 $\angle ABC=90^\circ$이므로

$\angle ABD=90^\circ-50^\circ=40^\circ$

52 답 10°, 과정은 풀이 참조

$\angle BAC=\angle BDC=50^\circ$

$\square ABCD$에서 $(50^\circ+\angle x)+100^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=30^\circ$ … (i)

$\angle ACD=\angle ABD=\angle y$이므로

$\triangle ACD$에서 $\angle x+60^\circ+50^\circ+\angle y=180^\circ$

$\therefore \angle y=180^\circ-(30^\circ+60^\circ+50^\circ)=40^\circ$ … (ii)

$\therefore \angle y-\angle x=40^\circ-30^\circ=10^\circ$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle x$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle y$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle y-\angle x$의 값 구하기	20 %

53 답 140°

$\overline{OB}$를 그으면

$\triangle OAB$와 $\triangle OCB$는 각각 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=\angle OAB=70^\circ$, $\angle OBC=\angle OCB=30^\circ$

$\therefore \angle ABC=70^\circ-30^\circ=40^\circ$

$\square ABCD$에서

$\angle ADC=180^\circ-40^\circ=140^\circ$

54 답 ⑤

$\angle B=\angle x$라 하면

$\angle CDQ=180^\circ-\angle ADC$

$=\angle B=\angle x$

$\triangle PBC$에서

$\angle PCQ=\angle x+21^\circ$

$\triangle DCQ$에서

$\angle x+(\angle x+21^\circ)+33^\circ=180^\circ$, $2\angle x=126^\circ$

$\therefore \angle x=63^\circ$

55 답 120°

$\angle B=\angle x$라 하면

$\angle CDQ=180^\circ-\angle ADC$

$=\angle B=\angle x$

$\triangle PBC$에서

$\angle PCQ=\angle x+25^\circ$

$\triangle DCQ$에서

$\angle x+(\angle x+25^\circ)+35^\circ=180^\circ$, $2\angle x=120^\circ$

$\therefore \angle x=60^\circ$

$\therefore \angle ADC=180^\circ-\angle x$

$=180^\circ-60^\circ=120^\circ$

56 답 ③

$\square ABCD$에서

$\angle ABC=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-105^\circ=75^\circ$

$\angle AQB=\angle x$라 하면 $\triangle ABQ$에서

$\angle PAD=75^\circ+\angle x$

또 $\angle ADP=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-105^\circ=75^\circ$이므로

$\triangle PAD$에서

$15^\circ+(75^\circ+\angle x)+75^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x=15^\circ$

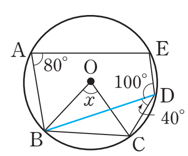
57 답 ⑤

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면

$\angle BDE=180^\circ-80^\circ=100^\circ$이므로

$\angle BDC=140^\circ-100^\circ=40^\circ$

$\therefore \angle x=2\angle BDC=2\times40^\circ=80^\circ$

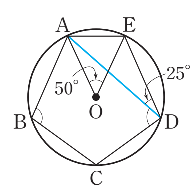


58 답 205°, 과정은 풀이 참조

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면

$\angle ADE=\dfrac{1}{2}\angle AOE$

$=\dfrac{1}{2}\times50^\circ=25^\circ$ … (i)



$\square ABCD$는 원에 내접하므로

$\angle B+\angle ADC=180^\circ$ … (ii)

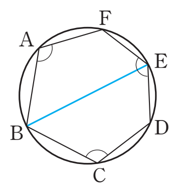
$\therefore \angle B+\angle D=(\angle B+\angle ADC)+\angle ADE$

$=180^\circ+25^\circ=205^\circ$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle ADE$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle B+\angle ADC$의 값 구하기	40 %
(iii) $\angle B+\angle D$의 값 구하기	20 %

59 답 $360°$

오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\square ABEF$와 $\square BCDE$는 각각 원에 내접하므로

$\angle A+\angle BEF=180°$,

$\angle C+\angle BED=180°$

$\therefore\ \angle A+\angle C+\angle E$

$=(\angle A+\angle BEF)+(\angle C+\angle BED)$

$=180°+180°=360°$

60 답 PQC, PQC, 엇각

61 답 $58°$

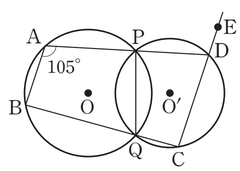
$\square PQCD$가 원에 내접하므로

$\angle AQP=180°-\angle PQC$

$=\angle PDC=58°$

$\therefore\ \angle ABP=\angle AQP=58°$

62 답 ②, ④



$\angle BQP=180°-\angle BAP$

$=180°-105°=75°$

에서 $\angle PQC=180°-\angle BQP$

$=180°-75°=105°$

$\angle PDC=180°-\angle PQC$

$=180°-105°=75°$(④)

에서 $\angle PDE=180°-\angle PDC$

$=180°-75°=105°$

즉, $\angle BAD=\angle PDE$로 엇각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$(②)

63 답 ③

$\triangle GDC$에서

$\angle DCG=180°-(75°+20°)=85°$

$\therefore\ \angle A=180°-\angle BCD$

$=\angle DCG=85°$

64 답 ⑤

$\square ABQP$에서

$\angle DPQ=180°-\angle APQ$

$=\angle ABQ=95°$

$\square PQCD$에서

$\angle DCQ=180°-\angle DPQ$

$=180°-95°=85°$

$\therefore\ \angle DO'Q=2\angle DCQ$

$=2\times 85°=170°$

65 답 $86°$

$\square ABCD$에서

$\angle DCF=180°-\angle BCD=\angle BAD=\angle x$

$\square DCFE$에서

$\angle FEH=180°-\angle DEF=\angle DCF=\angle x$

$\square EFGH$에서

$\angle FEH+94°=180°$

$\therefore\ \angle FEH=180°-94°=86°$

$\therefore\ \angle x=\angle FEH=86°$

66 답 ①, ③

① $\angle ABD=180°-(60°+80°)=40°$이므로

$\angle ABD=\angle ACD$

② $\angle BAC\neq\angle BDC$

③ $\angle B=180°-(30°+50°)=100°$이므로

$\angle B+\angle D=180°$

④ $\angle A+\angle C=190°\neq 180°$

⑤ $\angle ADC=\angle ABC=180°-75°=105°$이므로

$\angle ADC+\angle ABC=210°\neq 180°$

따라서 $\square ABCD$가 원에 내접하는 것은 ①, ③이다.

67 답 ③

$\triangle ABC$에서

$\angle B=180°-(45°+35°)=100°$

따라서 $\angle B+\angle D=180°$이어야 하므로

$\angle D=180°-\angle B=180°-100°=80°$

68 답 ③

ㄱ. 직사각형은 네 내각의 크기가 모두 $90°$이므로 대각의 크기의 합이 $180°$이다.

ㅁ. 등변사다리꼴은 윗변과 아랫변의 양 끝각의 크기가 각각 같으므로 대각의 크기의 합이 $180°$이다.

따라서 항상 원에 내접하는 사각형은 ㄱ, ㅁ이다.

69 답 풀이 참조

$\angle DAB=2a$, $\angle ABC=2b$, $\angle BCD=2c$, $\angle CDA=2d$라 하면

$\square ABCD$에서 $2(a+b+c+d)=360°$

$\therefore\ a+b+c+d=180°$

$\angle F=180°-(b+c)$, $\angle H=180°-(a+d)$ $\cdots$(i)

$\angle F+\angle H=360°-(a+b+c+d)$

$=360°-180°=180°$ $\cdots$(ii)

즉, 한 쌍의 대각의 크기의 합이 $180°$이므로 $\square EHGF$는 원에 내접한다. $\cdots$(iii)

채점 기준	비율
(i) $\square EHGF$의 한 쌍의 대각의 크기 구하기	40 %
(ii) $\square EHGF$의 한 쌍의 대각의 크기의 합 구하기	30 %
(iii) $\square EHGF$가 원에 내접함을 설명하기	30 %

70 답 6개

(ⅰ) 한 쌍의 대각의 크기의 합이 180°인 경우

□AFHE, □BDHF, □CEHD의 3개

(ⅱ) 한 변에 대하여 같은 쪽에 있는 두 각의 크기가 90°로 같은 경우

□ABDE, □FBCE, □AFDC의 3개

따라서 (ⅰ), (ⅱ)에 의해 구하는 사각형은

$3+3=6$(개)

유형 16~18

P. 107~110

71 답 200°

$\angle x=40^\circ$

$\angle y=180^\circ-(60^\circ+40^\circ)=80^\circ$

$\angle z=\angle y=80^\circ$

$\therefore \angle x+\angle y+\angle z=40^\circ+80^\circ+80^\circ=200^\circ$

72 답 ②

$\angle BAC=\angle CBT=72^\circ$이므로

$\angle BOC=2\angle BAC$

$=2\times 72^\circ=144^\circ$

73 답 ④

$\angle ATP=\angle ABT$이므로

$\angle BTP=\angle BTA+\angle ATP$

$=\angle BTA+\angle ABT$

$=180^\circ-\angle BAT$

$=180^\circ-45^\circ=135^\circ$

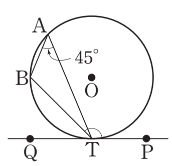
다른 풀이

$\angle BTQ=\angle BAT=45^\circ$이므로

$\angle BTP=180^\circ-\angle BTQ$

$=180^\circ-45^\circ$

$=135^\circ$



74 답 40°, 과정은 풀이 참조

$\angle x=180^\circ-\angle D=180^\circ-100^\circ=80^\circ$ … (ⅰ)

$\angle BCA=\angle BAT=60^\circ$이므로 … (ⅱ)

△ABC에서 $\angle y=180^\circ-(60^\circ+80^\circ)=40^\circ$ … (ⅲ)

$\therefore \angle x-\angle y=80^\circ-40^\circ=40^\circ$ … (ⅳ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\angle x$의 크기 구하기	30 %
(ⅱ) $\angle BCA$의 크기 구하기	30 %
(ⅲ) $\angle y$의 크기 구하기	30 %
(ⅳ) $\angle x-\angle y$의 값 구하기	10 %

75 답 ②

$\angle ABT=\angle ATP=\angle x$이므로

△BPT에서 $75^\circ=\angle x+35^\circ$ $\quad\therefore \angle x=40^\circ$

다른 풀이

$\angle BAT=\angle BTQ=75^\circ$이므로

△APT에서 $75^\circ=35^\circ+\angle x$ $\quad\therefore \angle x=40^\circ$

76 답 ④

$\angle x=\angle ABT$이고

$\angle ABT=180^\circ\times\dfrac{13}{15+8+13}=65^\circ$이므로 $\angle x=65^\circ$

77 답 ④

$\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$\angle PAB=\angle PBA=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-36^\circ)=72^\circ$

$\angle ABQ=\angle x$이고 $\widehat{AQ}=\widehat{BQ}$이므로

$\angle BAQ=\angle ABQ=\angle x$

$\therefore \angle x=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-72^\circ)=54^\circ$

78 답 55°

$\overline{BD}=\overline{BE}$이므로 △DBE에서

$\angle DEB=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-50^\circ)=65^\circ$

$\therefore \angle DFE=\angle DEB=65^\circ$

따라서 △DEF에서

$\angle DEF=180^\circ-(60^\circ+65^\circ)=55^\circ$

79 답 ④

$\angle ADB=\angle ABE=30^\circ$

$\angle ADC=\dfrac{1}{2}\angle AOC=\dfrac{1}{2}\times 110^\circ=55^\circ$

$\therefore \angle BDC=\angle ADC-\angle ADB$

$=55^\circ-30^\circ=25^\circ$

80 답 109°

오른쪽 그림과 같이 $\overline{AT}$를 긋고

$\angle ABT=\angle x$라 하면

$\angle ATP=\angle ABT=\angle x$

$\overline{AB}=\overline{BT}$이므로

△APT에서

$\angle BTA=\angle BAT=33^\circ+\angle x$

△BAT에서

$\angle x+(33^\circ+\angle x)+(33^\circ+\angle x)=180^\circ$

$3\angle x=114^\circ$ $\quad\therefore \angle x=38^\circ$

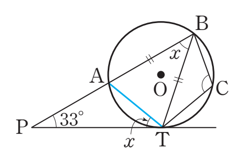
$\angle BAT=33^\circ+\angle x$

$=33^\circ+38^\circ=71^\circ$

□ATCB는 원에 내접하므로

$71^\circ+\angle BCT=180^\circ$

$\therefore \angle BCT=109^\circ$



81 답 35°

$\angle ADB=\angle ABT=\angle x$

$\angle ABD=90^\circ$

□ABCD에서

$\angle A=180^\circ-125^\circ=55^\circ$

$\triangle ABD$에서

$\angle x=180^\circ-(55^\circ+90^\circ)=35^\circ$

82 답 47°

$\overline{CT}$를 그으면

$\angle ATC=90^\circ$이므로

$\triangle ATC$에서

$\angle ACT=180^\circ-(21^\circ+90^\circ)=69^\circ$

이때 $\angle ATP=\angle ACT=69^\circ$이므로

$\angle ATB=180^\circ-(\angle ATP+\angle BTQ)$

$=180^\circ-(69^\circ+64^\circ)=47^\circ$

다른 풀이

$\overline{CT}$를 그으면

$\angle ATC=90^\circ$

이때 $\angle CTQ=\angle CAT=21^\circ$이므로

$\angle BTC=64^\circ-21^\circ=43^\circ$

$\therefore\ \angle ATB=\angle ATC-\angle BTC$

$=90^\circ-43^\circ=47^\circ$

83 답 $(18+6\sqrt{3})$cm, 과정은 풀이 참조

$\angle BAP=\angle BPT=60^\circ$이고

$\angle ABP=90^\circ$이므로 $\triangle APB$에서

$\overline{BP}=\overline{AP}\sin 60^\circ=12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ … (i)

$\overline{AB}=\overline{AP}\cos 60^\circ=12\times\frac{1}{2}=6(\mathrm{cm})$ … (ii)

따라서 $\triangle APB$의 둘레의 길이는

$12+6\sqrt{3}+6=18+6\sqrt{3}(\mathrm{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BP}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\triangle APB$의 둘레의 길이 구하기	20 %

84 답 40°

$\overline{AT}$를 그으면 $\angle ATB=90^\circ$이고

$\angle ATP=\angle ABT=25^\circ$이므로

$\triangle BPT$에서 $25^\circ+\angle x+(25^\circ+90^\circ)=180^\circ$

$\therefore\ \angle x=40^\circ$

다른 풀이

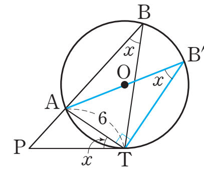
$\angle ATB=90^\circ$이므로 $\angle BAT=180^\circ-(90^\circ+25^\circ)=65^\circ$

$\angle ATP=\angle ABT=25^\circ$이므로

$\triangle APT$에서 $\angle x+25^\circ=65^\circ$

$\therefore\ \angle x=40^\circ$

85 답 5



오른쪽 그림과 같이 점 O를 지나는 $\overline{AB'}$을 그으면

$\angle AB'T=\angle ABT$

$=\angle ATP=\angle x$

$\triangle B'AT$에서 $\angle ATB'=90^\circ$이므로

$\tan x=\frac{6}{\overline{B'T}}=\frac{3}{4}$

$\therefore\ \overline{B'T}=8$

$\triangle ATB'$에서

$\overline{AB'}=\sqrt{6^2+8^2}=10$

$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$=\frac{1}{2}\times 10=5$

86 답 60°

$\angle BTP=\angle a$라 하면

$\angle BAT=\angle BTP=\angle a$이고

$\angle ATB=90^\circ$이므로

$\triangle ATP$에서

$\angle a+(90^\circ+\angle a)+30^\circ=180^\circ$

$2\angle a=60^\circ$

$\therefore\ \angle a=30^\circ$

따라서 $\triangle ATB$에서

$\angle ABT=180^\circ-(30^\circ+90^\circ)=60^\circ$

87 답 ③

$\triangle BAC$와 $\triangle BCD$에서

$\angle BCA=\angle BDC=90^\circ$이고

$\angle BAC=\angle BCD$이므로

$\triangle BAC\backsim\triangle BCD$ (AA 닮음)

이때 $\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{BD}$이므로

$8:\overline{BC}=\overline{BC}:6,\ \overline{BC}^2=48$

그런데 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=4\sqrt{3}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{AC}:\overline{CD}=\overline{BA}:\overline{BC}$

$=8:4\sqrt{3}=2:\sqrt{3}$

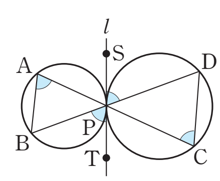
88 답 ⑤

$\angle A$

$=\angle BPT$ (접선과 현이 이루는 각)

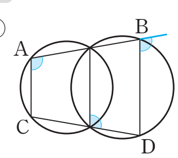
$=\angle DPS$ (맞꼭지각)

$=\angle DCP$ (접선과 현이 이루는 각)

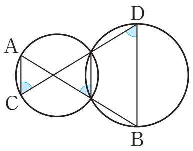


89 답 ⑤

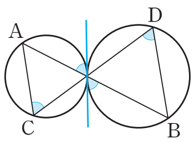
①



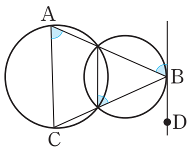
동위각의 크기가 같다.

②


엇각의 크기가 같다.

③


엇각의 크기가 같다.

④


엇각의 크기가 같다.

따라서 $\overline{AC}/\!/\overline{BD}$가 아닌 것은 ⑤이다.

90 답 ③

$\triangle ABT$와 $\triangle DCT$에서

$\angle BAT=\angle BTQ=\angle CDT$(②),

$\angle ABT=\angle ATP=\angle DCT$(④)이므로

$\triangle ABT \backsim \triangle DCT$ (AA 닮음)(⑤)

$\therefore\ \overline{TA}:\overline{TB}=\overline{TD}:\overline{TC}$

또 동위각의 크기가 같으므로

$\overline{AB}/\!/\overline{CD}$(①)

따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

91 답 $60°$

원 O에서 $\angle CPT=\angle CAP=70°$

원 O′에서 $\angle BPT=\angle BDP=50°$

$\angle CPD=180°$이므로

$70°+50°+\angle BPD=180°$

$\therefore\ \angle BPD=60°$

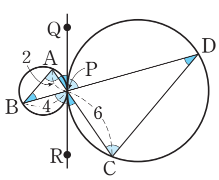
92 답 $40°$

$\angle PAB=\angle BPT'=\angle PDC=80°$이므로

$\triangle APB$에서

$\angle APB=180°-(80°+60°)=40°$

93 답 ②



$\triangle PAB$와 $\triangle PCD$에서

$\angle PAB=\angle RPB=\angle DPQ$

$\quad=\angle PCD$

$\angle PBA=\angle QPA=\angle RPC$

$\quad=\angle PDC$

$\therefore\ \triangle PAB \backsim \triangle PCD$ (AA 닮음)

즉, $2:6=4:\overline{PD}$

$\therefore\ \overline{PD}=12$

유형 19~22 P. 110~113

94 답 11

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$2\times9=x\times3$

$\therefore\ x=6$

또 $\overline{QE}\cdot\overline{QF}=\overline{QG}\cdot\overline{QH}$이므로

$4\times(4+y)=3\times(3+9)$, $4y=20$

$\therefore\ y=5$

$\therefore\ x+y=6+5=11$

95 답 2

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$4\times4=x\times(10-x)$

$x^2-10x+16=0$

$(x-2)(x-8)=0$

그런데 $\overline{PC}<\overline{PD}$이므로 $x=2$

96 답 5

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$4\times(4+6)=x\times(x+3)$

$x^2+3x-40=0$

$(x+8)(x-5)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$

97 답 22

$\overline{PC}:\overline{PD}=5:6$이므로

$\overline{PC}=5k$, $\overline{PD}=6k\,(k>0)$라 하면

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$15\times8=5k\times6k$, $30k^2=120$, $k^2=4$

그런데 $k>0$이므로 $k=2$

따라서 $\overline{PC}=10$, $\overline{PD}=12$이므로

$\overline{CD}=\overline{PC}+\overline{PD}=10+12=22$

98 답 3

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$12\times x=6\times(4+10)$, $12x=84$

$\therefore\ x=7$

$\overline{QE}\cdot\overline{QF}=\overline{QG}\cdot\overline{QH}$이므로

$5\times(5+3)=y\times(y+6)$, $y^2+6y-40=0$

$(y+10)(y-4)=0$

그런데 $y>0$이므로 $y=4$

$\therefore\ x-y=7-4=3$

99 답 6

$\overline{PO}=10-2=8$이므로 $\overline{PA}=10+8=18$

$\overline{PC}=\overline{PD}$이므로 $\overline{PC}^2=18\times2=36$

그런데 $\overline{PC}>0$이므로 $\overline{PC}=6$

100 답 $\sqrt{10}$ cm

$(5-\overline{PO})(5+\overline{PO})=3\times5$

$\overline{PO}^2=10$

그런데 $\overline{PO}>0$이므로

$\overline{PO}=\sqrt{10}$(cm)

101 답 $4\sqrt{2}$ cm

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$\overline{PC}=\frac{1}{2}r$ cm, $\overline{PD}=\frac{1}{2}r+r=\frac{3}{2}r$(cm)이므로

$4\times6=\frac{1}{2}r\times\frac{3}{2}r$

$r^2=32$

그런데 $r>0$이므로 $r=4\sqrt{2}$(cm)

102 답 ②

원 O의 반지름의 길이를 r cm라 하면

$(7-r)(7+r)=4\times(4+6)$

$r^2=9$

그런데 $r>0$이므로 $r=3$(cm)

103 답 ④

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$\overline{PB}=\frac{3}{2}r$이므로 $\frac{3}{2}r=6$

$\therefore r=4$

즉, $\overline{PA}=\overline{PO}=2$이고 $\overline{PC}=\overline{PD}$이므로

$\overline{PC}^2=2\times6=12$

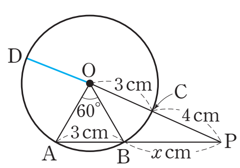
그런데 $\overline{PC}>0$이므로

$\overline{PC}=2\sqrt{3}$

$\therefore \triangle OCD=\frac{1}{2}\times2\overline{PC}\times\overline{PO}$

$=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times2=4\sqrt{3}$

104 답 5 cm



$\triangle$OAB에서 $\overline{OA}=\overline{OB}$이고

$\angle AOB=60°$이므로

$\triangle$OAB는 정삼각형이다.

$\therefore \overline{OC}=\overline{OA}=\overline{AB}=3$ cm

$\overline{CO}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 D라 하고 $\overline{BP}=x$ cm라 하면

$\overline{PB}\cdot\overline{PA}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

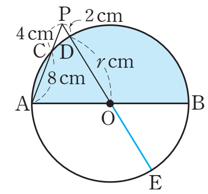
$x\times(x+3)=4\times(4+3+3)$

$x^2+3x-40=0$

$(x+8)(x-5)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=5$(cm)

105 답 $\frac{121}{2}\pi$ cm^2



오른쪽 그림과 같이 $\overline{PD}$의 연장선이 원 O와 만나는 점을 E라 하고

$\overline{OD}=r$ cm라 하면

$\overline{PC}\cdot\overline{PA}=\overline{PD}\cdot\overline{PE}$에서

$4\times(4+8)=2\times(2+r+r)$

$4r=44$ $\quad\therefore r=11$(cm)

$\therefore$ (반원 O의 넓이)$=\frac{1}{2}\times\pi\times11^2=\frac{121}{2}\pi$(cm^2)

106 답 24

$\overline{PA}\cdot\overline{PC}=\overline{PB}\cdot\overline{PD}$이므로

$5\times x=10\times8$

$\therefore x=16$

$\overline{QH}\cdot\overline{QE}=\overline{QG}\cdot\overline{QF}$이므로

$10\times(10+2)=y\times(y+7)$

$y^2+7y-120=0$, $(y+15)(y-8)=0$

그런데 $y>0$이므로 $y=8$

$\therefore x+y=16+8=24$

107 답 ④

① $2\times3=6\times1$ ② $2\times6=4\times3$

③ $2\times10=4\times5$ ④ $2\times(2+5)\neq5\times(5+2)$

⑤ $4\times(4+5)=(12-9)\times12$

따라서 □ABCD가 원에 내접하지 않는 것은 ④이다.

108 답 4

$\overline{AM}=x$라 하면 $\overline{BM}=20-x$

$\overline{CM}=\overline{DM}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times16=8$

네 점이 한 원 위에 있으려면

$\overline{AM}\cdot\overline{BM}=\overline{CM}\cdot\overline{DM}$이어야 하므로

$x\times(20-x)=8^2$, $x^2-20x+64=0$

$(x-4)(x-16)=0$

그런데 $\overline{AM}<\overline{BM}$이므로 $x=4$

$\therefore \overline{AM}=4$

109 답 ②, ④

② $\angle D=180°-(50°+30°)=100°$이므로

$\angle B+\angle D\neq180°$

④ $2\times5\neq4\times3$

110 답 24

$\angle BAC=\angle BDC$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.

따라서 $\overline{PC}\cdot\overline{PB}=\overline{PD}\cdot\overline{PA}$가 성립하므로

$18\times(18+6)=12\times(12+\overline{AD})$, $12\overline{AD}=288$

$\therefore \overline{AD}=24$

111 답 6

$\angle ADB=\angle AEB=90°$이므로 네 점 A, B, D, E는 한 원 위에 있다.

따라서 $\overline{CD}\cdot\overline{CB}=\overline{CE}\cdot\overline{CA}$이므로

$5\times(5+7)=x\times(x+4)$

$x^2+4x-60=0$

$(x+10)(x-6)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

112 답 3cm

$\overline{PC}\cdot\overline{PD}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이므로

$6\times\overline{PD}=2\times9$

$\therefore \overline{PD}=3(\text{cm})$

113 답 6

$\overline{AR}\cdot\overline{BR}=\overline{CR}\cdot\overline{DR}$이므로

$(4+2)\times3=2\times\overline{DR}$

$\therefore \overline{DR}=9$

$\therefore \overline{BD}=\overline{DR}-\overline{BR}=9-3=6$

114 답 31

원 O에서 $3\times(3+\overline{AB})=4\times(4+6)$, $3\overline{AB}=31$

$\therefore \overline{AB}=\frac{31}{3}$

원 O′에서 $5\times(5+\overline{CD})=4\times(4+6)$, $5\overline{CD}=15$

$\therefore \overline{CD}=3$

$\therefore \overline{AB}\cdot\overline{CD}=\frac{31}{3}\times3=31$

115 답 11

$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PD}\cdot\overline{PE}$이므로

$4\times(4+y)=3\times(3+9)$, $4y=20$

$\therefore y=5$

또 $\overline{PB}\cdot\overline{PC}=\overline{PE}\cdot\overline{PF}$이므로

$9\times(9+15)=12\times(12+x)$, $12x=72$

$\therefore x=6$

$\therefore x+y=6+5=11$

유형 23~29 P. 113~117

116 답 16

원 O에서

$x^2=4\times(4+5)=36$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

원 O′에서

$12^2=8\times(8+y)$, $8y=80$ $\quad\therefore y=10$

$\therefore x+y=6+10=16$

117 답 $\frac{18}{5}$

$\overline{AT}=2\times4=8$

$\angle ATP=90°$이므로

$\triangle ATP$에서

$\overline{PT}=\sqrt{10^2-8^2}=6$, $6^2=\overline{PB}\times10$

$\therefore \overline{PB}=\frac{18}{5}$

118 답 ③

$9\times2=\overline{PC}\times6$이므로 $\overline{PC}=3$

$(3\sqrt{10})^2=x\times(x+3+6)$

$x^2+9x-90=0$

$(x+15)(x-6)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

119 답 ②

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$5^2=3\times(3+r+r)$, $6r=16$

$\therefore r=\frac{8}{3}$

120 답 ③

원 O의 반지름의 길이를 r라 하면

$15^2=9\times(9+r+r)$, $18r=144$

$\therefore r=8$

$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이)$=2\pi\times8=16\pi$

121 답 $9\pi\,\text{cm}^2$, 과정은 풀이 참조

원 O의 반지름의 길이를 $r$cm라 하면

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$4^2=(8-2r)\times8$ … (i)

$16r=48$

$\therefore r=3(\text{cm})$ … (ii)

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 원 O의 반지름의 길이를 구하는 식 세우기	40 %
(ii) 원 O의 반지름의 길이 구하기	30 %
(iii) 원 O의 넓이 구하기	30 %

122 답 $(-3+3\sqrt{5})$cm

$\angle ATP=\angle ABT$ … ㉠

$\triangle BTP$는 $\overline{BT}=\overline{PT}$인 이등변삼각형이므로

$\angle APT=\angle ABT$ … ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $\angle ATP=\angle APT$이므로

$\triangle ATP$는 $\overline{AT}=\overline{AP}$인 이등변삼각형이다.

$\overline{AT}=\overline{AP}=x$cm라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$6^2=x\times(x+6)$, $x^2+6x-36=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=-3+3\sqrt{5}(\text{cm})$

123 답 $\frac{15}{2}\text{cm}^2$

$\overline{PC}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로 $6^2=4\times\overline{PB}$

$\therefore\ \overline{PB}=9(\text{cm})$

$\therefore\ \triangle ACB=\triangle PCB-\triangle PCA$

$=\frac{1}{2}\times9\times6\times\sin 30^\circ-\frac{1}{2}\times4\times6\times\sin 30^\circ$

$=\frac{27}{2}-6=\frac{15}{2}(\text{cm}^2)$

124 답 ③

$\triangle BAC$와 $\triangle BCD$에서

$\angle BAC=\angle BCD$, $\angle BCA=\angle BDC=90^\circ$이므로

$\triangle BAC\backsim\triangle BCD$ (AA 닮음)

즉, $\overline{BA}:\overline{BC}=\overline{BC}:\overline{BD}$이므로

$10:\overline{BC}=\overline{BC}:8$, $\overline{BC}^2=80$

그런데 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=4\sqrt{5}(\text{cm})$

$\triangle BCD$에서

$\overline{CD}=\sqrt{(4\sqrt{5})^2-8^2}=4(\text{cm})$

따라서 $\overline{CD}^2=\overline{DE}\cdot\overline{DB}$이므로

$4^2=\overline{DE}\times8$

$\therefore\ \overline{DE}=2(\text{cm})$

125 답 $3\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\angle ORB=90^\circ$이므로

$\triangle OBR$에서

$\overline{BR}=\sqrt{5^2-4^2}=3(\text{cm})$

이때 $\overline{BR}=\overline{AR}$이므로

$\overline{AR}=3\text{ cm}$

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$\overline{PT}^2=3\times(3+3+3)=27$

그런데 $\overline{PT}>0$이므로

$\overline{PT}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

126 답 $8\sqrt{2}$

$\overline{AP}^2=6\times(6+6)=72$

그런데 $\overline{AP}>0$이므로 $\overline{AP}=6\sqrt{2}$

$\overline{PO'}$을 그으면 $\triangle PAO'$과 $\triangle QAB$에서

$\angle A$는 공통, $\angle APO'=\angle AQB=90^\circ$이므로

$\triangle PAO'\backsim\triangle QAB$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AP}:\overline{AQ}=\overline{AO'}:\overline{AB}$이므로

$6\sqrt{2}:\overline{AQ}=9:12$

$\therefore\ \overline{AQ}=8\sqrt{2}$

다른 풀이

$\overline{PO'}$을 그으면 $\overline{PO'}=\overline{OO'}=\overline{BO'}=3$

$\triangle PAO'$에서

$\overline{AP}=\sqrt{(6+3)^2-3^2}=6\sqrt{2}$

$\triangle PAO'\backsim\triangle QAB$ (AA 닮음)이므로

$6\sqrt{2}:\overline{AQ}=9:12$

$\therefore\ \overline{AQ}=8\sqrt{2}$

127 답 ㄱ, ㄷ, ㄹ, ㅁ

ㅁ. $\triangle PTA\backsim\triangle PBT$ (AA 닮음)이므로

$\angle BTP=\angle TAP$

128 답 ④

$\overline{PT}^2=4\times(4+12)=64$

그런데 $\overline{PT}>0$이므로 $\overline{PT}=8$

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서

$\angle P$는 공통, $\angle PTA=\angle PBT$이므로

$\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)

즉, $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$이므로

$4:8=6:\overline{BT}$

$4\overline{BT}=48$

$\therefore\ \overline{BT}=12$

129 답 5 cm

$\overline{PA}=x\,\text{cm}$라 하면

$6^2=x\times(x+9)$

$x^2+9x-36=0$

$(x+12)(x-3)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=3(\text{cm})$

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서

$\angle P$는 공통,

$\angle PTA=\angle PBT$이므로

$\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AT}:\overline{TB}=\overline{PT}:\overline{PB}$이므로

$\overline{AT}:10=6:12$

$12\overline{AT}=60$

$\therefore\ \overline{AT}=5(\text{cm})$

130 답 ④

① $(3\sqrt{5})^2\neq5\times(5+3)$

② $2^2\neq1\times(1+4)$

③ $6^2\neq4\times(4+3)$

④ $(2\sqrt{6})^2=3\times(3+5)$

⑤ $9^2\neq5\times(5+7)$

따라서 $\overline{PT}$가 $\triangle ABT$의 외접원의 접선이 될 수 있는 것은 ④이다.

131 답 60°

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로 $\overline{PT}$는 세 점 A, B, T를 지나는 원의 접선이다.

$\therefore\ \angle ABT=\angle ATP=60^\circ$

132 답 ②

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$4^2=2\times(2+x)$, $2x=12$

$\therefore\ x=6$

133 답 14

$\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로

$6^2=4\times(4+x)$에서 $4x=20$

$\therefore x=5$

$6^2=3\times(3+y)$에서 $3y=27$

$\therefore y=9$

$\therefore x+y=5+9=14$

134 답 2

$\overline{PT}=\overline{PT'}=\frac{1}{2}\overline{TT'}=\frac{1}{2}\times8=4$

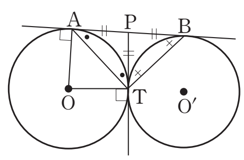
$\overline{PA}=x$라 하면 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$4^2=x\times(x+6)$, $x^2+6x-16=0$

$(x+8)(x-2)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=2$

135 답 ④



① $\overline{AP}=\overline{PT}=\overline{BP}$이므로
$\overline{AB}=2\overline{PT}$

② $\triangle PTB$는 이등변삼각형이므로 $\angle PBT=\angle PTB$

③ $\triangle PAT$와 $\triangle PTB$는 이등변삼각형이므로 $\triangle ATB$에서
$2(\bullet+\times)=180°$, $\bullet+\times=90°$
$\therefore \angle ATB=90°$

⑤ 두 점 A, T는 접점이므로
$\angle OTP=\angle OAP=90°$

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

136 답 $2\sqrt{10}$

$\angle BAD=\angle DAC$이고

$\angle DAC=\angle DBC$이므로 $\angle BAD=\angle DBC$

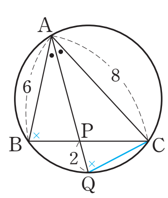
즉, $\overline{BD}$는 세 점 A, B, P를 지나는 원의 접선이다.

따라서 $\overline{BD}^2=\overline{DP}\cdot\overline{DA}$이므로

$\overline{BD}^2=4\times(4+6)=40$

그런데 $\overline{BD}>0$이므로 $\overline{BD}=2\sqrt{10}$

137 답 6



오른쪽 그림과 같이 $\overline{CQ}$를 그으면

$\triangle ABP$와 $\triangle AQC$에서

$\angle BAP=\angle QAC$이고

$\angle ABP=\angle AQC$이므로

$\triangle ABP \backsim \triangle AQC$ (AA 닮음)

$\overline{AP}=x$라 하면

$\overline{AB}:\overline{AQ}=\overline{AP}:\overline{AC}$이므로

$6:(x+2)=x:8$, $x\times(x+2)=48$

$x^2+2x-48=0$, $(x+8)(x-6)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$

138 답 12, 과정은 풀이 참조

$\angle BAQ=\angle CAQ$이고 $\angle BAQ=\angle BCQ$이므로

$\angle CAQ=\angle BCQ$

즉, $\overline{QC}$는 세 점 A, C, P를 지나는 원의 접선이다. … (i)

$\overline{QC}^2=\overline{QP}\cdot\overline{QA}$이므로

$(\sqrt{14})^2=2\times(2+x)$

$2x=10 \qquad \therefore x=5$ … (ii)

또 $\triangle ABP$와 $\triangle AQC$에서

$\angle ABP=\angle AQC$이고

$\angle BAP=\angle QAC$이므로

$\triangle ABP \backsim \triangle AQC$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB}:\overline{AQ}=\overline{AP}:\overline{AC}$이므로

$5:(2+5)=5:y$

$5y=35 \qquad \therefore y=7$ … (iii)

$\therefore x+y=5+7=12$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{QC}$가 세 점 A, C, P를 지나는 원의 접선임을 알기	30 %
(ii) x의 값 구하기	30 %
(iii) y의 값 구하기	30 %
(iv) $x+y$의 값 구하기	10 %

139 답 $\frac{13}{6}$ cm

$\triangle ABC$는 이등변삼각형이므로

$\angle ABC=\angle ACB$이고,

$\overline{BQ}$를 그으면 $\angle ACB=\angle AQB$이므로

$\angle ABC=\angle AQB$

즉, $\overline{AB}$는 세 점 B, P, Q를 지나는 원의 접선이다.

따라서 $\overline{AB}^2=\overline{AP}\cdot\overline{AQ}$이므로

$7^2=6\times(6+\overline{PQ})$, $6\overline{PQ}=13$

$\therefore \overline{PQ}=\frac{13}{6}$(cm)

140 답 ⑤

① $\widehat{AM}=\widehat{BM}$이므로 $\angle ABM=\angle BAM$

② $\triangle ADM$과 $\triangle CAM$에서
$\angle ADM=\angle BAM$, $\angle AMD$는 공통이므로
$\triangle ADM \backsim \triangle CAM$ (AA 닮음)

③ $\overline{MA}:\overline{MC}=\overline{MD}:\overline{MA}$이므로
$\overline{MA}^2=\overline{MC}\cdot\overline{MD}$

④ $\overline{MA}^2=\overline{MC}\cdot\overline{MD}$이므로 $\overline{MA}$는 $\triangle ACD$의 외접원의 접선이다.

따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

141 답 ②

$\angle BAM=\angle ADM$이므로 $\overline{MA}$는 세 점 A, C, D를 지나는 원의 접선이다.

따라서 $\overline{MA}^2=\overline{MC}\cdot\overline{MD}$이므로

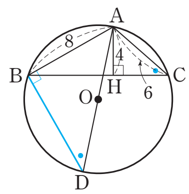
$\overline{MA}^2=4\times(4+8)=48$

그런데 $\overline{AM}>0$이므로 $\overline{AM}=4\sqrt{3}$(cm)

142 답 ②

$\triangle$ADH와 $\triangle$ABC에서
$\angle ADH = \angle ADC = \angle ABC$이고
$\angle AHD = \angle ACB = 90°$이므로
$\triangle ADH \backsim \triangle ABC$ (AA 닮음)
즉, $\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AH} : \overline{AC}$이므로
$4 : 6 = \overline{AH} : 5$
$6\overline{AH} = 20$
$\therefore \overline{AH} = \frac{10}{3}$

143 답 6



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면
$\triangle$ABD와 $\triangle$AHC에서
$\angle ADB = \angle ACB = \angle ACH$이고
$\angle ABD = \angle AHC = 90°$이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle AHC$ (AA 닮음)
즉, $\overline{AB} : \overline{AH} = \overline{AD} : \overline{AC}$이므로
$8 : 4 = \overline{AD} : 6$
$4\overline{AD} = 48$
$\therefore \overline{AD} = 12$
$\therefore$ (원 O의 반지름의 길이)$= \frac{1}{2}\overline{AD}$
$= \frac{1}{2} \times 12 = 6$

144 답 ⑤

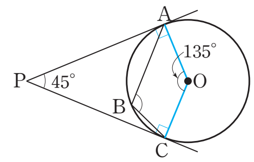
$\triangle$ABD와 $\triangle$QMC에서
$\angle ADB = \angle ACB = \angle QCM$이고
$\angle ABD = \angle QMC = 90°$이므로
$\triangle ABD \backsim \triangle QMC$ (AA 닮음)
즉, $\overline{AD} : \overline{QC} = \overline{BD} : \overline{MC}$이고
$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4$이므로
$12 : \overline{QC} = 3 : 4$
$3\overline{QC} = 48$
$\therefore \overline{QC} = 16$

단원 마무리 P. 118~120

1 ③ **2** 112.5° **3** ④ **4** ⑤
5 100°, 과정은 풀이 참조 **6** 52° **7** 65°
8 35° **9** 10 **10** ①, ④ **11** $2\sqrt{10}$ cm
12 4 **13** 34π **14** 100° **15** 40°
16 (1) 65° (2) 75° **17** 13 cm **18** 8
19 $\frac{48}{7}$ **20** $2\sqrt{21}$ cm, 과정은 풀이 참조 **21** 10π
22 8 **23** 오후 7시 6분

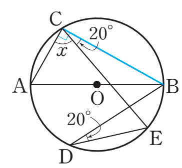
1 $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (360° - \angle AOC)$에서
$\angle x - 10° = \frac{1}{2} \times \{360° - (\angle x + 20°)\}$
$\frac{3}{2}\angle x = 180°$
$\therefore \angle x = 120°$

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$를 그으면



$\angle AOC$
$= 360° - (45° + 90° + 90°)$
$= 135°$
$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2} \times (360° - 135°)$
$= 112.5°$

3 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\angle ACB = 90°$이고
$\angle BCE = \angle BDE = 20°$이므로
$\angle x = 90° - 20° = 70°$

4 $3 : 6 = \angle x : 40°$
$\therefore \angle x = 20°$
$\angle y = 2\angle x = 2 \times 20° = 40°$
$\therefore \angle x + \angle y = 20° + 40° = 60°$

5 $\angle CAD = \angle CBD = \angle x$이므로
□ABCD에서
$(45° + \angle x) + 110° = 180°$
$\therefore \angle x = 25°$ ⋯ (i)
$\angle y = 180° - \angle ADC = \angle ABC$
$= \angle x + 50° = 25° + 50° = 75°$ ⋯ (ii)
$\therefore \angle x + \angle y = 25° + 75° = 100°$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle x$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle y$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle x + \angle y$의 값 구하기	20 %

6 $\angle QAB = 180° - \angle BAD = \angle C = \angle x$
$\triangle$PBC에서
$\angle ABQ = \angle x + 40°$
$\triangle$AQB에서
$\angle x + 36° + (\angle x + 40°) = 180°$
$2\angle x = 104°$
$\therefore \angle x = 52°$

7 $\angle DAS = \angle DBA = 50°$
$\angle BAD = 180° - \angle C = 180° - 115° = 65°$
$\therefore \angle BAT = 180° - (65° + 50°) = 65°$

8 $\angle APT=\angle ACP=70°$, $\angle DPT=\angle DBP=75°$
이때 $\angle APB=180°$이므로
$70°+75°+\angle x=180°$ $\quad\therefore \angle x=35°$

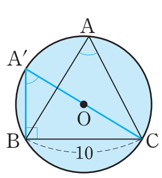
9 $\overline{OA}=\overline{OB}=x$이므로
$\overline{PB}=2x-2$
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}^2$에서
$2\times(2x-2)=6^2$, $4x=40$
$\therefore x=10$

10 ① $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로 $\angle A=100°$, $\angle D=100°$
즉, 대각의 크기의 합이 180°이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
② $\angle A\neq\angle B$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
③ $\angle BCD=180°-95°=85°$에서
$\angle BAD+\angle BCD=85°+85°=170°\neq180°$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
④ $3\times4=6\times2$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있다.
⑤ $4\times(4+5)\neq5\times(5+4)$이므로 네 점 A, B, C, D는 한 원 위에 있지 않다.
따라서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있는 것은 ①, ④이다.

11 $\angle APT=\angle ABT=\angle ATP$
즉, △APT는 이등변삼각형이므로
$\overline{AP}=\overline{AT}=4\,\text{cm}$
$\overline{PT}^2=4\times(4+6)=40$
그런데 $\overline{PT}>0$이므로
$\overline{PT}=2\sqrt{10}\,(\text{cm})$
이때 △BPT는 이등변삼각형이므로
$\overline{BT}=\overline{PT}=2\sqrt{10}\,\text{cm}$

12 $\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$\overline{PC}=x$라 하면
$3\times(3+9)=x\times(x+5)$
$x^2+5x-36=0$, $(x+9)(x-4)=0$
그런데 $x>0$이므로 $x=4$

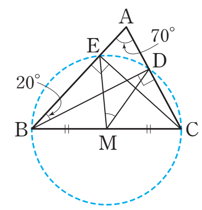
13 오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나는 원 O의 지름이 원과 만나는 점을 A′이라 하면



$\tan A'=\tan A=\dfrac{5}{3}$이므로
$\tan A'=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{A'B}}=\dfrac{10}{\overline{A'B}}=\dfrac{5}{3}$
$\therefore \overline{A'B}=6$
△A′BC에서
$\overline{A'C}=\sqrt{6^2+10^2}=2\sqrt{34}$
$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{34})^2=34\pi$

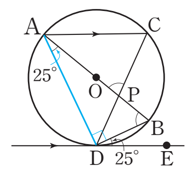
14 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle ADB=180°\times\dfrac{1}{3}=60°$, $\angle CAD=60°\times\dfrac{2}{3}=40°$
따라서 △APD에서
$\angle APB=40°+60°=100°$

15 $\overline{BC}$에 대하여 $\angle BEC=\angle BDC$이므로 네 점 B, C, D, E는 한 원 위에 있다. 이때 원주각의 크기가 90°이므로 $\overline{BC}$는 원의 지름, 점 M은 원의 중심이다.



△ABD에서
$\angle ABD=180°-(70°+90°)=20°$
$\therefore \angle EMD=2\angle EBD=2\times20°=40°$

16 (1) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AD}$를 그으면
$\angle BAD=\angle BDE=25°$,
$\angle ADB=90°$이므로
△ADB에서
$\angle DBP=180°-(25°+90°)=65°$



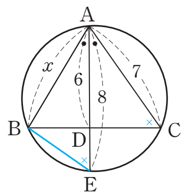
(2) $\angle C=\angle DBA=\angle DBP=65°$
$\overline{AC}/\!/\overleftrightarrow{DE}$이므로 $\angle CDE=\angle C=65°$
$\therefore \angle PDB=\angle CDE-\angle BDE$
$=65°-25°=40°$
△PDB에서
$\angle DPB=180°-(40°+65°)=75°$
$\therefore \angle APC=\angle DPB=75°$ (맞꼭지각)

17 $\overline{PB}:\overline{PD}=6:5$이므로
$\overline{PB}=6k\,\text{cm}$, $\overline{PD}=5k\,\text{cm}\,(k>0)$라 하면
$\overline{PA}\cdot\overline{PB}=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$에서
$5\times6k=(5k-4)\times5k$
$25k^2-50k=0$, $k^2-2k=0$
$k(k-2)=0$
그런데 $k>0$이므로 $k=2$
즉, $\overline{PB}=6\times2=12\,(\text{cm})$, $\overline{PD}=5\times2=10\,(\text{cm})$이므로
$\overline{AB}=12-5=7\,(\text{cm})$, $\overline{PC}=10-4=6\,(\text{cm})$
$\therefore \overline{AB}+\overline{PC}=7+6=13\,(\text{cm})$

18 △ABF와 △ACE에서
$\angle BAF=\angle CAE$, $\angle ABF=\angle ACE$이므로
△ABF∽△ACE (AA 닮음)
즉, $\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BF}:\overline{CE}$이므로
$\overline{AB}:18=6:9$
$\therefore \overline{AB}=12$
$\overline{AB}^2=\overline{AD}\cdot\overline{AC}$이므로
$12^2=\overline{AD}\times18$
$\therefore \overline{AD}=8$

유형편
파워

19 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면



$\triangle ABE$와 $\triangle ADC$에서

$\angle BAE = \angle DAC$,

$\angle AEB = \angle ACB = \angle ACD$이므로

$\triangle ABE \backsim \triangle ADC$ (AA 닮음)

즉, $\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{AE} : \overline{AC}$이므로

$x : 6 = 8 : 7$

$\therefore x = \frac{48}{7}$

20 $\overline{AB} = \overline{AC}$에서 $\angle ABC = \angle ACB$이고

$\angle ACB = \angle AEB$이므로

$\angle ABC = \angle AEB$

즉, $\overline{AB}$는 세 점 B, D, E를 지나는 원의 접선이다. $\cdots$ (i)

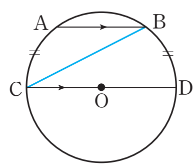
따라서 $\overline{AB}^2 = \overline{AD} \cdot \overline{AE}$이므로

$\overline{AB}^2 = 6 \times (6+8) = 84$ $\cdots$ (ii)

그런데 $\overline{AB} > 0$이므로 $\overline{AB} = 2\sqrt{21}$ (cm) $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$가 세 점 B, D, E를 지나는 원의 접선임을 알기	40 %
(ii) 할선과 접선의 길이 사이의 관계를 이용하여 식 세우기	30 %
(iii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %

21 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면



$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$에서

$\angle ABC = \angle BCD$ (엇각)이므로

$\widehat{AC} = \widehat{BD} = \frac{3}{2}\pi$

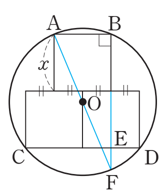
이때 $\widehat{AB} : \widehat{AC} = 4 : 3$이므로

$\widehat{AB} : \frac{3}{2}\pi = 4 : 3 \qquad \therefore \widehat{AB} = 2\pi$

$\widehat{CA} + \widehat{AB} + \widehat{BD} = \frac{3}{2}\pi + 2\pi + \frac{3}{2}\pi = 5\pi$

$\therefore$ (원 O의 둘레의 길이) $= 2 \times 5\pi = 10\pi$

22 정사각형의 한 변의 길이를 x라 하면



$\overline{BE} = 2x$, $\overline{CE} = \frac{3}{2}x$, $\overline{DE} = \frac{1}{2}x$

$\overline{BF}$를 그으면 오른쪽 그림에서 네 점 B, C, F, D가 한 원 위에 있으므로

$\overline{BE} \cdot \overline{FE} = \overline{CE} \cdot \overline{DE}$에서

$2x \times \overline{EF} = \frac{3}{2}x \times \frac{1}{2}x \qquad \therefore \overline{EF} = \frac{3}{8}x$

$\overline{AF}$를 그으면 $\angle ABF = 90^\circ$이므로 $\overline{AF}$는 원 O의 지름이다.

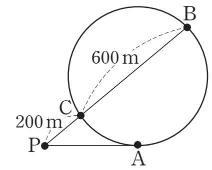
$\triangle AFB$에서 $x^2 + \left(2x + \frac{3}{8}x\right)^2 = (5\sqrt{17})^2$이므로

$\frac{425}{64}x^2 = 425$, $x^2 = 64$

그런데 $x > 0$이므로 $x = 8$

따라서 정사각형의 한 변의 길이는 8이다.

23 오른쪽 그림과 같이 시하네 집을 A, 학교를 B, 도서관을 C, 서점을 P라 하면



$\overline{PA}^2 = \overline{PC} \cdot \overline{PB}$에서

$\overline{PA}^2 = 200 \times (200 + 600)$

$= 160000$

그런데 $\overline{PA} > 0$이므로

$\overline{PA} = 400$ (m)

시하가 서점에서 머문 시간은 30분이고 분속 100 m의 일정한 속력으로 이동하므로 시하가 도서관에서 출발하여 서점에 들렀다가 자신의 집까지 가는 데 걸린 시간은

$\frac{200}{100} + 30 + \frac{400}{100} = 36$(분)

따라서 시하가 집에 도착한 시각은 오후 6시 30분으로부터 36분 후인 오후 7시 6분이다.

MEMO

MEMO

정답과 해설

정답과 해설

I 대푯값과 산포도

1 단계 보고 따라 하기 P. 6~7

1 15회 **2** 평균: 8점, 분산: 2, 표준편차: $\sqrt{2}$점
3 분산: 140, 표준편차: $2\sqrt{35}$분 **4** 8

1 1단계 16회의 도수가 가장 크므로
(최빈값)=16회 … (i)

2단계 평균이 16회이므로

$$\frac{13+16+15+16+14+30+16+12+x}{9}$$

$$=\frac{132+x}{9}=16$$

$132+x=144$

$\therefore x=12$ … (ii)

3단계 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
12, 12, 13, 14, 15, 16, 16, 16, 30이므로
(중앙값)=15회 … (iii)

채점 기준	비율
(i) 최빈값 구하기	30 %
(ii) x의 값 구하기	40 %
(iii) 중앙값 구하기	30 %

2 1단계 $(\text{평균})=\frac{7+10+8+6+9}{5}=\frac{40}{5}=8(\text{점})$ … (i)

2단계 $(\text{분산})=\frac{(-1)^2+2^2+0^2+(-2)^2+1^2}{5}$

$=\frac{10}{5}=2$ … (ii)

3단계 $(\text{표준편차})=\sqrt{2}(\text{점})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 평균 구하기	40 %
(ii) 분산 구하기	40 %
(iii) 표준편차 구하기	20 %

3 1단계 $(\text{평균})=\frac{60\times1+70\times3+80\times2+90\times3+100\times1}{10}$

$=\frac{800}{10}=80(\text{분})$ … (i)

2단계 (분산)

$=\frac{(-20)^2\times1+(-10)^2\times3+0^2\times2+10^2\times3+20^2\times1}{10}$

$=\frac{1400}{10}=140$ … (ii)

3단계 $(\text{표준편차})=\sqrt{140}=2\sqrt{35}(\text{분})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 평균 구하기	40 %
(ii) 분산 구하기	40 %
(iii) 표준편차 구하기	20 %

4 편차의 합은 0이므로
$a+(-2)+3+b+5=0$
$\therefore a+b=-6$ … ㉠ … (i)
분산이 11.6이므로

$$\frac{a^2+(-2)^2+3^2+b^2+5^2}{5}=11.6$$

$a^2+b^2+38=58$
$\therefore a^2+b^2=20$ … ㉡ … (ii)
이때 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$이므로 ㉠, ㉡을 대입하면
$(-6)^2=20+2ab$, $2ab=16$ $\therefore ab=8$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $a+b$의 값 구하기	30 %
(ii) a^2+b^2의 값 구하기	35 %
(iii) ab의 값 구하기	35 %

2 단계 스스로 해결하기 P. 8~10

1 (1) 평균: 2.8시간, 중앙값: 2시간 (2) 중앙값
2 평균: 3.5점, 중앙값: 3.5점, 최빈값: 3점, 5점
3 5 **4** 중앙값: 1.5, 최빈값: 5
5 6 **6** $\sqrt{5}$
7 (1) $\sqrt{1.2}$점 (2) $\sqrt{0.8}$점 (3) 학생 B
8 $\sqrt{4.6}$시간 **9** $\sqrt{139}$분
10 평균: 7, 분산: 10 **11** 평균: 10, 분산: 6.6
12 평균: 7점, 표준편차: $\sqrt{7}$점

1 (1) $(\text{평균})=\frac{1+2+2+1+14+2+2+3+0+1}{10}$

$=\frac{28}{10}=2.8(\text{시간})$ … (i)

자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
0, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2, 3, 14이므로

$(\text{중앙값})=\frac{2+2}{2}=2(\text{시간})$ … (ii)

(2) 주어진 자료에 14와 같이 극단적인 값이 있으므로 평균은 자료의 중심 경향을 잘 나타낸다고 볼 수 없다.
따라서 중앙값이 대푯값으로 더 적절하다. … (iii)

채점 기준	비율
(ⅰ) 평균 구하기	30 %
(ⅱ) 중앙값 구하기	30 %
(ⅲ) 적절한 대푯값 구하기	40 %

2 (평균)$=\dfrac{1\times1+2\times2+3\times4+4\times3+5\times4}{14}$

$=\dfrac{49}{14}=3.5$(점) … (ⅰ)

중앙값은 7번째와 8번째 자료의 값의 평균이므로

(중앙값)$=\dfrac{3+4}{2}=3.5$(점) … (ⅱ)

또 3점과 5점의 도수가 4로 가장 크므로

(최빈값)$=3$점, 5점 … (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) 평균 구하기	35 %
(ⅱ) 중앙값 구하기	35 %
(ⅲ) 최빈값 구하기	30 %

3 평균이 5이므로

$\dfrac{4+1+a+b+10+6+5}{7}=5$

$a+b+26=35$

$\therefore a+b=9$ … (ⅰ)

최빈값이 6이므로 a, b 중 적어도 하나는 6이어야 한다.

이때 $a<b$이므로

$a=3$, $b=6$ … (ⅱ)

따라서 자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면

1, 3, 4, 5, 6, 6, 10이므로

중앙값은 5이다. … (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $a+b$의 값 구하기	30 %
(ⅱ) a, b의 값 구하기	40 %
(ⅲ) 중앙값 구하기	30 %

4 평균이 1이므로

$\dfrac{(-1)+5+1+(-2)+3+4+(-3)+(-4)+x+y}{10}=1$

$x+y+3=10$

$\therefore x+y=7$ … ㉠

이때 $x-y=3$이므로

이 식과 ㉠을 연립하여 풀면

$x=5$, $y=2$ … (ⅰ)

자료를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면

-4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5, 5이므로

(중앙값)$=\dfrac{1+2}{2}=1.5$ … (ⅱ)

또 5의 도수가 2로 가장 크므로

(최빈값)$=5$ … (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) x, y의 값 구하기	40 %
(ⅱ) 중앙값 구하기	30 %
(ⅲ) 최빈값 구하기	30 %

5 편차의 합은 0이므로

$2+(x-4)+3+x+(-5)=0$

$2x=4$ $\therefore x=2$ … (ⅰ)

(편차)=(자료의 값)−(평균)이므로

학생 A에서 $2=50-$(평균)

$\therefore$ (평균)$=48$(kg) … (ⅱ)

학생 B에서 $-2=y-48$ $\therefore y=46$

학생 D에서 $2=z-48$ $\therefore z=50$ … (ⅲ)

$\therefore x-y+z=2-46+50=6$ … (ⅳ)

채점 기준	비율
(ⅰ) x의 값 구하기	20 %
(ⅱ) 평균 구하기	20 %
(ⅲ) y, z의 값 구하기	40 %
(ⅳ) $x-y+z$의 값 구하기	20 %

6 (평균)$=\dfrac{a+(a-3)+(a+1)+a+(a-2)+(a+4)}{6}$

$=\dfrac{6a}{6}=a$ … (ⅰ)

각 변량의 편차를 차례로 구하면

0, -3, 1, 0, -2, 4 … (ⅱ)

(분산)$=\dfrac{0^2+(-3)^2+1^2+0^2+(-2)^2+4^2}{6}$

$=\dfrac{30}{6}=5$ … (ⅲ)

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{5}$ … (ⅳ)

채점 기준	비율
(ⅰ) 평균 구하기	30 %
(ⅱ) 편차 구하기	20 %
(ⅲ) 분산 구하기	30 %
(ⅳ) 표준편차 구하기	20 %

7 (1) (학생 A가 얻은 점수의 평균)

$=\dfrac{9+10+10+9+9+7+10+9+10+7}{10}$

$=\dfrac{90}{10}=9$(점)

(학생 A가 얻은 점수의 분산)

$=\dfrac{0^2+1^2+1^2+0^2+0^2+(-2)^2+1^2+0^2+1^2+(-2)^2}{10}$

$=\dfrac{12}{10}=1.2$

$\therefore$ (학생 A가 얻은 점수의 표준편차)$=\sqrt{1.2}$(점) … (ⅰ)

(2) (학생 B가 얻은 점수의 평균)

$=\frac{10+10+9+8+9+10+9+7+9+9}{10}$

$=\frac{90}{10}=9$(점)

(학생 B가 얻은 점수의 분산)

$=\frac{1^2+1^2+0^2+(-1)^2+0^2+1^2+0^2+(-2)^2+0^2+0^2}{10}$

$=\frac{8}{10}=0.8$

$\therefore$ (학생 B가 얻은 점수의 표준편차)$=\sqrt{0.8}$(점) … (ii)

(3) 학생 B가 얻은 점수의 표준편차가 학생 A가 얻은 점수의 표준편차보다 더 작으므로 학생 B가 얻은 점수가 더 고르다. 따라서 학생 B를 선발해야 한다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 학생 A가 얻은 점수의 표준편차 구하기	30 %
(ii) 학생 B가 얻은 점수의 표준편차 구하기	30 %
(iii) 선발해야 할 학생 구하기	40 %

8 학생 수의 총합이 20명이므로

$3+9+x+3+y=20$

$\therefore x+y=5$ … ㉠

평균이 4시간이므로

$\frac{1\times3+3\times9+5\times x+7\times3+9\times y}{20}=4$

$\therefore 5x+9y=29$ … ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$x=4,\ y=1$ … (i)

$\therefore$ (분산)

$=\frac{(-3)^2\times3+(-1)^2\times9+1^2\times4+3^2\times3+5^2\times1}{20}$

$=\frac{92}{20}=4.6$ … (ii)

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{4.6}$(시간) … (iii)

채점 기준	비율
(i) x, y의 값 구하기	50 %
(ii) 분산 구하기	30 %
(iii) 표준편차 구하기	20 %

9 20분 이상 30분 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면 도수의 총합은 20명이므로

$3+4+x+4+2=20$

$\therefore x=7$(명)

따라서 20분 이상 30분 미만인 계급의 도수는 7명이다. … (i)

각 계급의 계급값이 차례로

5분, 15분, 25분, 35분, 45분이므로

(평균)$=\frac{5\times3+15\times4+25\times7+35\times4+45\times2}{20}$

$=\frac{480}{20}=24$(분) … (ii)

(분산)

$=\frac{(-19)^2\times3+(-9)^2\times4+1^2\times7+11^2\times4+21^2\times2}{20}$

$=\frac{2780}{20}=139$ … (iii)

$\therefore$ (표준편차)$=\sqrt{139}$(분) … (iv)

채점 기준	비율
(i) 20분 이상 30분 미만인 계급의 도수 구하기	20 %
(ii) 평균 구하기	30 %
(iii) 분산 구하기	30 %
(iv) 표준편차 구하기	20 %

10 a, b, c, d, e의 평균이 5이므로

$\frac{a+b+c+d+e}{5}=5$

$\therefore a+b+c+d+e=25$ … (i)

a, b, c, d, e의 분산이 10이므로

$\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2}{5}=10$

… (ii)

$\therefore$ (구하는 평균)

$=\frac{(a+2)+(b+2)+(c+2)+(d+2)+(e+2)}{5}$

$=\frac{a+b+c+d+e+10}{5}$

$=\frac{25+10}{5}=7$ … (iii)

$\therefore$ (구하는 분산)

$=\frac{(a+2-7)^2+(b+2-7)^2+(c+2-7)^2+(d+2-7)^2+(e+2-7)^2}{5}$

$=\frac{(a-5)^2+(b-5)^2+(c-5)^2+(d-5)^2+(e-5)^2}{5}$

$=10$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $a+b+c+d+e$의 값 구하기	20 %
(ii) a, b, c, d, e의 분산을 이용하여 식 세우기	20 %
(iii) $a+2$, $b+2$, $c+2$, $d+2$, $e+2$의 평균 구하기	30 %
(iv) $a+2$, $b+2$, $c+2$, $d+2$, $e+2$의 분산 구하기	30 %

11 x, y, z의 평균이 10이므로

$\frac{x+y+z}{3}=10$

$\therefore x+y+z=30$ … (i)

x, y, z의 분산이 5이므로

$\frac{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2}{3}=5$

$(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2=15$ … (ii)

$\therefore$ (구하는 평균)$=\frac{x+y+z+7+13}{5}$

$=\frac{30+7+13}{5}=10$ … (iii)

$\therefore$ (구하는 분산)

$$=\frac{(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2+(-3)^2+3^2}{5}$$

$$=\frac{15+9+9}{5}=6.6 \qquad \cdots \text{(iv)}$$

채점 기준	비율
(i) $x+y+z$의 값 구하기	20 %
(ii) $(x-10)^2+(y-10)^2+(z-10)^2$의 값 구하기	20 %
(iii) x, y, z, 7, 13의 평균 구하기	30 %
(iv) x, y, z, 7, 13의 분산 구하기	30 %

12 남학생 18명과 여학생 12명의 점수의 평균이 7점으로 서로 같으므로 학생 30명의 점수의 평균도 7점이다. $\cdots$ (i)

{남학생의 점수의 (편차)^{2}의 총합}$=3^2\times18=162$ $\cdots$ (ii)

{여학생의 점수의 (편차)^{2}의 총합}$=2^2\times12=48$ $\cdots$ (iii)

따라서 학생 30명의 점수의 분산은 $\frac{162+48}{30}=7$이므로

(표준편차)$=\sqrt{7}$(점) $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) 학생 30명의 점수의 평균 구하기	30 %
(ii) 남학생의 점수의 (편차)^{2}의 총합 구하기	20 %
(iii) 여학생의 점수의 (편차)^{2}의 총합 구하기	20 %
(iv) 학생 30명의 점수의 표준편차 구하기	30 %

3 단계 한 걸음 더 도전하기 P. 11

1 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조 **2** 57 kg
3 평균: 12, 분산: 3.2

1 (1) 선수 A의 점수를 작은 값에서부터 크기순으로 나열하면
6, 7, 8, 9, 9, 9, 10, 10, 10이므로
(중앙값)$=9$(점)
따라서 지우의 설명은 옳지 않다. $\cdots$ (i)

(2) 선수 B의 점수에서 7점, 8점, 9점 모두 도수가 3으로 같다.
그런데 자료의 값의 도수가 모두 같으면 최빈값은 없으므로 선수 B의 점수의 최빈값은 없다.
따라서 은서의 설명은 옳지 않다. $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) 선수 A의 점수의 중앙값을 구하여 지우의 설명이 옳은지 옳지 않은지 말하기	50 %
(ii) 선수 B의 점수의 최빈값을 구하여 은서의 설명이 옳은지 옳지 않은지 말하기	50 %

2 신규 회원이 들어오기 전 동호회 회원의 몸무게의 총합은
$14\times63=882$(kg) $\cdots$ (i)
신규 회원의 몸무게를 x kg이라 하면 신규 회원을 포함한 동호회 회원의 몸무게의 총합은
$(882+x)$ kg $\cdots$ (ii)
신규 회원을 포함한 회원 15명의 몸무게의 평균이 62.6 kg이므로

$$\frac{882+x}{15}=62.6 \qquad \cdots \text{(iii)}$$

$882+x=939$ $\quad\therefore x=57$(kg)
따라서 새로 들어온 회원의 몸무게는 57 kg이다. $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) 신규 회원이 들어오기 전 몸무게의 총합 구하기	20 %
(ii) 신규 회원이 들어온 후 몸무게의 총합 구하기	20 %
(iii) 신규 회원이 들어온 후 몸무게의 평균으로 식 세우기	30 %
(iv) 신규 회원의 몸무게 구하기	30 %

3 $14+12=8+18$로 10개의 수의 총합에는 변화가 없으므로 실제 평균은 12이다. $\cdots$ (i)
잘못 쓴 두 수를 제외한 8개의 수의 (편차)^{2}의 합을 A라 하면

$$\frac{A+(8-12)^2+(18-12)^2}{10}=8$$

$A+52=80$

$\therefore A=28$ $\cdots$ (ii)

$$\therefore \text{(실제 분산)}=\frac{A+(14-12)^2+(12-12)^2}{10}$$

$$=\frac{32}{10}=3.2 \qquad \cdots \text{(iii)}$$

채점 기준	비율
(i) 실제 평균 구하기	40 %
(ii) 잘못된 수를 제외한 8개의 수의 (편차)^{2}의 합 구하기	30 %
(iii) 실제 분산 구하기	30 %

Ⅱ 피타고라스 정리

1 단계 보고 따라 하기 P. 14~15

1 1	**2** $2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$
3 72	**4** 3

1 1단계 △ADC에서 $\overline{AC}^2=6^2-4^2=20$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=2\sqrt{5}$ … (i)

2단계 △ABC에서 $\overline{BC}^2=(3\sqrt{5})^2-(2\sqrt{5})^2=25$

그런데 $\overline{BC}>0$이므로 $\overline{BC}=5$ … (ii)

$\therefore\ \overline{BD}=\overline{BC}-\overline{DC}=5-4=1$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{BD}$의 길이 구하기	20 %

2 1단계 △ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{AE}=\overline{AC}=2\sqrt{2}$ … (i)

△AEF에서 $\overline{AF}=\sqrt{(2\sqrt{2})^2+2^2}=2\sqrt{3}$

$\therefore\ \overline{AG}=\overline{AF}=2\sqrt{3}$ … (ii)

2단계 $\therefore\ \overline{EG}=\overline{AG}-\overline{AE}=2\sqrt{3}-2\sqrt{2}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AE}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AG}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{EG}$의 길이 구하기	20 %

3 1단계 $x+6$이 가장 긴 변의 길이이므로

$x^2+18^2=(x+6)^2$ … (i)

2단계 $x^2+324=x^2+12x+36$

$12x=288\qquad \therefore\ x=24$ … (ii)

3단계 ∴ (△ABC의 둘레의 길이)

$=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CA}$

$=30+24+18=72$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) x에 대한 식 세우기	30 %
(ii) x의 값 구하기	40 %
(iii) △ABC의 둘레의 길이 구하기	30 %

4 $\overline{BD}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times8=4$ … (i)

$\overline{BE}=x$이므로 $\overline{DE}=\overline{AE}=8-x$ … (ii)

따라서 △EBD에서 $x^2+4^2=(8-x)^2$

$16x=48\qquad \therefore\ x=3$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BD}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{DE}$의 길이를 x에 대한 식으로 나타내기	20 %
(iii) x의 값 구하기	60 %

2 단계 스스로 해결하기 P. 16~18

1 25 cm	**2** $3\sqrt{13}$	**3** $x=\sqrt{5}$, $5\sqrt{5}$ m^2	
4 (1) 풀이 참조 (2) 풀이 참조			**5** 18 cm^2
6 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{74}$	**7** 6 cm	**8** 44	**9** 125
10 (1) 풀이 참조 (2) 10		**11** 설명은 풀이 참조, $8\sqrt{2}$	
12 10 cm			

1 □ABCD$=25$ cm^{2}이므로

$\overline{BC}=\sqrt{25}=5$(cm) … (i)

□CEFG$=225$ cm^{2}이므로

$\overline{CE}=\overline{EF}=\sqrt{225}=15$(cm) … (ii)

따라서 △FBE에서

$\overline{BF}=\sqrt{(5+15)^2+15^2}=\sqrt{625}=25$(cm) … (iii)

채점 기준	비율
(i) 정사각형 ABCD의 한 변의 길이 구하기	30 %
(ii) 정사각형 CEFG의 한 변의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{BF}$의 길이 구하기	40 %

2 $\overline{AC}$를 그으면

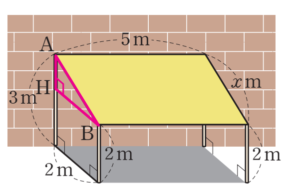
△ABC에서 $\overline{AC}=\sqrt{6^2+15^2}=3\sqrt{29}$ … (i)

따라서 △ACD에서

$\overline{CD}=\sqrt{(3\sqrt{29})^2-12^2}=3\sqrt{13}$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}$의 길이 구하기	50 %
(ii) $\overline{CD}$의 길이 구하기	50 %

3



위의 그림과 같이 천막 지붕의 꼭짓점 B에서 담벼락에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{AH}=3-2=1$(m), $\overline{BH}=2$ m, $\overline{AB}=x$ m이므로

△AHB에서 $x=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$ … (i)

따라서 천막 지붕의 넓이는

$5\times\sqrt{5}=5\sqrt{5}$(m^2) … (ii)

채점 기준	비율
(i) x의 값 구하기	50 %
(ii) 천막 지붕의 넓이 구하기	50 %

4 (1) $\overline{AE}=\overline{EG}=\overline{GB}=\overline{BA}=c$

$\angle BAC+\angle EAD=\angle BAC+\angle ABC=90°$이므로

$\angle BAE=90°$

마찬가지 방법으로 $\angle AEG=\angle EGB=\angle GBA=90°$

따라서 □AEGB는 네 변의 길이가 같고, 네 내각의 크기가 같으므로 정사각형이다. … (i)

(2) $\square CDFH=(a+b)^2$

$\triangle ABC=\frac{1}{2}ab$

$\square AEGB=c^2$ … (ii)

따라서 □CDFH=4△ABC+□AEGB이므로

$(a+b)^2=4\times\frac{1}{2}ab+c^2$

$a^2+2ab+b^2=2ab+c^2$

$\therefore a^2+b^2=c^2$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) □AEGB가 정사각형임을 설명하기	40 %
(ii) □CDFH, △ABC, □AEGB의 넓이 구하기	30 %
(iii) 피타고라스 정리가 성립함을 설명하기	30 %

5 $\triangle ABC\equiv\triangle CDE$이므로

△ACE는 $\angle ACE=90°$인 직각이등변삼각형이다.

이때 △ACE의 넓이가 $10\,cm^2$이므로

$\frac{1}{2}\overline{AC}^2=10$, $\overline{AC}^2=20$

그런데 $\overline{AC}>0$이므로 $\overline{AC}=2\sqrt{5}$(cm) … (i)

△ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{(2\sqrt{5})^2-4^2}=2$(cm) … (ii)

따라서 $\overline{DE}=\overline{BC}=2$ cm, $\overline{CD}=\overline{AB}=4$ cm이므로 … (iii)

$\square ABDE=\frac{1}{2}\times(2+4)\times(4+2)=18(cm^2)$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{DE}$, $\overline{CD}$의 길이 구하기	20 %
(iv) 사다리꼴 ABDE의 넓이 구하기	20 %

6 (가) a가 가장 긴 변의 길이일 때,

$5^2+7^2=a^2$, $a^2=74$

그런데 $a>0$이므로 $a=\sqrt{74}$ … (i)

(나) 7이 가장 긴 변의 길이일 때,

$a^2+5^2=7^2$, $a^2=24$

그런데 $a>0$이므로 $a=2\sqrt{6}$ … (ii)

따라서 (가), (나)에서 a의 값은 $2\sqrt{6}$, $\sqrt{74}$이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 가장 긴 변의 길이가 a일 때, a의 값 구하기	40 %
(ii) 가장 긴 변의 길이가 7일 때, a의 값 구하기	40 %
(iii) a의 값 모두 구하기	20 %

7 $\overline{AC}=x$ cm라 하면

$\overline{BC}=24-10-x=14-x$(cm)

△ACB는 $\angle ACB=90°$인 직각삼각형이어야 하므로

$x^2+(14-x)^2=10^2$ … (i)

$x^2-14x+48=0$

$(x-6)(x-8)=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=8$

그런데 $\overline{AC}<\overline{BC}$에서 $x<14-x$, 즉 $x<7$이므로

$x=6$(cm)

따라서 $\overline{AC}$의 길이는 6 cm이다. … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}$의 길이를 구하는 식 세우기	60 %
(ii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %

8 △ABD에서 $a=\sqrt{16^2+12^2}=20$ … (i)

△ABD∽△CAD(AA 닮음)이므로

$\overline{AD}:\overline{BD}=\overline{CD}:\overline{AD}$, 즉 $\overline{AD}^2=\overline{BD}\times\overline{CD}$에서

$12^2=16b$ $\therefore b=9$ … (ii)

△ADC에서 $c=\sqrt{12^2+9^2}=15$ … (iii)

$\therefore a+b+c=20+9+15=44$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	30 %
(ii) b의 값 구하기	30 %
(iii) c의 값 구하기	30 %
(iv) $a+b+c$의 값 구하기	10 %

9 두 점 D, E가 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 중점이므로

$\overline{AD}=\overline{BD}=x$, $\overline{BE}=\overline{CE}=y$라 하자.

△ABE에서 $\overline{AE}^2=(2x)^2+y^2=4x^2+y^2$ … (i)

△DBC에서 $\overline{CD}^2=x^2+(2y)^2=x^2+4y^2$ … (ii)

△ABC에서 $(2x)^2+(2y)^2=10^2$

$4x^2+4y^2=100$ $\therefore x^2+y^2=25$ … (iii)

$\therefore \overline{AE}^2+\overline{CD}^2=(4x^2+y^2)+(x^2+4y^2)$

$=5(x^2+y^2)$

$=5\times25=125$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) △ABE에서 피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	20 %
(ii) △DBC에서 피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	20 %
(iii) △ABC에서 피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	30 %
(iv) $\overline{AE}^2+\overline{CD}^2$의 값 구하기	30 %

다른 풀이 삼각형의 두 변의 중점을 연결한 선분의 성질에 의해

$\overline{DE}=\frac{1}{2}\overline{AC}=\frac{1}{2}\times10=5$ ··· (i)

$\therefore\ \overline{AE}^2+\overline{CD}^2=\overline{AC}^2+\overline{DE}^2$

$=10^2+5^2=125$ ··· (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{DE}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{AE}^2+\overline{CD}^2$의 값 구하기	60 %

10 (1) $\overline{OA}=a$, $\overline{OB}=b$, $\overline{OC}=c$, $\overline{OD}=d$라 하자.

△ABO에서 $\overline{AB}^2=a^2+b^2$

△CDO에서 $\overline{CD}^2=c^2+d^2$

△DAO에서 $\overline{AD}^2=a^2+d^2$

△BCO에서 $\overline{BC}^2=b^2+c^2$ ··· (i)

$\therefore\ \overline{AB}^2+\overline{CD}^2=(a^2+b^2)+(c^2+d^2)$

$=(a^2+d^2)+(b^2+c^2)$

$=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$ ··· (ii)

(2) $\overline{AB}^2+11^2=5^2+14^2$이므로 $\overline{AB}^2=100$

그런데 $\overline{AB}>0$이므로 $\overline{AB}=10$ ··· (iii)

채점 기준	비율
(i) △ABO, △CDO, △DAO, △BCO에서 피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	40 %
(ii) $\overline{AB}^2+\overline{CD}^2=\overline{AD}^2+\overline{BC}^2$임을 설명하기	30 %
(iii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %

11 $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$, $\overline{AB}=c$라 하면 △ABC는 직각삼각형이므로 $a^2=b^2+c^2$이 성립한다.

$P+Q=\left\{\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{c}{2}\right)^2\right\}+\left\{\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{b}{2}\right)^2\right\}$

$=\frac{1}{2}\pi\times\frac{1}{4}(b^2+c^2)$

$=\frac{1}{2}\pi\times\frac{1}{4}a^2$

$=\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2=R$ ··· (i)

$P=4\pi$, $Q=12\pi$이므로

$R=P+Q=4\pi+12\pi=16\pi$ ··· (ii)

$\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2=16\pi$이므로 $a^2=128$

그런데 $a>0$이므로

$a=8\sqrt{2}$

따라서 $\overline{BC}$의 길이는 $8\sqrt{2}$이다.

채점 기준	비율
(i) $P+Q=R$임을 설명하기	50 %
(ii) $P+Q=R$임을 이용하여 R의 값 구하기	10 %
(iii) R의 값을 이용하여 $\overline{BC}$의 길이 구하기	40 %

12 ∠FBD=∠DBC(접은 각), ∠DBC=∠FDB(엇각)

∴ ∠FBD=∠FDB

즉, △FBD는 $\overline{BF}=\overline{DF}$인 이등변삼각형이다. ··· (i)

$\overline{BF}=x$ cm라 하면 $\overline{DF}=x$ cm이므로

$\overline{AF}=(16-x)$ cm

△ABF에서 $(16-x)^2+8^2=x^2$ ··· (ii)

$32x=320$ $\quad\therefore\ x=10$(cm)

따라서 $\overline{BF}$의 길이는 10 cm이다. ··· (iii)

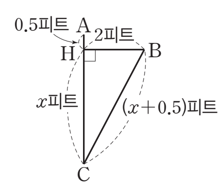
채점 기준	비율
(i) △FBD가 이등변삼각형임을 설명하기	40 %
(ii) $\overline{BF}$의 길이를 구하는 식 세우기	30 %
(iii) $\overline{BF}$의 길이 구하기	30 %

3 단계 한 걸음 더 도전하기 P. 19

1 3.75피트 **2** ∠C=90°인 직각삼각형

3 $\sqrt{5}$ cm **4** (1) $\frac{1}{2}bc$ (2) △ABC

1 오른쪽 그림과 같이 연꽃의 끝부분의 위치를 각각 A, B, 뿌리 부분의 위치를 C라 하고 점 B에서 $\overline{AC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\overline{CH}=x$피트라 하면

$\overline{AC}=\overline{BC}=(x+0.5)$피트

△BHC에서 $x^2+2^2=(x+0.5)^2$ ··· (i)

∴ $x=3.75$(피트)

따라서 연못의 깊이는 3.75피트이다. ··· (ii)

채점 기준	비율
(i) 연못의 깊이를 구하는 식 세우기	60 %
(ii) 연못의 깊이 구하기	40 %

2 $\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=(n^2-1)^2+(2n)^2$

$=n^4-2n^2+1+4n^2$

$=n^4+2n^2+1$

$=(n^2+1)^2$

$=\overline{AB}^2$ ··· (i)

따라서 △ABC는 ∠C=90°인 직각삼각형이다. ··· (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}^2+\overline{BC}^2=\overline{AB}^2$임을 설명하기	60 %
(ii) △ABC가 ∠C=90°인 직각삼각형임을 알기	40 %

3 $\overline{AN}=x\,\text{cm}$라 하자.

두 점 M, N이 각각 $\overline{BC}$, $\overline{MC}$의 중점이므로

$\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{BC}=\frac{1}{2}\times4=2(\text{cm})$

$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{MC}=\frac{1}{4}\overline{BC}=\frac{1}{4}\times4=1(\text{cm})$

$\overline{AM}$이 $\angle BAN$의 이등분선이므로

$\overline{AB}:\overline{AN}=\overline{BM}:\overline{MN}$

$\overline{AB}:x=2:1$ $\quad\therefore \overline{AB}=2x(\text{cm})$ … (i)

$\triangle ABC$에서 $\overline{AC}^2=(2x)^2-4^2$ … ㉠

$\triangle ANC$에서 $\overline{AC}^2=x^2-1^2$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $(2x)^2-4^2=x^2-1^2$ … (ii)

$3x^2=15$, $x^2=5$

그런데 $x>0$이므로 $x=\sqrt{5}(\text{cm})$

따라서 $\overline{AN}$의 길이는 $\sqrt{5}\,\text{cm}$이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$의 길이를 $\overline{AN}$의 길이를 이용하여 나타내기	40 %
(ii) $\overline{AN}$의 길이를 구하는 식 세우기	30 %
(iii) $\overline{AN}$의 길이 구하기	30 %

4 (1) $\triangle ABC$는 $\angle A=90°$인 직각삼각형이므로 피타고라스 정리에 의해 $a^2=b^2+c^2$이 성립한다. … (i)

(초승달 모양의 도형 ①, ②의 넓이의 합)

$=(\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)$

$+(\overline{CA}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)+\triangle ABC$

$-(\overline{BC}$를 지름으로 하는 반원의 넓이$)$

$=\left\{\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{c}{2}\right)^2\right\}+\left\{\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{b}{2}\right)^2\right\}+\frac{1}{2}bc$

$-\left\{\frac{1}{2}\pi\times\left(\frac{a}{2}\right)^2\right\}$ … (ii)

$=\frac{1}{8}\pi(c^2+b^2-a^2)+\frac{1}{2}bc=\frac{1}{2}bc$ … (iii)

(2) 초승달 모양의 도형 ①, ②의 넓이의 합은 $\frac{1}{2}bc$이므로 $\triangle ABC$의 넓이와 같다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\triangle ABC$에서 피타고라스 정리를 이용하여 식 세우기	20 %
(ii) 도형 ①, ②의 넓이의 합을 구하는 식 세우기	30 %
(iii) (ii)의 식 정리하기	30 %
(iv) 도형 ①, ②의 넓이의 합과 넓이가 같은 도형 찾기	20 %

1 단계 보고 따라 하기 P. 22~23

1 $3\sqrt{3}\,\text{cm}^2$	**2** $x=2\sqrt{6}$, $y=\sqrt{6}$
3 $\angle B=90°$인 직각삼각형, 10	**4** $100\pi\ \text{cm}^3$

1 1단계 $\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 6=3\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AG}=\frac{2}{3}\overline{AH}=\frac{2}{3}\times 3\sqrt{3}=2\sqrt{3}(\text{cm})$ … (i)

2단계 $\therefore\ \triangle AGD=\frac{\sqrt{3}}{4}\times(2\sqrt{3})^2=3\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AG}$의 길이 구하기	60 %
(ii) $\triangle AGD$의 넓이 구하기	40 %

2 1단계 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$이므로

$3:\overline{BC}=1:\sqrt{2}$ $\quad\therefore\ \overline{BC}=3\sqrt{2}$ … (i)

2단계 $\triangle DBC$에서 $\overline{DB}:\overline{BC}=2:\sqrt{3}$이므로

$x:3\sqrt{2}=2:\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ x=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=2\sqrt{6}$ … (ii)

3단계 $\triangle DBC$에서 $\overline{DB}:\overline{DC}=2:1$이므로

$2\sqrt{6}:y=2:1$ $\quad\therefore\ y=\sqrt{6}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
(ii) x의 값 구하기	40 %
(iii) y의 값 구하기	30 %

3 1단계 $\overline{AB}=\sqrt{(-4-1)^2+(1-6)^2}=5\sqrt{2}$

$\overline{BC}=\sqrt{\{-2-(-4)\}^2+(-1-1)^2}=2\sqrt{2}$

$\overline{AC}=\sqrt{(-2-1)^2+(-1-6)^2}=\sqrt{58}$ … (i)

2단계 따라서 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\triangle ABC$는 $\angle B=90°$인 직각삼각형이다. … (ii)

3단계 $\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 5\sqrt{2}\times 2\sqrt{2}=10$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\triangle ABC$의 세 변의 길이 구하기	30 %
(ii) $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인지 말하기	30 %
(iii) $\triangle ABC$의 넓이 구하기	40 %

4 $\triangle ABO$에서 $\overline{AO}=\sqrt{13^2-5^2}=12(\text{cm})$ … (i)

따라서 원뿔의 부피는

$\frac{1}{3}\times\pi\times 5^2\times 12=100\pi(\text{cm}^3)$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AO}$의 길이 구하기	60 %
(ii) 원뿔의 부피 구하기	40 %

2 단계 스스로 해결하기 P. 24~26

1 $\frac{7}{5}\,\text{cm}$	**2** $5\sqrt{3}$	**3** $12\sqrt{5}\,\text{cm}^2$
4 $2\sqrt{6}\,\text{cm}$	**5** $8+2\sqrt{3}$	**6** 2

7 (1) $\angle B=90°$인 직각삼각형 (2) $8\sqrt{6}\,\text{cm}^2$

8 $2\sqrt{6}\,\text{cm}$ **9** $24\sqrt{2}\,\text{cm}^2$

10 높이: $5\sqrt{2}\,\text{cm}$, 부피: $\frac{500\sqrt{2}}{3}\,\text{cm}^3$

11 $\frac{49}{3}\pi\,\text{cm}^3$ **12** 20π

1 $\triangle ABD$에서 $\overline{BD}=\sqrt{3^2+4^2}=5(\text{cm})$ … (i)

$\overline{AB}^2=\overline{BP}\cdot\overline{BD}$이므로

$3^2=\overline{BP}\times 5$ $\quad\therefore\ \overline{BP}=\frac{9}{5}(\text{cm})$

마찬가지 방법으로

$\overline{DQ}=\frac{9}{5}(\text{cm})$ … (ii)

$\therefore\ \overline{PQ}=5-\left(\frac{9}{5}+\frac{9}{5}\right)=\frac{7}{5}(\text{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BD}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{BP}$, $\overline{DQ}$의 길이 구하기	60 %
(iii) $\overline{PQ}$의 길이 구하기	10 %

2 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$, $\overline{PC}$를 각각 그으면

$\triangle ABC=\triangle PAB+\triangle PBC+\triangle PCA$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{PD}+\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{PE}+\frac{1}{2}\times\overline{CA}\times\overline{PF}$

$=\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PD}+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PE}+\frac{1}{2}\times 10\times\overline{PF}$

$=5(\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF})$ … (i)

이때 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC의 넓이는

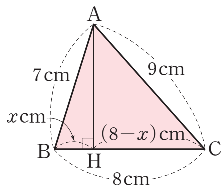
$\triangle ABC=\frac{\sqrt{3}}{4}\times 10^2=25\sqrt{3}$ … (ii)

따라서 $5(\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF})=25\sqrt{3}$이므로

$\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}=5\sqrt{3}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\triangle ABC=5(\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF})$임을 설명하기	40 %
(ii) 한 변의 길이가 10인 정삼각형 ABC의 넓이 구하기	30 %
(iii) $\overline{PD}+\overline{PE}+\overline{PF}$의 값 구하기	30 %

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{BH}=x\,\text{cm}$라 하면

$\overline{CH}=(8-x)\,\text{cm}$이므로

$\overline{AH}^2=7^2-x^2=9^2-(8-x)^2$

$\therefore\ x=2(\text{cm})$

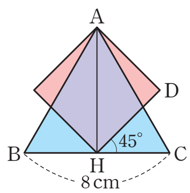
$\triangle ABH$에서

$\overline{AH}=\sqrt{7^2-2^2}=3\sqrt{5}(\text{cm})$ … (i)

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times 8\times 3\sqrt{5}=12\sqrt{5}(\text{cm}^2)$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\triangle ABC$의 높이 구하기	70 %
(ii) $\triangle ABC$의 넓이 구하기	30 %

4 오른쪽 그림에서



$\angle AHD=\frac{1}{2}\times 90°=45°$,

$\angle DHC=45°$이므로

$\angle AHC=90°$ … (i)

즉, $\overline{AH}$는 정삼각형 ABC의 높이이므로

$\overline{AH}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 8=4\sqrt{3}(\text{cm})$ … (ii)

$\triangle AHD$에서 $\overline{AH}:\overline{HD}=\sqrt{2}:1$이므로

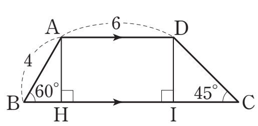
$4\sqrt{3}:\overline{HD}=\sqrt{2}:1$

$\therefore\ \overline{HD}=\frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=2\sqrt{6}(\text{cm})$

따라서 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이는 $2\sqrt{6}\,\text{cm}$이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle AHC=90°$임을 설명하기	30 %
(ii) 정삼각형 모양의 색종이의 높이 구하기	40 %
(iii) 정사각형 모양의 색종이의 한 변의 길이 구하기	30 %

5 오른쪽 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, I라 하면



$\triangle ABH$에서

$\overline{BH}:4=1:2$이므로 $\overline{BH}=2$ … (i)

$\overline{AH}:4=\sqrt{3}:2$이므로 $\overline{AH}=2\sqrt{3}$

$\triangle DIC$에서 $\overline{DI}=\overline{AH}=2\sqrt{3}$이고

$2\sqrt{3}:\overline{IC}=1:1$이므로 $\overline{IC}=2\sqrt{3}$ … (ii)

또 $\overline{HI}=\overline{AD}=6$ … (iii)

$\therefore\ \overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HI}+\overline{IC}$

$=2+6+2\sqrt{3}$

$=8+2\sqrt{3}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{IC}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{HI}$의 길이 구하기	30 %
(iv) $\overline{BC}$의 길이 구하기	10 %

6 $\overline{AB}=\sqrt{\{(2t+1)-3\}^2+(6-t)^2}=2\sqrt{5}$이므로 … (i)

$(2t-2)^2+(6-t)^2=20,\ 5t^2-20t+20=0$

$t^2-4t+4=0$

$(t-2)^2=0\qquad \therefore\ t=2$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) t의 값을 구하는 식 세우기	60 %
(ii) t의 값 구하기	40 %

7 (1) $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}$는 한 모서리의 길이가 $4\,\text{cm}$인 정육면체의 대각선이므로 $\overline{AB}=4\sqrt{3}\,\text{cm}$

$\overline{BC}$는 한 변의 길이가 $4\,\text{cm}$인 정사각형의 대각선이므로

$\overline{BC}=4\sqrt{2}\,\text{cm}$

$\overline{AC}$는 가로, 세로의 길이가 각각 $8\,\text{cm}$, $4\,\text{cm}$인 직사각형의 대각선이므로

$\overline{AC}=\sqrt{8^2+4^2}=4\sqrt{5}(\text{cm})$ … (i)

따라서 $\overline{AC}^2=\overline{AB}^2+\overline{BC}^2$이므로

$\triangle ABC$는 $\angle B=90°$인 직각삼각형이다. … (ii)

(2) $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{AB}\times\overline{BC}$

$=\frac{1}{2}\times 4\sqrt{3}\times 4\sqrt{2}=8\sqrt{6}(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\triangle ABC$의 세 변의 길이 구하기	40 %
(ii) $\triangle ABC$가 어떤 삼각형인지 말하기	30 %
(iii) $\triangle ABC$의 넓이 구하기	30 %

8 $\triangle DHF$에서 $\overline{HF}=6\sqrt{2}(\text{cm})$, $\overline{DF}=6\sqrt{3}(\text{cm})$ … (i)

$\overline{DH}\cdot\overline{HF}=\overline{DF}\cdot\overline{HP}$이므로

$6\times 6\sqrt{2}=6\sqrt{3}\times\overline{HP}$

$\therefore\ \overline{HP}=\frac{36\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}=2\sqrt{6}(\text{cm})$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{HF}$, $\overline{DF}$의 길이 구하기	50 %
(ii) $\overline{HP}$의 길이 구하기	50 %

9 $\overline{AM}$은 한 변의 길이가 $12\,\text{cm}$인 정삼각형 ABC의 높이이므로

$\overline{AM}=\frac{\sqrt{3}}{2}\times 12=6\sqrt{3}(\text{cm})$ … (i)

점 H는 $\triangle ABC$의 무게중심이므로

$\overline{AH}=\frac{2}{3}\overline{AM}=\frac{2}{3}\times 6\sqrt{3}=4\sqrt{3}(\text{cm})$ … (ii)

따라서 △OHA에서

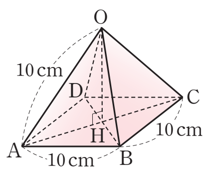
$\overline{OH}=\sqrt{12^2-(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{6}(cm)$ … (iii)

$\therefore$ △OHA$=\dfrac{1}{2}\times\overline{AH}\times\overline{OH}$

$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{6}=24\sqrt{2}(cm^2)$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AM}$의 길이 구하기	25 %
(ii) $\overline{AH}$의 길이 구하기	25 %
(iii) $\overline{OH}$의 길이 구하기	25 %
(iv) △OHA의 넓이 구하기	25 %

10 주어진 전개도로 만든 정사각뿔은 오른쪽 그림과 같다.



$\overline{AC}=10\sqrt{2}(cm)$이므로

$\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\overline{AC}=\dfrac{1}{2}\times10\sqrt{2}$

$=5\sqrt{2}(cm)$ … (i)

△OAH에서

$\overline{OH}=\sqrt{10^2-(5\sqrt{2})^2}=5\sqrt{2}(cm)$ … (ii)

즉, 정사각뿔의 높이는 $5\sqrt{2}$ cm이므로

(정사각뿔의 부피)$=\dfrac{1}{3}\times10^2\times5\sqrt{2}=\dfrac{500\sqrt{2}}{3}(cm^3)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AH}$의 길이 구하기	35 %
(ii) 정사각뿔의 높이 구하기	35 %
(iii) 정사각뿔의 부피 구하기	30 %

11 $\overline{AO}=\overline{BO}=4$ cm이므로

$\overline{OH}=\overline{AH}-\overline{AO}=7-4=3(cm)$ … (i)

△OBH에서

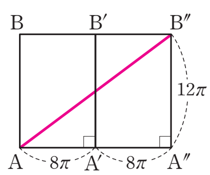
$\overline{BH}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(cm)$ … (ii)

따라서 원뿔의 부피는

$\dfrac{1}{3}\times\pi\times(\sqrt{7})^2\times7=\dfrac{49}{3}\pi(cm^3)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{OH}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{BH}$의 길이 구하기	40 %
(iii) 원뿔의 부피 구하기	40 %

12 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같으므로 … (i)



$\overline{AA'}=2\pi\times4=8\pi$

△AA″B″에서

$\overline{AB''}=\sqrt{(8\pi+8\pi)^2+(12\pi)^2}$

$=20\pi$

따라서 구하는 최단 거리는 20π이다. … (ii)

채점 기준	비율
(i) 선이 지나는 부분의 전개도를 그리고, 그 위에 최단 거리 표시하기	40 %
(ii) 최단 거리 구하기	60 %

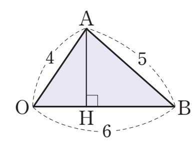
3 단계 한 걸음 더 도전하기 P. 27

1 (1) $\left(\dfrac{9}{4}, \dfrac{5\sqrt{7}}{4}\right)$ (2) $\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$ **2** $6(\sqrt{2}-1)$ cm

3 $\sqrt{10}$ **4** (1) 풀이 참조 (2) $4\sqrt{7}$

1 (1) 점 A의 좌표를 (x, y)라 하자.

(단, $x>0$, $y>0$)



점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면

$\overline{OH}=x$, $\overline{BH}=6-x$, $\overline{AH}=y$이므로

△AOH에서 $y^2=4^2-x^2$ … ㉠

△AHB에서 $y^2=5^2-(6-x)^2$ … ㉡

㉠, ㉡에서 $4^2-x^2=5^2-(6-x)^2$

$12x=27$ $\therefore$ $x=\dfrac{9}{4}$ … (i)

이를 ㉠에 대입하면 $y^2=16-\dfrac{81}{16}=\dfrac{175}{16}$

그런데 $y>0$이므로 $y=\dfrac{5\sqrt{7}}{4}$ … (ii)

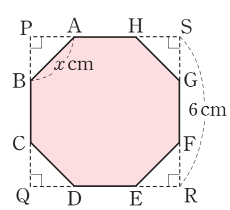
따라서 점 A의 좌표는 $\left(\dfrac{9}{4}, \dfrac{5\sqrt{7}}{4}\right)$이다. … (iii)

(2) △AOB$=\dfrac{1}{2}\times\overline{OB}\times\overline{AH}$

$=\dfrac{1}{2}\times6\times\dfrac{5\sqrt{7}}{4}=\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) 점 A의 x좌표 구하기	30 %
(ii) 점 A의 y좌표 구하기	30 %
(iii) 점 A의 좌표 구하기	10 %
(iv) △AOB의 넓이 구하기	30 %

2



정팔각형의 한 변의 길이를 x cm라 하자.

정팔각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360°}{8}=45°$이므로

△PBA에서 ∠PAB=∠PBA=45°

$\overline{PB} : \overline{AB}=1 : \sqrt{2}$이므로 $\overline{PB} : x=1 : \sqrt{2}$

$\therefore \overline{PB}=\dfrac{x}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x(\mathrm{cm})$

마찬가지 방법으로

$\overline{CQ}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x\,\mathrm{cm}$ … (i)

따라서 $\overline{PQ}=\overline{PB}+\overline{BC}+\overline{CQ}$이므로

$6=\dfrac{\sqrt{2}}{2}x+x+\dfrac{\sqrt{2}}{2}x$ … (ii)

$(\sqrt{2}+1)x=6$

$\therefore x=\dfrac{6}{\sqrt{2}+1}=6(\sqrt{2}-1)(\mathrm{cm})$

따라서 정팔각형의 한 변의 길이는 $6(\sqrt{2}-1)$ cm이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{PB}$, $\overline{CQ}$의 길이를 문자를 사용하여 나타내기	40 %
(ii) 정팔각형의 한 변의 길이를 구하는 식 세우기	40 %
(iii) 정팔각형의 한 변의 길이 구하기	20 %

3 (원뿔 A의 밑면인 원의 둘레의 길이)$=2\pi\times9\times\dfrac{240}{360}$

$=12\pi(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (원뿔 A의 밑면인 원의 반지름의 길이)$=\dfrac{12\pi}{2\pi}$

$=6(\mathrm{cm})$

따라서 (원뿔 A의 높이)$=\sqrt{9^2-6^2}=3\sqrt{5}(\mathrm{cm})$이므로 … (i)

$V_A=\dfrac{1}{3}\times\pi\times6^2\times3\sqrt{5}=36\sqrt{5}\pi(\mathrm{cm}^3)$ … (ii)

(원뿔 B의 밑면인 원의 둘레의 길이)$=2\pi\times9\times\dfrac{120}{360}$

$=6\pi(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (원뿔 B의 밑면인 원의 반지름의 길이)$=\dfrac{6\pi}{2\pi}$

$=3(\mathrm{cm})$

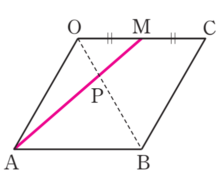
따라서 (원뿔 B의 높이)$=\sqrt{9^2-3^2}=6\sqrt{2}(\mathrm{cm})$이므로 … (iii)

$V_B=\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times6\sqrt{2}=18\sqrt{2}\pi(\mathrm{cm}^3)$ … (iv)

$\therefore \dfrac{V_A}{V_B}=\dfrac{36\sqrt{5}\pi}{18\sqrt{2}\pi}=\sqrt{10}$ … (v)

채점 기준	비율
(i) 원뿔 A의 밑면인 원의 반지름의 길이와 높이 구하기	20 %
(ii) V_A의 값 구하기	20 %
(iii) 원뿔 B의 밑면인 원의 반지름의 길이와 높이 구하기	20 %
(iv) V_B의 값 구하기	20 %
(v) $\dfrac{V_A}{V_B}$의 값 구하기	20 %

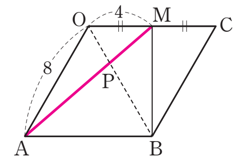
4 (1) 선이 지나는 부분의 전개도는 오른쪽 그림과 같고, 그 위에 최단 거리를 표시하면 선분 AM으로 나타난다. … (i)



(2) 오른쪽 그림과 같이 $\overline{MB}$를 그으면 $\triangle OMB$에서

$\angle OMB=90°$, $\angle MOB=60°$

이므로



$\overline{MB}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times8=4\sqrt{3}$ … (ii)

$\angle MBO=30°$이므로 $\angle MBA=90°$

따라서 $\triangle AMB$에서

$\overline{AM}=\sqrt{8^2+(4\sqrt{3})^2}=4\sqrt{7}$

즉, 구하는 최단 거리는 $4\sqrt{7}$이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 선이 지나는 부분의 전개도를 그리고, 그 위에 최단 거리 표시하기	40 %
(ii) $\overline{MB}$의 길이 구하기	30 %
(iii) 최단 거리 구하기	30 %

1 단계 보고 따라 하기 P. 30~31

1 $\sin B=\frac{2\sqrt{13}}{13}$, $\cos B=\frac{3\sqrt{13}}{13}$, $\tan B=\frac{2}{3}$

2 $\frac{\sqrt{7}}{4}$ **3** $x=4\sqrt{3}$, $y=6\sqrt{2}$ **4** 1.61

1 1단계 $\triangle$ABC에서 $\overline{BC}=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$ $\cdots$ (i)

2단계 $\sin B=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2}{\sqrt{13}}=\frac{2\sqrt{13}}{13}$

$\cos B=\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\frac{3}{\sqrt{13}}=\frac{3\sqrt{13}}{13}$

$\tan B=\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}}=\frac{2}{3}$ $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$의 길이 구하기	25 %
(ii) $\angle$B의 삼각비의 값 구하기	75 %

2 1단계 $\sin A=\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\frac{9}{\overline{AC}}=\frac{3}{4}$

$\therefore$ $\overline{AC}=12$ $\cdots$ (i)

2단계 $\triangle$ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{12^2-9^2}=3\sqrt{7}$ $\cdots$ (ii)

3단계 $\therefore$ $\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{3\sqrt{7}}{12}=\frac{\sqrt{7}}{4}$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\cos A$의 값 구하기	40 %

3 1단계 $\triangle$ABC에서 $\tan 60°=\frac{12}{x}=\sqrt{3}$이므로

$x=4\sqrt{3}$ $\cdots$ (i)

2단계 $\triangle$ACD에서 $\sin 45°=\frac{y}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}$이므로

$y=6\sqrt{2}$ $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) x의 값 구하기	50 %
(ii) y의 값 구하기	50 %

4 $\overline{OA}=\frac{\overline{OA}}{\overline{OB}}=0.73$이고 $\cos 43°=0.73$이므로

$\angle AOB=43°$ $\cdots$ (i)

$\sin 43°=\frac{\overline{AB}}{\overline{OB}}=\frac{\overline{AB}}{1}=\overline{AB}$에서

$\overline{AB}=0.68$

$\tan 43°=\frac{\overline{CD}}{\overline{OC}}=\frac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}$에서

$\overline{CD}=0.93$ $\cdots$ (ii)

$\therefore$ $\overline{AB}+\overline{CD}=0.68+0.93=1.61$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle$AOB의 크기 구하기	40 %
(ii) $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{AB}+\overline{CD}$의 값 구하기	20 %

2 단계 스스로 해결하기 P. 32~34

1 $\frac{\sqrt{30}}{6}$ **2** $\frac{\sqrt{7}}{3}$ **3** $\frac{21}{10}$ **4** $\frac{1}{5}$ **5** $\frac{5}{13}$

6 $\frac{1}{4}$ **7** $\frac{3}{4}$ **8** $18(\sqrt{3}+1)\,\text{cm}^2$

9 $y=\sqrt{3}x-3$ (또는 $\sqrt{3}x-y-3=0$) **10** $2(\sqrt{3}+1)$

11 (1) $\angle$DAB, $\angle$DBA (2) $4+2\sqrt{3}$ (3) $2-\sqrt{3}$

12 0.06

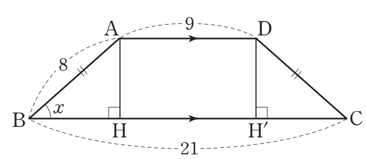
1 $\triangle$CDB에서 $\overline{DB}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$ $\cdots$ (i)

$\triangle$CAB에서 $\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{5}+2\sqrt{5})^2+4^2}=4\sqrt{6}$이므로 $\cdots$ (ii)

$\cos A=\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}=\frac{4\sqrt{5}}{4\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{30}}{6}$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{DB}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\cos A$의 값 구하기	40 %

2 다음 그림과 같이 두 꼭짓점 A, D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 각각 H, H′이라 하자.



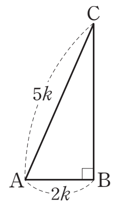
$\overline{BH}=\frac{1}{2}\times(21-9)=6$ $\cdots$ (i)

$\triangle$ABH에서 $\overline{AH}=\sqrt{8^2-6^2}=2\sqrt{7}$이므로 $\cdots$ (ii)

$\tan x=\frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}=\frac{2\sqrt{7}}{6}=\frac{\sqrt{7}}{3}$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\tan x$의 값 구하기	40 %

3 주어진 조건을 만족시키는 직각삼각형 ABC는 오른쪽 그림과 같으므로 $\overline{AB}=2k$, $\overline{AC}=5k$라 하자. (단, $k>0$)



△ABC에서

$\overline{BC}=\sqrt{(5k)^2-(2k)^2}=\sqrt{21}k$이므로 … (i)

$\sin A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{\sqrt{21}k}{5k}=\dfrac{\sqrt{21}}{5}$

$\tan A=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{\sqrt{21}k}{2k}=\dfrac{\sqrt{21}}{2}$ … (ii)

$\therefore \sin A\times\tan A=\dfrac{\sqrt{21}}{5}\times\dfrac{\sqrt{21}}{2}=\dfrac{21}{10}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) △ABC의 세 변의 길이를 문자를 이용하여 나타내기	30 %
(ii) $\sin A$, $\tan A$의 값 구하기	50 %
(iii) $\sin A\times\tan A$의 값 구하기	20 %

4 △DBE∽△CBA (AA 닮음)이므로

$\angle BDE=\angle BCA=x$ … (i)

△DBE에서 $\overline{BE}=\sqrt{5^2-3^2}=4$이므로 … (ii)

$\sin x=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{BD}}=\dfrac{4}{5}$, $\cos x=\dfrac{\overline{DE}}{\overline{BD}}=\dfrac{3}{5}$ … (iii)

$\therefore \sin x-\cos x=\dfrac{4}{5}-\dfrac{3}{5}=\dfrac{1}{5}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\angle BDE=\angle BCA=x$임을 알기	20 %
(ii) $\overline{BE}$의 길이 구하기	20 %
(iii) $\sin x$, $\cos x$의 값 구하기	40 %
(iv) $\sin x-\cos x$의 값 구하기	20 %

5 $\overline{BC}=\sqrt{4^2+3^2}=5$ … (i)

△ABC에서 $\overline{AB}=\sqrt{5^2+12^2}=13$이므로 … (ii)

$\cos x=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AB}}=\dfrac{5}{13}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\cos x$의 값 구하기	40 %

6 $(\sin 45^\circ-\cos 60^\circ)\times(\cos 45^\circ+\sin 30^\circ)$

$=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}-\dfrac{1}{2}\right)\times\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}\right)$ … (i)

$=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$

$=\dfrac{2}{4}-\dfrac{1}{4}$

$=\dfrac{1}{4}$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) 주어진 식에 포함된 삼각비의 값 구하기	60 %
(ii) 주어진 식 계산하기	40 %

7 $\angle A:\angle B:\angle C=1:2:3$이므로

$\angle B=180^\circ\times\dfrac{2}{1+2+3}=60^\circ$ … (i)

$\therefore \sin B\times\cos B\times\tan B=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{1}{2}\times\sqrt{3}$ … (ii)

$=\dfrac{3}{4}$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle B$의 크기 구하기	20 %
(ii) $\sin B$, $\cos B$, $\tan B$의 값 구하기	60 %
(iii) $\sin B\times\cos B\times\tan B$의 값 구하기	20 %

8 △ABH에서 $\tan 30^\circ=\dfrac{6}{\overline{BH}}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로

$\overline{BH}=6\sqrt{3}$(cm) … (i)

△AHC에서 $\angle CAH=45^\circ$이므로

$\overline{CH}=\overline{AH}=6$ cm … (ii)

$\therefore$ △ABC$=\dfrac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}=\dfrac{1}{2}\times(6\sqrt{3}+6)\times6$

$=18(\sqrt{3}+1)(\text{cm}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BH}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	40 %
(iii) △ABC의 넓이 구하기	20 %

9 (직선의 기울기)$=\tan 60^\circ=\sqrt{3}$이므로 $y=\sqrt{3}x+b$로 놓자.

이때 직선의 x절편이 $\sqrt{3}$이므로

$y=\sqrt{3}x+b$에 $x=\sqrt{3}$, $y=0$을 대입하면

$b=-3$ … (i)

따라서 구하는 직선의 방정식은

$y=\sqrt{3}x-3$ (또는 $\sqrt{3}x-y-3=0$) … (ii)

채점 기준	비율
(i) 직선의 y절편(b의 값) 구하기	60 %
(ii) 직선의 방정식 구하기	40 %

10 △ADC에서 $\tan 45^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{DC}}=\dfrac{\overline{AC}}{x}=1$이므로

$\overline{AC}=x$ … (i)

따라서 △ABC에서

$\tan 30^\circ=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\dfrac{x}{4+x}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$이므로 … (ii)

$3x=4\sqrt{3}+\sqrt{3}x$, $(3-\sqrt{3})x=4\sqrt{3}$

$\therefore x=\dfrac{4\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}=2(\sqrt{3}+1)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AC}=x$임을 설명하기	30 %
(ii) x의 값을 구하는 식 세우기	30 %
(iii) x의 값 구하기	40 %

11 (1) $\triangle ABD$는 $\overline{AD}=\overline{BD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle DAB=\angle DBA$

이때 $\angle ADC$는 $\triangle ABD$의 외각이므로

$\angle ADC=\angle DAB+\angle DBA$

$30°=\angle DAB+\angle DBA$

$\therefore\ \angle DAB=\angle DBA=15°$

따라서 크기가 $15°$인 각은 $\angle DAB$와 $\angle DBA$이다. ⋯ (i)

(2) $\triangle ADC$에서

$\sin 30°=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{AD}}$이므로

$\dfrac{1}{2}=\dfrac{2}{\overline{AD}}\qquad \therefore\ \overline{AD}=4$

$\tan 30°=\dfrac{\overline{AC}}{\overline{DC}}$이므로

$\dfrac{\sqrt{3}}{3}=\dfrac{2}{\overline{DC}}\qquad \therefore\ \overline{DC}=2\sqrt{3}$ ⋯ (ii)

따라서 직각삼각형 ABC에서

$\overline{BC}=\overline{BD}+\overline{DC}=\overline{AD}+\overline{DC}=4+2\sqrt{3}$ ⋯ (iii)

(3) 직각삼각형 ABC에서 $\angle ABC=15°$이므로

$$\tan 15°=\frac{\overline{AC}}{\overline{BC}}=\frac{2}{4+2\sqrt{3}}$$
$$=\frac{2(4-2\sqrt{3})}{(4+2\sqrt{3})(4-2\sqrt{3})}$$
$$=2-\sqrt{3}$$ ⋯ (iv)

채점 기준	비율
(i) 크기가 $15°$인 각 찾기	20 %
(ii) $\overline{AD}$, $\overline{DC}$의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %
(iv) $\tan 15°$의 값 구하기	40 %

12 $\overline{AB}=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{OA}}=\sin 28°=0.47$ ⋯ (i)

$\overline{OB}=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\cos 28°=0.88$ ⋯ (ii)

$\overline{CD}=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\tan 28°=0.53$ ⋯ (iii)

$\therefore$ (사다리꼴 ABDC의 넓이)

$=\dfrac{1}{2}\times(\overline{AB}+\overline{CD})\times\overline{BD}$

$=\dfrac{1}{2}\times(0.47+0.53)\times(1-0.88)$

$=\dfrac{1}{2}\times1\times0.12$

$=0.06$ ⋯ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$의 길이 구하기	25 %
(ii) $\overline{OB}$의 길이 구하기	25 %
(iii) $\overline{CD}$의 길이 구하기	25 %
(iv) 사다리꼴 ABDC의 넓이 구하기	25 %

3 단계 한 걸음 더 도전하기 P. 35

1 이유는 풀이 참조, $\sin A=\dfrac{4}{5}$, $\cos A=\dfrac{3}{5}$, $\tan A=\dfrac{4}{3}$

2 $\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}$ **3** $\dfrac{2\sqrt{5}}{13}$ **4** 0.41

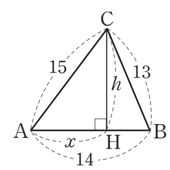
1 | 예시 답안 |

삼각비는 직각삼각형의 두 변의 길이의 비이다.

그런데 주어진 $\triangle ABC$는 직각삼각형이 아니다.

따라서 윤수가 구한 삼각비의 값은 옳지 않다. ⋯ (i)

오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고



$\overline{AH}=x$, $\overline{CH}=h$라 하자.

$\triangle CAH$에서

$h^2=15^2-x^2$ ⋯ ㉠

$\triangle CHB$에서

$h^2=13^2-(14-x)^2$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $15^2-x^2=13^2-(14-x)^2$

$28x=252\qquad \therefore\ x=9$ ⋯ (ii)

이를 ㉠에 대입하면 $h^2=15^2-9^2=144$

그런데 $h>0$이므로 $h=12$ ⋯ (iii)

따라서 $\triangle CAH$에서

$\sin A=\dfrac{12}{15}=\dfrac{4}{5}$, $\cos A=\dfrac{9}{15}=\dfrac{3}{5}$

$\tan A=\dfrac{12}{9}=\dfrac{4}{3}$ ⋯ (iv)

채점 기준	비율
(i) 윤수가 구한 삼각비의 값이 옳지 않은 이유 설명하기	30 %
(ii) $\overline{AH}$의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	20 %
(iv) $\angle A$의 삼각비의 값 구하기	30 %

2 $\angle GEF=\angle AEF$(접은 각), $\angle AEF=\angle GFE$(엇각)

$\therefore\ \angle GEF=\angle GFE$

따라서 $\triangle GEF$는 이등변삼각형이므로

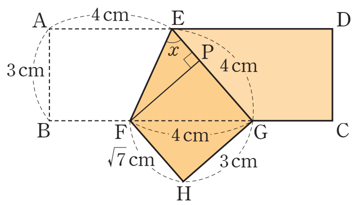
$\overline{GF}=\overline{GE}=\overline{AE}=4\,\text{cm}$

또 $\overline{GH}=\overline{AB}=3\,\text{cm}$ ⋯ (i)

따라서 $\triangle FHG$에서

$\overline{FH}=\sqrt{4^2-3^2}=\sqrt{7}(\text{cm})$ ⋯ (ii)

다음 그림과 같이 점 F에서 $\overline{EG}$에 내린 수선의 발을 P라 하자. … (iii)



이때 $\overline{FP}=\overline{HG}=3$ cm,

$\overline{EP}=\overline{EG}-\overline{PG}=\overline{EG}-\overline{FH}=4-\sqrt{7}$(cm)이므로 … (iv)

$\triangle$EFP에서

$\tan x=\dfrac{\overline{FP}}{\overline{EP}}=\dfrac{3}{4-\sqrt{7}}=\dfrac{4+\sqrt{7}}{3}$ … (v)

채점 기준	비율
(i) $\overline{GF}$, $\overline{GH}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{FH}$의 길이 구하기	20 %
(iii) 직각삼각형을 만들기 위한 보조선 긋기	10 %
(iv) $\overline{FP}$, $\overline{EP}$의 길이 구하기	20 %
(v) $\tan x$의 값 구하기	30 %

3 $\triangle$ADC에서

$\sin x=\dfrac{\overline{DC}}{\overline{AD}}=\dfrac{6}{\overline{AD}}=\dfrac{2}{3}$

$\therefore$ $\overline{AD}=9$(cm) … (i)

$\triangle$ADC$\backsim\triangle$BDE (AA 닮음)이므로

$\overline{DC}:\overline{DE}=\overline{AD}:\overline{BD}$, $6:\overline{DE}=9:6$

$\therefore$ $\overline{DE}=4$(cm) … (ii)

$\triangle$BED에서

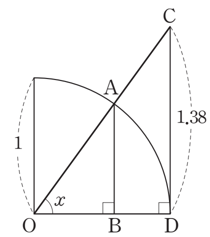
$\overline{BE}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$(cm) … (iii)

따라서 $\triangle$ABE에서

$\tan y=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{AE}}=\dfrac{\overline{BE}}{\overline{AD}+\overline{DE}}=\dfrac{2\sqrt{5}}{9+4}=\dfrac{2\sqrt{5}}{13}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AD}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{DE}$의 길이 구하기	20 %
(iii) $\overline{BE}$의 길이 구하기	20 %
(iv) $\tan y$의 값 구하기	40 %

4 오른쪽 그림과 같이 $\angle$COD$=x$라 하자.



$\triangle$COD에서

$\tan x=\dfrac{\overline{CD}}{\overline{OD}}=\dfrac{\overline{CD}}{1}=\overline{CD}=1.38$이고 삼각비의 표에서

$\tan 54°=1.38$이므로

$x=\angle$COD$=54°$ … (i)

따라서 $\triangle$AOB에서

$\overline{OB}=\dfrac{\overline{OB}}{\overline{OA}}=\cos 54°=0.59$ … (ii)

$\therefore$ $\overline{BD}=\overline{OD}-\overline{OB}=1-0.59=0.41$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle$COD의 크기 구하기	40 %
(ii) $\overline{OB}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{BD}$의 길이 구하기	20 %

V 삼각비의 활용

1 단계 보고 따라 하기 　　　　P. 38~39

1 $x=6,\ y=10$　　**2** $2\sqrt{7}$
3 $12\sqrt{2}$　　**4** $(4\sqrt{3}+24)\,\text{cm}^2$

1 **1단계** $\tan 37^\circ=\dfrac{\overline{AB}}{\overline{BC}}=\dfrac{x}{8}$이므로

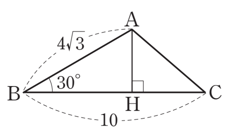
$x=8\tan 37^\circ=8\times0.75=6$　　… (i)

2단계 $\cos 37^\circ=\dfrac{\overline{BC}}{\overline{AC}}=\dfrac{8}{y}$이므로

$y=\dfrac{8}{\cos 37^\circ}=\dfrac{8}{0.80}=10$　　… (ii)

채점 기준	비율
(i) x의 값 구하기	50 %
(ii) y의 값 구하기	50 %

2 **1단계** 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{AH}=4\sqrt{3}\sin 30^\circ$

$=4\sqrt{3}\times\dfrac{1}{2}=2\sqrt{3}$　　… (i)

2단계 $\overline{BH}=4\sqrt{3}\cos 30^\circ=4\sqrt{3}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=6$이므로

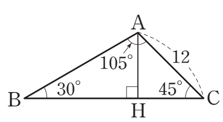
$\overline{CH}=10-6=4$　　… (ii)

3단계 따라서 $\triangle$AHC에서

$\overline{AC}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+4^2}=2\sqrt{7}$　　… (iii)

채점 기준	비율
(i) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %

3 **1단계** 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle$AHC에서

$\overline{AH}=12\sin 45^\circ=12\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=6\sqrt{2}$　　… (i)

2단계 $\angle B=180^\circ-(105^\circ+45^\circ)=30^\circ$이므로

$\triangle$ABH에서

$\overline{AB}=\dfrac{6\sqrt{2}}{\sin 30^\circ}=6\sqrt{2}\times2=12\sqrt{2}$　　… (ii)

채점 기준	비율
(i) 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 길이 구하기	50 %
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	50 %

4 $\overline{BD}$를 그으면

$\triangle ABD=\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180^\circ-120^\circ)$

$=\dfrac{1}{2}\times4\times4\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=4\sqrt{3}(\text{cm}^2)$　　… (i)

$\triangle DBC=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{6}\times\sin 45^\circ$

$=\dfrac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times4\sqrt{6}\times\dfrac{\sqrt{2}}{2}=24(\text{cm}^2)$　　… (ii)

$\therefore\ \square ABCD=\triangle ABD+\triangle DBC$

$=4\sqrt{3}+24(\text{cm}^2)$　　… (iii)

채점 기준	비율
(i) $\triangle$ABD의 넓이 구하기	40 %
(ii) $\triangle$DBC의 넓이 구하기	40 %
(iii) $\square$ABCD의 넓이 구하기	20 %

2 단계 스스로 해결하기 　　　　P. 40~42

1 5.6 m　　**2** 22.672 m　　**3** $20\sqrt{61}$ m
4 32 km　　**5** 3.8 cm　　**6** $40(\sqrt{3}-1)$ m
7 $12\sqrt{3}$　　**8** $10\sqrt{5}$　　**9** $\left(\dfrac{20}{3}\pi-4\right)\text{cm}^2$
10 $52\sqrt{3}\,\text{m}^2$　　**11** $\dfrac{24\sqrt{3}}{5}$　　**12** 60°

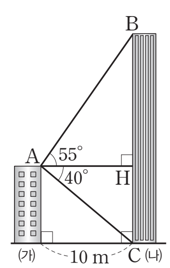
1 $\overline{CB}=5\tan 38^\circ=5\times0.78=3.9(\text{m})$　　… (i)

따라서 나무의 높이는

$\overline{CD}=\overline{CB}+\overline{BD}=3.9+1.7=5.6(\text{m})$　　… (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CB}$의 길이 구하기	60 %
(ii) 나무의 높이 구하기	40 %

2 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자.



$\triangle$BAH에서

$\overline{BH}=10\tan 55^\circ=10\times1.4281$

$=14.281(\text{m})$　　… (i)

$\triangle$ACH에서

$\overline{HC}=10\tan 40^\circ=10\times0.8391$

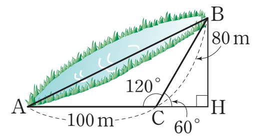
$=8.391(\text{m})$　　… (ii)

따라서 (나)건물의 높이는

$\overline{BC}=\overline{BH}+\overline{HC}=14.281+8.391=22.672(\text{m})$　　… (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{BH}$의 길이 구하기	40 %
(ii) $\overline{HC}$의 길이 구하기	40 %
(iii) (나) 건물의 높이 구하기	20 %

3 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{AC}$의 연장선에 내린 수선의 발을 H라 하면 … (i)



△BCH에서

$\overline{BH}=80\sin 60^\circ=80\times\frac{\sqrt{3}}{2}$

$=40\sqrt{3}$(m) … (ii)

$\overline{CH}=80\cos 60^\circ=80\times\frac{1}{2}=40$(m) … (iii)

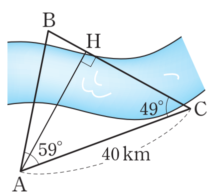
△BAH에서

$\overline{AB}=\sqrt{(100+40)^2+(40\sqrt{3})^2}=20\sqrt{61}$(m)

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 $20\sqrt{61}$ m이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) 직각삼각형을 만들기 위한 보조선 긋기	10 %
(ii) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{CH}$의 길이 구하기	30 %
(iv) 두 지점 A, B 사이의 거리 구하기	30 %

4 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 … (i)



△ACH에서

$\overline{AH}=40\sin 49^\circ=40\times0.75$

$=30$(km) … (ii)

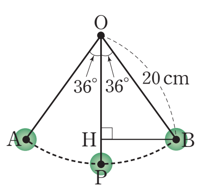
$\angle B=180^\circ-(59^\circ+49^\circ)=72^\circ$이므로 △BAH에서

$\overline{AB}=\frac{30}{\sin 72^\circ}=\frac{30}{0.95}=31.578\cdots$(km)

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리를 소수점 아래 첫째 자리에서 반올림하여 구하면 32 km이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 직각삼각형을 만들기 위한 보조선 긋기	10 %
(ii) $\overline{AH}$의 길이 구하기	40 %
(iii) 두 지점 A, B 사이의 거리 구하기	50 %

5 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 B에서 $\overline{OP}$에 내린 수선의 발을 H라 하면 … (i)



△OHB에서

$\overline{OH}=20\cos 36^\circ=20\times0.81$

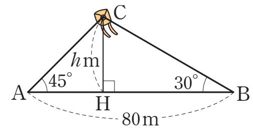
$=16.2$(cm) … (ii)

$\therefore\ \overline{HP}=\overline{OP}-\overline{OH}=20-16.2=3.8$(cm)

따라서 B지점에 있는 구슬은 P지점에 있는 구슬보다 3.8 cm 더 높이 떠 있다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 직각삼각형을 만들기 위한 보조선 긋기	10 %
(ii) $\overline{OH}$의 길이 구하기	50 %
(iii) B지점에 있는 구슬이 P지점에 있는 구슬보다 얼마나 더 높이 떠 있는지 구하기	40 %

6 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 H라 하고 $\overline{CH}=h$ m라 하자. … (i)



△CAH에서 $\angle ACH=45^\circ$이므로

$\overline{AH}=h\tan 45^\circ=h$(m) … (ii)

△CHB에서 $\angle BCH=60^\circ$이므로

$\overline{HB}=h\tan 60^\circ=\sqrt{3}h$(m) … (iii)

$\overline{AB}=\overline{AH}+\overline{HB}=h+\sqrt{3}h$, 즉 $(1+\sqrt{3})h=80$이므로

$h=\frac{80}{1+\sqrt{3}}=40(\sqrt{3}-1)$(m)

따라서 지면으로부터 연의 높이는 $40(\sqrt{3}-1)$ m이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) 직각삼각형을 만들기 위한 보조선 긋기	10 %
(ii) $\overline{AH}$의 길이를 문자를 이용하여 나타내기	20 %
(iii) $\overline{HB}$의 길이를 문자를 이용하여 나타내기	20 %
(iv) 지면으로부터 연의 높이 구하기	50 %

7 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면

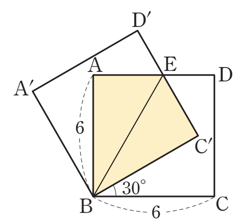
△ABE≡△C′BE(RHS 합동)

이므로

$\angle ABE=\angle C'BE$

$=\frac{1}{2}\times(90^\circ-30^\circ)$

$=30^\circ$ … (i)



△ABE에서

$\overline{AE}=6\tan 30^\circ=2\sqrt{3}$이므로 … (ii)

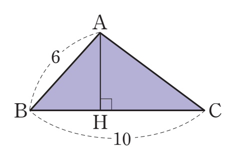
$\triangle ABE=\frac{1}{2}\times6\times2\sqrt{3}=6\sqrt{3}$ … (iii)

따라서 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이는

$\square ABC'E=2\triangle ABE=2\times6\sqrt{3}=12\sqrt{3}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) ∠ABE의 크기 구하기	20 %
(ii) $\overline{AE}$의 길이 구하기	30 %
(iii) △ABE의 넓이 구하기	20 %
(iv) 두 정사각형이 겹쳐지는 부분의 넓이 구하기	30 %

8 오른쪽 그림과 같이 꼭짓점 A에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하자. … (i)



△ABH에서

$\overline{BH}=6\cos B=6\times\frac{2}{3}=4$ … (ii)

$\therefore\ \overline{AH}=\sqrt{6^2-4^2}=2\sqrt{5}$ … (iii)

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times\overline{BC}\times\overline{AH}$

$=\frac{1}{2}\times10\times2\sqrt{5}$

$=10\sqrt{5}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) 직각삼각형을 만들기 위한 보조선 긋기	10 %
(ii) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
(iv) $\triangle ABC$의 넓이 구하기	30 %

9 $\overline{OC}$를 그으면

$\triangle AOC$는 $\overline{OA}=\overline{OC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AOC=180°-(15°+15°)=150°$ … (i)

$\triangle AOC=\frac{1}{2}\times4\times4\times\sin(180°-150°)$

$=\frac{1}{2}\times4\times4\times\frac{1}{2}=4(\text{cm}^2)$ … (ii)

(부채꼴 AOC의 넓이)$=\pi\times4^2\times\frac{150}{360}$

$=\frac{20}{3}\pi(\text{cm}^2)$ … (iii)

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)=(부채꼴 AOC의 넓이)$-\triangle AOC$

$=\frac{20}{3}\pi-4(\text{cm}^2)$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\angle AOC$의 크기 구하기	10 %
(ii) $\triangle AOC$의 넓이 구하기	40 %
(iii) 부채꼴 AOC의 넓이 구하기	30 %
(iv) 색칠한 부분의 넓이 구하기	20 %

10 $\triangle ABC$에서

$\overline{AB}=16\cos60°=16\times\frac{1}{2}=8(\text{m})$

$\overline{AC}=16\sin60°=16\times\frac{\sqrt{3}}{2}=8\sqrt{3}(\text{m})$ … (i)

$\therefore\ \triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times8\sqrt{3}=32\sqrt{3}(\text{m}^2)$, … (ii)

$\triangle ACD=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}\times10\times\sin30°$

$=\frac{1}{2}\times8\sqrt{3}\times10\times\frac{1}{2}=20\sqrt{3}(\text{m}^2)$ … (iii)

따라서 꽃밭의 넓이는

$\square ABCD=\triangle ABC+\triangle ACD$

$=32\sqrt{3}+20\sqrt{3}$

$=52\sqrt{3}(\text{m}^2)$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\triangle ABC$의 넓이 구하기	30 %
(iii) $\triangle ACD$의 넓이 구하기	30 %
(iv) 꽃밭의 넓이 구하기	20 %

11 $\triangle ABC=\frac{1}{2}\times8\times12\times\sin60°$

$=\frac{1}{2}\times8\times12\times\frac{\sqrt{3}}{2}=24\sqrt{3}$ … (i)

$\triangle ABD=\frac{1}{2}\times8\times\overline{AD}\times\sin30°$

$=\frac{1}{2}\times8\times\overline{AD}\times\frac{1}{2}=2\overline{AD}$ … (ii)

$\triangle ADC=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times12\times\sin30°$

$=\frac{1}{2}\times\overline{AD}\times12\times\frac{1}{2}=3\overline{AD}$ … (iii)

이때 $\triangle ABD+\triangle ADC=\triangle ABC$이므로

$2\overline{AD}+3\overline{AD}=24\sqrt{3}$

$5\overline{AD}=24\sqrt{3}$ $\quad\therefore\ \overline{AD}=\frac{24\sqrt{3}}{5}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\triangle ABC$의 넓이 구하기	25 %
(ii) $\triangle ABD$의 넓이를 $\overline{AD}$를 이용하여 나타내기	25 %
(iii) $\triangle ADC$의 넓이를 $\overline{AD}$를 이용하여 나타내기	25 %
(iv) $\triangle ABD+\triangle ADC=\triangle ABC$임을 이용하여 $\overline{AD}$의 길이 구하기	25 %

12 $\square ABCD$는 평행사변형이므로

$\overline{AB}=\overline{CD}=6\text{ cm}$, $\overline{BC}=\overline{AD}=8\text{ cm}$ … (i)

이때 $\square ABCD$의 넓이가 $24\sqrt{3}\text{ cm}^2$이므로

$\square ABCD=\overline{AB}\times\overline{BC}\times\sin x$에서

$24\sqrt{3}=6\times8\times\sin x$ … (ii)

$\therefore\ \sin x=\frac{\sqrt{3}}{2}$

이때 $0°<\angle x<90°$이므로 $\angle x=60°$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이 구하기	20 %
(ii) 평행사변형의 넓이를 이용하여 식 세우기	30 %
(iii) $\angle x$의 크기 구하기	50 %

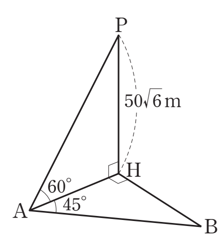
3 단계 한 걸음 더 도전하기 P. 43

1 100 m **2** 초속 4.96 m

3 $\frac{4}{5}$ **4** $144\sqrt{2}\text{ cm}^2$

1 $\triangle PAH$에서 $\angle APH=30°$이므로

$\overline{AH}=50\sqrt{6}\tan30°=50\sqrt{2}(\text{m})$ … (i)



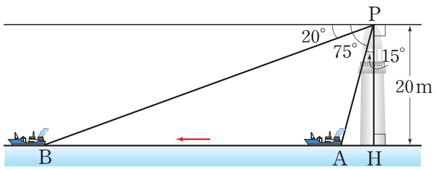
$\triangle ABH$에서

$\overline{AB}=\frac{50\sqrt{2}}{\cos45°}=100(\text{m})$

따라서 두 지점 A, B 사이의 거리는 100 m이다. … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AH}$의 길이 구하기	40 %
(ii) 두 지점 A, B 사이의 거리 구하기	60 %

2



위의 그림에서 $\angle APH=90°-75°=15°$이므로

$\triangle PAH$에서

$\overline{AH}=20\tan 15°=20\times 0.268=5.36(m)$ … (i)

$\angle BPH=90°-20°=70°$이므로

$\triangle PBH$에서

$\overline{BH}=20\tan 70°=20\times 2.748=54.96(m)$ … (ii)

따라서 배가 10초 동안 이동한 거리는

$\overline{AB}=\overline{BH}-\overline{AH}=54.96-5.36=49.6(m)$이므로 … (iii)

배의 속력은 초속 $\frac{49.6}{10}$ m, 즉 초속 4.96 m이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AH}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{BH}$의 길이 구하기	30 %
(iii) 10초 동안 배가 이동한 거리 구하기	20 %
(iv) 배의 속력 구하기	20 %

3 $\triangle ABE$에서 $\overline{AE}=\sqrt{6^2+2^2}=2\sqrt{10}(cm)$

$\triangle ABE\equiv\triangle ADF$ (SAS 합동)이므로

$\overline{AF}=\overline{AE}=2\sqrt{10}$ cm … (i)

$\triangle AEF=\square ABCD-2\triangle ABE-\triangle FEC$

$=6\times 6-2\times\left(\frac{1}{2}\times 2\times 6\right)-\frac{1}{2}\times 4\times 4$

$=36-12-8=16(cm^2)$ … ㉠ … (ii)

또 $\triangle AEF=\frac{1}{2}\times\overline{AE}\times\overline{AF}\times\sin x$

$=\frac{1}{2}\times 2\sqrt{10}\times 2\sqrt{10}\times\sin x$

$=20\sin x$ … ㉡ … (iii)

㉠, ㉡에서 $16=20\sin x$이므로

$\sin x=\frac{16}{20}=\frac{4}{5}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AE}$, $\overline{AF}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\triangle AEF$의 넓이 구하기	30 %
(iii) 삼각비를 이용하여 $\triangle AEF$의 넓이를 구하는 식 세우기	30 %
(iv) $\sin x$의 값 구하기	20 %

4 마름모의 한 예각의 크기가 $360°\div 8=45°$이므로 … (i)

(문양 전체의 넓이)=(마름모의 넓이)$\times 8$

$=(6\times 6\times\sin 45°)\times 8$ … (ii)

$=144\sqrt{2}(cm^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 마름모의 한 예각의 크기 구하기	20 %
(ii) 문양 전체의 넓이를 구하는 식 세우기	40 %
(iii) 문양 전체의 넓이 구하기	40 %

Ⅵ 원과 직선

1 단계 보고 따라 하기 P. 46~47

1 $\frac{25}{6}$ **2** 34 **3** 5 **4** 150 cm^2

1 1단계 $\overline{AB}\perp\overline{OC}$이므로 $\overline{AD}=\overline{BD}=\frac{1}{2}\times8=4$ ⋯ (i)

2단계 $\overline{OA}=x$라 하면 $\overline{OD}=x-3$ ⋯ (ii)

3단계 직각삼각형 OAD에서 $x^2=(x-3)^2+4^2$ ⋯ (iii)

$6x=25$ $\quad\therefore x=\frac{25}{6}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{25}{6}$이다. ⋯ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{OA}$, $\overline{OD}$의 길이를 문자를 이용하여 나타내기	20 %
(iii) 반지름의 길이를 구하는 식 세우기	20 %
(iv) 반지름의 길이 구하기	30 %

2 1단계 원 O의 반지름의 길이가 5이므로

$\overline{OA}=\overline{OB}=5$ ⋯ (i)

2단계 $\angle PAO=90°$이므로 $\triangle PAO$에서

$\overline{PA}=\sqrt{13^2-5^2}=12$

이때 $\overline{PB}=\overline{PA}$이므로 $\overline{PB}=12$ ⋯ (ii)

3단계 ∴ (□AOBP의 둘레의 길이)

$=2\times(5+12)=34$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{OA}$, $\overline{OB}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{PA}$, $\overline{PB}$의 길이 구하기	50 %
(iii) □AOBP의 둘레의 길이 구하기	20 %

3 1단계 원 밖의 한 점에서 그 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로 $\overline{BE}=x$라 하면

$\overline{BD}=\overline{BE}=x$, $\overline{AF}=\overline{AD}=9-x$

$\overline{CF}=\overline{CE}=11-x$ ⋯ (i)

2단계 $\overline{AC}=\overline{AF}+\overline{CF}$이므로

$10=(9-x)+(11-x)$ ⋯ (ii)

3단계 $10=20-2x$, $2x=10$ $\quad\therefore x=5$

따라서 $\overline{BE}$의 길이는 5이다. ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AF}$, $\overline{CF}$의 길이를 문자를 이용하여 나타내기	40 %
(ii) $\overline{BE}$의 길이를 구하는 식 세우기	30 %
(iii) $\overline{BE}$의 길이 구하기	30 %

4 $\overline{AB}=2\times6=12(\text{cm})$ ⋯ (i)

□ABCD에서

$\overline{AB}+\overline{CD}=\overline{AD}+\overline{BC}$이므로

$12+13=\overline{AD}+15$

$\therefore \overline{AD}=10(\text{cm})$ ⋯ (ii)

$\therefore$ □ABCD$=\frac{1}{2}\times(10+15)\times12$

$=150(\text{cm}^2)$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AD}$의 길이 구하기	40 %
(iii) □ABCD의 넓이 구하기	30 %

2 단계 스스로 해결하기 P. 48~50

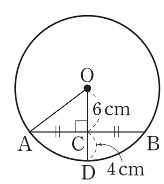
1 16 cm **2** 10 cm **3** $\frac{13}{2}$ **4** $8\sqrt{3}$ cm

5 10 cm **6** $18\sqrt{3}$ cm **7** $\frac{5}{2}$ **8** 8 cm

9 9π cm^2 **10** (1) 13 cm (2) 6 cm (3) 39 cm^2

11 $\frac{10}{3}$ **12** 20

1 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OA}$를 그으면



$\overline{OA}=\overline{OD}=6+4=10(\text{cm})$ ⋯ (i)

직각삼각형 OAC에서

$\overline{AC}=\sqrt{10^2-6^2}$

$=8(\text{cm})$ ⋯ (ii)

$\overline{AB}\perp\overline{OD}$이므로 $\overline{AC}=\overline{BC}$

$\therefore \overline{AB}=2\overline{AC}=2\times8=16(\text{cm})$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{OA}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AC}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %

2 $\overline{CN}=\overline{DN}=\frac{1}{2}\overline{CD}=\frac{1}{2}\times4\sqrt{6}=2\sqrt{6}(\text{cm})$ ⋯ (i)

직각삼각형 OCN에서

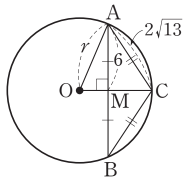
$\overline{ON}=\sqrt{7^2-(2\sqrt{6})^2}=5(\text{cm})$ ⋯ (ii)

따라서 $\overline{OM}=\overline{ON}=5\text{ cm}$이므로 ⋯ (iii)

$\overline{OM}+\overline{ON}=5+5=10(\text{cm})$ ⋯ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CN}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{ON}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{OM}$의 길이 구하기	30 %
(iv) $\overline{OM}+\overline{ON}$의 값 구하기	10 %

3 오른쪽 그림과 같이 이등변삼각형 ABC의 꼭짓점 C에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면



$\overline{AM}=\overline{BM}=\frac{1}{2}\overline{AB}$

$=\frac{1}{2}\times12=6$ … (i)

즉, $\overline{CM}$은 현 AB의 수직이등분선이므로 $\overline{CM}$의 연장선은 원의 중심 O를 지난다. … (ii)

직각삼각형 AMC에서

$\overline{CM}=\sqrt{(2\sqrt{13})^2-6^2}=4$ … (iii)

$\overline{OA}$를 그어 $\overline{OA}=r$라 하면

$\overline{OM}=\overline{OC}-\overline{CM}=r-4$

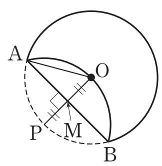
직각삼각형 AOM에서

$(r-4)^2+6^2=r^2$, $8r=52$ $\quad\therefore r=\frac{13}{2}$

따라서 원 O의 반지름의 길이는 $\frac{13}{2}$이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AM}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{CM}$의 연장선이 원의 중심 O를 지남을 알기	20 %
(iii) $\overline{CM}$의 길이 구하기	20 %
(iv) 원 O의 반지름의 길이 구하기	40 %

4 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O에서 $\overline{AB}$에 내린 수선의 발을 M, $\overline{OM}$의 연장선과 원 O의 교점을 P라 하면



$\overline{OM}=\frac{1}{2}\overline{OP}$

$=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$ … (i)

$\overline{OA}$를 그으면 직각삼각형 OAM에서

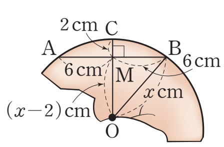
$\overline{AM}=\sqrt{8^2-4^2}=4\sqrt{3}(\text{cm})$ … (ii)

이때 $\overline{AB}\perp\overline{OP}$이므로

$\overline{AB}=2\overline{AM}=2\times4\sqrt{3}=8\sqrt{3}(\text{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{OM}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AM}$의 길이 구하기	35 %
(iii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	35 %

5 현의 수직이등분선은 그 원의 중심을 지나므로 원의 중심을 O라 하면 $\overline{CM}$의 연장선은 오른쪽 그림과 같이 원의 중심 O를 지난다.



… (i)

원 O의 반지름의 길이를 x cm라 하면

$\overline{OM}=(x-2)$ cm

직각삼각형 OBM에서 $x^2=(x-2)^2+6^2$ … (ii)

$4x=40$ $\quad\therefore x=10(\text{cm})$

따라서 원래 접시의 반지름의 길이는 10 cm이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CM}$의 연장선이 원의 중심을 지남을 알기	35 %
(ii) 원래 접시의 반지름의 길이를 구하는 식 세우기	35 %
(iii) 원래 접시의 반지름의 길이 구하기	30 %

6 $\overline{OD}=\overline{OE}=\overline{OF}$이므로 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$이다.

즉, △ABC는 정삼각형이다. … (i)

$\overline{OB}$를 그으면 △OBD와 △OBE에서

$\angle ODB=\angle OEB=90^\circ$, $\overline{OB}$는 공통, $\overline{OD}=\overline{OE}$이므로

△OBD≡△OBE(RHS 합동) … (ii)

따라서 $\angle OBE=\frac{1}{2}\angle ABC=\frac{1}{2}\times60^\circ=30^\circ$이므로

△OBE에서 $\overline{BE}=\overline{OB}\cos30^\circ=6\times\frac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}(\text{cm})$

이때 $\overline{BE}=\overline{CE}$에서

$\overline{BC}=2\overline{BE}=2\times3\sqrt{3}=6\sqrt{3}(\text{cm})$ … (iii)

∴ (△ABC의 둘레의 길이)$=3\overline{BC}=3\times6\sqrt{3}$

$=18\sqrt{3}(\text{cm})$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) △ABC가 정삼각형임을 알기	30 %
(ii) △OBD≡△OBE임을 알기	20 %
(iii) $\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
(iv) △ABC의 둘레의 길이 구하기	20 %

7 $\overline{CE}=\overline{CA}=x$ cm이므로 … (i)

$\overline{DB}=\overline{DE}=(4-x)$ cm … (ii)

이때 $\overline{PA}=\overline{PB}$이므로

$6+x=7+(4-x)$ … (iii)

$2x=5$ $\quad\therefore x=\frac{5}{2}$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CE}$의 길이를 x를 이용하여 나타내기	25 %
(ii) $\overline{DB}$의 길이를 x를 이용하여 나타내기	25 %
(iii) x의 값을 구하는 식 세우기	30 %
(iv) x의 값 구하기	20 %

8 $\overline{DO}$를 그으면 $\angle ADO=90^\circ$

$\overline{DO}=\overline{GO}=5$ cm … (i)

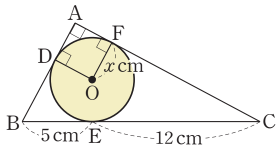
$\overline{AD}=20-\overline{BD}=20-\overline{BE}=20-8=12(\text{cm})$이므로 … (ii)

직각삼각형 ADO에서 $\overline{AO}=\sqrt{12^2+5^2}=13(\text{cm})$ … (iii)

$\therefore \overline{AG}=\overline{AO}-\overline{GO}=13-5=8(\text{cm})$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{DO}$의 길이 구하기	20 %
(ii) $\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{AO}$의 길이 구하기	30 %
(iv) $\overline{AG}$의 길이 구하기	20 %

9 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OF}$를 그으면



$\angle ADO=\angle AFO=90^\circ$

원 O의 반지름의 길이를 $x$cm라 하면

$\overline{OD}=\overline{OF}=x$cm이므로 □ADOF는 정사각형이다.

$\therefore\ \overline{AD}=\overline{AF}=x$cm $\cdots$ (i)

$\overline{BD}=\overline{BE}=5$cm, $\overline{CF}=\overline{CE}=12$cm이므로

직각삼각형 ABC에서

$(5+12)^2=(x+5)^2+(x+12)^2$ $\cdots$ (ii)

$2x^2+34x-120=0$

$x^2+17x-60=0$

$(x+20)(x-3)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=3$(cm) $\cdots$ (iii)

$\therefore$ (원 O의 넓이)$=\pi\times3^2=9\pi(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{AD}$, $\overline{AF}$의 길이를 문자를 이용하여 나타내기	30 %
(ii) 원 O의 반지름의 길이를 구하는 식 세우기	20 %
(iii) 원 O의 반지름의 길이 구하기	30 %
(iv) 원 O의 넓이 구하기	20 %

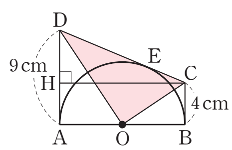
10 (1) $\overline{CE}=\overline{CB}=4$cm

$\overline{DE}=\overline{DA}=9$cm

$\therefore\ \overline{CD}=\overline{CE}+\overline{DE}$

$=4+9=13$(cm) $\cdots$ (i)

(2) 오른쪽 그림과 같이 점 C에서 $\overline{DA}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\overline{DH}=9-4=5$(cm)

직각삼각형 DHC에서

$\overline{CH}=\sqrt{13^2-5^2}=12$(cm)

$\therefore\ \overline{AB}=\overline{CH}=12$(cm) $\cdots$ (ii)

따라서 반원 O의 반지름의 길이는

$\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times12=6$(cm) $\cdots$ (iii)

(3) $\overline{OE}$를 그으면 $\overline{OE}\perp\overline{CD}$이므로

$\triangle DOC=\frac{1}{2}\times\overline{CD}\times\overline{OE}$

$=\frac{1}{2}\times13\times6=39(\text{cm}^2)$ $\cdots$ (iv)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CD}$의 길이 구하기	30 %
(ii) $\overline{AB}$의 길이 구하기	30 %
(iii) 반원 O의 반지름의 길이 구하기	10 %
(iv) $\triangle$DOC의 넓이 구하기	30 %

11 $\overline{AB}=8$cm이므로

원 O의 반지름의 길이는 $\frac{1}{2}\times8=4$(cm)이다.

$\overline{CS}=\overline{CR}=10-4=6$(cm)

$\overline{ES}=\overline{EP}=10-x-4=6-x$(cm)

$\therefore\ \overline{CE}=\overline{CS}+\overline{ES}=6+(6-x)=12-x$(cm) $\cdots$ (i)

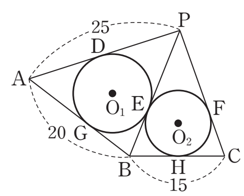
직각삼각형 CDE에서

$(12-x)^2=8^2+x^2$ $\cdots$ (ii)

$24x=80\qquad\therefore\ x=\frac{10}{3}$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{CE}$의 길이를 x를 이용하여 나타내기	40 %
(ii) x에 대한 식 세우기	30 %
(iii) x의 값 구하기	30 %

12



위의 그림에서 $\overline{AD}=\overline{AG}=x$라 하면

$\overline{PF}=\overline{PE}=\overline{PD}=25-x$ $\cdots$ (i)

$\overline{BH}=\overline{BE}=\overline{BG}=20-x$

$\overline{CF}=\overline{CH}=15-(20-x)=x-5$ $\cdots$ (ii)

$\therefore\ \overline{PC}=\overline{PF}+\overline{CF}=(25-x)+(x-5)=20$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{PF}$의 길이를 문자를 이용하여 나타내기	30 %
(ii) $\overline{CF}$의 길이를 문자를 이용하여 나타내기	50 %
(iii) $\overline{PC}$의 길이 구하기	20 %

3 단계 한 걸음 더 도전하기 P. 51

1 풀이 참조　**2** 8cm　**3** $12\sqrt{21}$cm
4 17

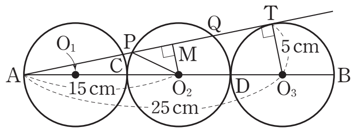
1 | 예시 답안 |

서로 다른 두 점 A, B를 지나는 무수히 많은 원들의 중심이 모이면 직선이 되는데, 이 직선은 $\overline{AB}$의 수직이등분선이다. $\cdots$ (i)

$\overline{AB}$는 무수히 많은 원들의 현이고, 현의 수직이등분선은 그 원들의 중심을 지나므로 무수히 많은 원들의 중심이 모이면 $\overline{AB}$의 수직이등분선이 된다. $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) 원들의 중심이 모이면 어떤 도형이 되는지 구하기	50 %
(ii) 이유 설명하기	50 %

2 다음 그림과 같이 원 O_2의 중심에서 $\overleftrightarrow{PQ}$에 내린 수선의 발을 M이라 하고 $\overline{TO_3}$을 긋자.



$\triangle AMO_2$와 $\triangle ATO_3$에서

$\angle A$는 공통, $\angle AMO_2 = \angle ATO_3 = 90°$이므로

$\triangle AMO_2 \backsim \triangle ATO_3$ (AA 닮음) … (ⅰ)

즉, $\overline{AO_2} : \overline{AO_3} = \overline{MO_2} : \overline{TO_3}$에서

$15 : 25 = \overline{MO_2} : 5$

$\therefore \overline{MO_2} = 3(\text{cm})$ … (ⅱ)

$\overline{PO_2}$를 그으면 직각삼각형 PO_2M에서

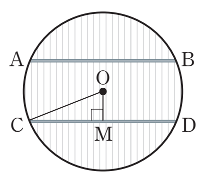
$\overline{PM} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4(\text{cm})$ … (ⅲ)

$\therefore \overline{PQ} = 2\overline{PM} = 2 \times 4$

$= 8(\text{cm})$ … (ⅳ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\triangle AMO_2 \backsim \triangle ATO_3$임을 알기	25 %
(ⅱ) $\overline{MO_2}$의 길이 구하기	25 %
(ⅲ) $\overline{PM}$의 길이 구하기	25 %
(ⅳ) $\overline{PQ}$의 길이 구하기	25 %

3 오른쪽 그림과 같이 원 모양의 석쇠의 중심을 O, 가로로 놓인 두 개의 철사를 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$라 하고, 점 O에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 M이라 하면 $\overline{AB} = \overline{CD}$이므로



$\overline{OM} = \frac{1}{2} \times 12 = 6(\text{cm})$ … (ⅰ)

이때 $\overline{CO} = \frac{1}{2} \times 30 = 15(\text{cm})$이므로

직각삼각형 OCM에서

$\overline{CM} = \sqrt{15^2 - 6^2} = 3\sqrt{21}(\text{cm})$ … (ⅱ)

$\therefore \overline{CD} = 2\overline{CM} = 2 \times 3\sqrt{21}$

$= 6\sqrt{21}(\text{cm})$ … (ⅲ)

따라서 두 철사의 길이의 합은

$2 \times 6\sqrt{21} = 12\sqrt{21}(\text{cm})$ … (ⅳ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\overline{OM}$의 길이 구하기	30 %
(ⅱ) $\overline{CM}$의 길이 구하기	30 %
(ⅲ) $\overline{CD}$의 길이 구하기	20 %
(ⅳ) 두 철사의 길이의 합 구하기	20 %

4 원 O_1에 외접하는 사각형에서

$a+b=8+8=16$ … ㉠ … (ⅰ)

원 O_2에 외접하는 사각형에서

$b+c=5+7=12$ … ㉡ … (ⅱ)

원 O_3에 외접하는 사각형에서

$c+d=6+7=13$ … ㉢ … (ⅲ)

㉠, ㉢을 변끼리 더하면

$a+b+c+d=29$

이 식에 ㉡을 대입하면 $a+12+d=29$

$\therefore a+d=17$ … (ⅳ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $a+b$의 값 구하기	20 %
(ⅱ) $b+c$의 값 구하기	20 %
(ⅲ) $c+d$의 값 구하기	20 %
(ⅳ) $a+d$의 값 구하기	40 %

VII 원주각

1 단계 보고 따라 하기 P. 54~55

1 70°　　**2** 58°
3 $\angle x=55^\circ$, $\angle y=50^\circ$　　**4** $x=2\sqrt{6}$, $y=4$

1 1단계 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\angle PAO=\angle PBO=90^\circ$ ⋯ (i)

2단계 $\angle AOB=2\angle ACB=2\times 55^\circ=110^\circ$ ⋯ (ii)

3단계 따라서 □AOBP에서
$\angle APB=360^\circ-(110^\circ+90^\circ+90^\circ)=70^\circ$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle PAO$, $\angle PBO$의 크기 구하기	35 %
(ii) $\angle AOB$의 크기 구하기	35 %
(iii) $\angle APB$의 크기 구하기	30 %

2 1단계 $\overline{AE}$를 그으면 $\angle AEB=90^\circ$ ⋯ (i)

2단계 $\overset{\frown}{AD}$에 대한 원주각이므로
$\angle AED=\angle ACD=32^\circ$ ⋯ (ii)

3단계 ∴ $\angle DEB=90^\circ-32^\circ=58^\circ$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle AEB$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle AED$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle DEB$의 크기 구하기	20 %

3 1단계 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해
$\angle x=\angle BAQ=55^\circ$ ⋯ (i)

2단계 □ABCD가 원에 내접하므로
$\angle CDA=180^\circ-\angle CBA$
$=180^\circ-100^\circ=80^\circ$ ⋯ (ii)

3단계 △DPA에서 $30^\circ+\angle y=80^\circ$
∴ $\angle y=50^\circ$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle x$의 크기 구하기	40 %
(ii) $\angle CDA$의 크기 구하기	30 %
(iii) $\angle y$의 크기 구하기	30 %

4 원 O에서 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로
$x^2=3\times(3+5)=24$ ⋯ (i)
그런데 $x>0$이므로 $x=2\sqrt{6}$ ⋯ (ii)
원 O′에서 $\overline{PT}^2=\overline{PC}\cdot\overline{PD}$이므로
$(2\sqrt{6})^2=y\times(y+2)$ ⋯ (iii)
$y^2+2y-24=0$, $(y+6)(y-4)=0$
그런데 $y>0$이므로 $y=4$ ⋯ (iv)

채점 기준	비율
(i) x에 대한 식 세우기	30 %
(ii) x의 값 구하기	20 %
(iii) y에 대한 식 세우기	30 %
(iv) y의 값 구하기	20 %

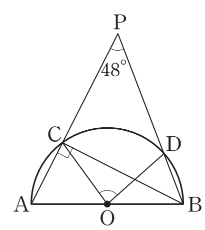
2 단계 스스로 해결하기 P. 56~58

1 8 cm　**2** 84°　**3** 148°　**4** 115°　**5** 130°
6 51°　**7** 86°　**8** 44°　**9** $5\sqrt{3}$
10 $\frac{32}{5}$ cm　**11** $x=6$, $y=\frac{9}{2}$　**12** 2 cm

1 △APD에서
$\angle PAD=\angle APB-\angle ADP$
$=85^\circ-40^\circ=45^\circ$ ⋯ (i)
호의 길이는 그 호에 대한 원주각의 크기에 정비례하므로
$\overset{\frown}{AB}=x$ cm라 하면
$45^\circ : 40^\circ=9 : x$ ⋯ (ii)
∴ $x=8$(cm)
따라서 $\overset{\frown}{AB}$의 길이는 8 cm이다. ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle PAD$의 크기 구하기	40 %
(ii) 호의 길이와 원주각의 크기에 대한 비례식 세우기	40 %
(iii) $\overset{\frown}{AB}$의 길이 구하기	20 %

2 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$를 그으면
$\overline{AB}$는 반원 O의 지름이므로
$\angle ACB=90^\circ$ ⋯ (i)
직각삼각형 PCB에서
$\angle CBP=180^\circ-(90^\circ+48^\circ)$
$=42^\circ$ ⋯ (ii)
∴ $\angle COD=2\angle CBD$
$=2\times 42^\circ=84^\circ$ ⋯ (iii)

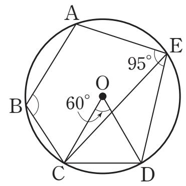


채점 기준	비율
(i) $\angle ACB$의 크기 구하기	35 %
(ii) $\angle CBP$의 크기 구하기	30 %
(iii) $\angle COD$의 크기 구하기	35 %

3 원 O에 내접하는 □ABQP에서
$\angle BQP=180^\circ-\angle BAP=180^\circ-106^\circ=74^\circ$이므로
$\angle PQC=180^\circ-74^\circ=106^\circ$ ⋯ (i)
원 O′에 내접하는 □PQCD에서
$\angle PDC=180^\circ-\angle PQC=180^\circ-106^\circ=74^\circ$ ⋯ (ii)
∴ $\angle PO'C=2\angle PDC=2\times 74^\circ=148^\circ$ ⋯ (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠PQC의 크기 구하기	35 %
(ii) ∠PDC의 크기 구하기	30 %
(iii) ∠PO′C의 크기 구하기	35 %

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{CE}$를 그으면



$\angle CED = \frac{1}{2}\angle COD$

$= \frac{1}{2} \times 60° = 30°$ … (i)

$\angle AEC = 95° - \angle CED$

$= 95° - 30° = 65°$ … (ii)

□ABCE가 원 O에 내접하므로

$\angle ABC = 180° - \angle AEC$

$= 180° - 65° = 115°$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠CED의 크기 구하기	40 %
(ii) ∠AEC의 크기 구하기	20 %
(iii) ∠ABC의 크기 구하기	40 %

5 $\overline{AB}$는 원 O의 지름이므로

$\angle ACB = 90°$

$\therefore \angle PCB = 90° - 60° = 30°$ … (i)

△PCB에서

$\angle PBC = \angle CPE - \angle PCB$

$= 80° - 30° = 50°$ … (ii)

□ACBE가 원 O에 내접하므로

$\angle EAC = 180° - \angle EBC$

$= 180° - 50° = 130°$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠PCB의 크기 구하기	35 %
(ii) ∠PBC의 크기 구하기	30 %
(iii) ∠EAC의 크기 구하기	35 %

6 □ABCD는 원에 내접하므로

$\angle ECB = 180° - \angle BCD = \angle BAD = \angle x$ … (i)

△BFA에서

$\angle EBC = \angle x + 42°$ … (ii)

△ECB에서

$36° + \angle x + (\angle x + 42°) = 180°$

$2\angle x = 102°$

$\therefore \angle x = 51°$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠ECB=∠x임을 알기	30 %
(ii) ∠EBC=∠x+42°임을 알기	30 %
(iii) ∠x의 크기 구하기	40 %

7 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle BTQ = \angle BAT = 44°$ … (i)

$\angle CTQ = \angle CDT = 50°$ … (ii)

$\therefore \angle ATB = 180° - (\angle BTQ + \angle CTQ)$

$= 180° - (44° + 50°) = 86°$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠BTQ의 크기 구하기	40 %
(ii) ∠CTQ의 크기 구하기	40 %
(iii) ∠ATB의 크기 구하기	20 %

8 △DEF에서

$\angle FDE = 180° - (46° + 66°) = 68°$ … (i)

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle FEC = \angle FDE = 68°$ … (ii)

$\overline{CE} = \overline{CF}$이므로 $\angle EFC = \angle FEC = 68°$ … (iii)

따라서 △CFE에서

$\angle x = 180° - 2 \times 68° = 44°$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) ∠FDE의 크기 구하기	25 %
(ii) ∠FEC의 크기 구하기	25 %
(iii) ∠EFC의 크기 구하기	25 %
(iv) ∠x의 크기 구하기	25 %

9 $\overline{PA} \cdot \overline{PC} = \overline{PB} \cdot \overline{PD}$이므로

$1 \times 4 = \overline{PB} \times 2 \qquad \therefore \overline{PB} = 2$ … (i)

$\therefore$ □$ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD} \times \sin 60°$

$= \frac{1}{2} \times 5 \times 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{PB}$의 길이 구하기	50 %
(ii) □ABCD의 넓이 구하기	50 %

10 $\overline{PT}$는 원 O의 접선이므로

$\angle BTP = 90°$ … (i)

직각삼각형 BPT에서

$\overline{PB} = \sqrt{8^2 + (3+3)^2} = 10(\text{cm})$ … (ii)

원 O에서 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \cdot \overline{PB}$이므로

$8^2 = \overline{PA} \times 10$

$\therefore \overline{PA} = \frac{32}{5}(\text{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) ∠BTP=90°임을 알기	20 %
(ii) $\overline{PB}$의 길이 구하기	40 %
(iii) $\overline{PA}$의 길이 구하기	40 %

11 $\overline{PT}^2=\overline{PA}\cdot\overline{PB}$이므로

$x^2=4\times(4+5)=36$

그런데 $x>0$이므로 $x=6$ ⋯ (ⅰ)

$\triangle PAT$와 $\triangle PTB$에서

$\angle P$는 공통이고

접선과 현이 이루는 각의 성질에 의해

$\angle PTA=\angle PBT$이므로

$\triangle PAT\backsim\triangle PTB$ (AA 닮음) ⋯ (ⅱ)

따라서 $\overline{PA}:\overline{PT}=\overline{AT}:\overline{TB}$에서

$4:x=3:y$, $4y=3x$

$\therefore\ y=\frac{3}{4}x=\frac{3}{4}\times6=\frac{9}{2}$ ⋯ (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) x의 값 구하기	35 %
(ⅱ) $\triangle PAT\backsim\triangle PTB$임을 알기	30 %
(ⅲ) y의 값 구하기	35 %

12 $\overline{DA}\cdot\overline{DT}=\overline{DB}\cdot\overline{DC}$이므로

$2\times6=\overline{DB}\times4$ ⋯ (ⅰ)

$\therefore\ \overline{DB}=3$(cm) ⋯ (ⅱ)

$\overline{PB}=x$ cm라 하면

$\overline{PT}^2=\overline{PB}\cdot\overline{PC}$이므로

$(3\sqrt{2})^2=x(x+3+4)$ ⋯ (ⅲ)

$x^2+7x-18=0$

$(x+9)(x-2)=0$

그런데 $x>0$이므로 $x=2$(cm)

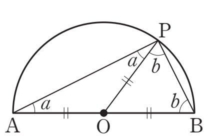
따라서 $\overline{PB}$의 길이는 2 cm이다. ⋯ (ⅳ)

채점 기준	비율
(ⅰ) 원에서의 선분의 길이 사이의 관계를 이용하여 식 세우기	30 %
(ⅱ) $\overline{DB}$의 길이 구하기	20 %
(ⅲ) 접선과 할선의 길이 사이의 관계를 이용하여 식 세우기	30 %
(ⅳ) $\overline{PB}$의 길이 구하기	20 %

3 단계 한 걸음 더 도전하기 P. 59

1 풀이 참조 **2** 4 cm **3** (1) $2\sqrt{6}$ (2) 같다.

1 | 예시 답안 |



$\overline{OA}=\overline{OP}=\overline{OB}$이므로

$\triangle OAP$와 $\triangle OBP$는 이등변삼각형이다.

$\angle OAP=\angle OPA=\angle a$,

$\angle OBP=\angle OPB=\angle b$라 하면 ⋯ (ⅰ)

$\triangle PAB$에서

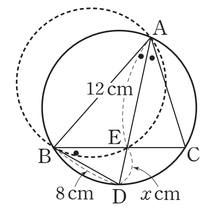
$2\angle a+2\angle b=180°$이므로 $\angle a+\angle b=90°$

즉, $\angle APB=\angle a+\angle b=90°$이다.

따라서 반원에 대한 원주각의 크기는 90°이다. ⋯ (ⅱ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\angle OAP=\angle OPA$, $\angle OBP=\angle OPB$임을 알기	50 %
(ⅱ) 반원에 대한 원주각의 크기가 90°임을 설명하기	50 %

2 $\overset{\frown}{DC}$에 대한 원주각이므로



$\angle DBC=\angle DAC$

즉, $\angle DBE=\angle BAE$이므로 $\overline{BD}$는 세 점 A, B, E를 지나는 원의 접선이다. ⋯ (ⅰ)

$\overline{DE}=x$ cm라 하면

$\overline{BD}^2=\overline{DE}\cdot\overline{DA}$이므로

$8^2=x(x+12)$ ⋯ (ⅱ)

$x^2+12x-64=0$

$(x+16)(x-4)=0$

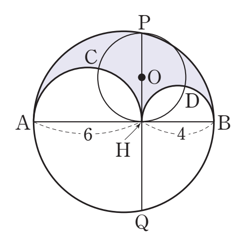
그런데 $x>0$이므로

$x=4$(cm)

따라서 $\overline{DE}$의 길이는 4 cm이다. ⋯ (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\overline{BD}$가 세 점 A, B, E를 지나는 원의 접선임을 설명하기	35 %
(ⅱ) 접선과 할선의 길이 사이의 관계를 이용하여 식 세우기	30 %
(ⅲ) $\overline{DE}$의 길이 구하기	35 %

3 (1) 오른쪽 그림의 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 원에서



$\overline{PH}=\overline{QH}$이고

$\overline{PH}\cdot\overline{QH}=\overline{AH}\cdot\overline{BH}$이므로

$\overline{PH}^2=6\times4=24$

그런데 $\overline{PH}>0$이므로

$\overline{PH}=2\sqrt{6}$ ⋯ (ⅰ)

(2) 원 O의 반지름의 길이가

$\frac{1}{2}\overline{PH}=\frac{1}{2}\times2\sqrt{6}=\sqrt{6}$이므로

(원 O의 넓이)$=\pi\times(\sqrt{6})^2=6\pi$ ⋯ (ⅱ)

한편 아벨로스의 넓이는 $\overline{AB}$를 지름으로 하는 반원의 넓이에서 $\overline{AH}$, $\overline{BH}$를 각각 지름으로 하는 반원의 넓이의 합을 뺀 것과 같으므로

(아벨로스의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times\pi\times5^2-\left(\frac{1}{2}\times\pi\times3^2+\frac{1}{2}\times\pi\times2^2\right)$

$=6\pi$ ⋯ (ⅲ)

따라서 원 O의 넓이와 아벨로스의 넓이는 같다. ⋯ (ⅳ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\overline{PH}$의 길이 구하기	40 %
(ⅱ) 원 O의 넓이 구하기	20 %
(ⅲ) 아벨로스의 넓이 구하기	20 %
(ⅳ) 원 O의 넓이와 아벨로스의 넓이 비교하기	20 %