정답과 해설

1. 기본 도형

P. 8~11 **개념+대표 문제 확인하기**

1 25	**2** ①, ③	**3** 30	**4** 9cm	**5** 75°
6 30°	**7** 6쌍	**8** 126	**9** ④	**10** ㄴ, ㄷ
11 ③	**12** ④	**13** 5개	**14** ②	**15** 240°
16 65°	**17** 31°	**18** $l /\!/ m$, $p /\!/ r$		

1 $a=$(교점의 개수)$=$(꼭짓점의 개수)$=9$
$b=$(교선의 개수)$=$(모서리의 개수)$=16$
$\therefore a+b=9+16=25$

2 ① $\overrightarrow{AB}$와 $\overrightarrow{BA}$는 시작점과 뻗어 나가는 방향이 모두 다르므로 $\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{BA}$
③ $\overrightarrow{CA}$와 $\overrightarrow{BA}$는 시작점이 다르므로 $\overrightarrow{CA} \neq \overrightarrow{BA}$
참고 시작점과 뻗어 나가는 방향이 모두 같아야 같은 반직선이다.

3 직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{AE}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$, $\overleftrightarrow{DE}$의 10개이므로 $a=10$
반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{DE}$, $\overrightarrow{ED}$의 20개이므로 $b=20$
$\therefore a+b=10+20=30$
다른 풀이 반직선의 개수 구하기
$\overrightarrow{AB} \neq \overrightarrow{BA}$이므로 반직선의 개수는 직선의 개수의 2배이다.
즉, 반직선의 개수는 $10 \times 2=20$(개)이다.
참고 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않을 때 두 점을 이어서 만들 수 있는 직선, 반직선, 선분의 개수
⇨ • (직선의 개수)=(선분의 개수)
• (반직선의 개수)=(직선의 개수)$\times 2$

4 $\overline{AM}=\overline{MB}=\frac{1}{2}\overline{AB}=\frac{1}{2}\times 12=6$(cm)
$\overline{MN}=\frac{1}{2}\overline{MB}=\frac{1}{2}\times 6=3$(cm)
$\therefore \overline{AN}=\overline{AM}+\overline{MN}=6+3=9$(cm)

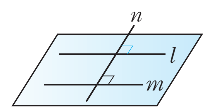
5 $\angle c=180^\circ \times \frac{5}{3+4+5}=180^\circ \times \frac{5}{12}=75^\circ$

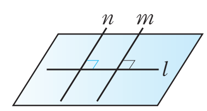
6 $\angle COE=\angle COD+90^\circ$에서 $6\angle COD=\angle COD+90^\circ$
$5\angle COD=90^\circ \quad \therefore \angle COD=18^\circ$
$\angle AOB+\angle BOC+\angle COD=90^\circ$에서
$\angle AOB+\angle BOC+18^\circ=90^\circ$
$5\angle BOC+\angle BOC=72^\circ$
$6\angle BOC=72^\circ \quad \therefore \angle BOC=12^\circ$
$\therefore \angle BOD=\angle BOC+\angle COD=12^\circ+18^\circ=30^\circ$

7 $\angle AOC$와 $\angle BOD$, $\angle AOF$와 $\angle BOE$, $\angle DOF$와 $\angle COE$, $\angle AOD$와 $\angle BOC$, $\angle COF$와 $\angle DOE$, $\angle FOB$와 $\angle EOA$의 6쌍이다.
다른 풀이 세 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각의 쌍의 수는
$3\times(3-1)=3\times 2=6$(쌍)
참고 n개의 서로 다른 직선이 한 점에서 만날 때 생기는 맞꼭지각의 쌍의 수 ⇨ $n(n-1)$쌍

8 $3x+90+2x=180$이므로
$5x=90 \quad \therefore x=18$
또 $y=3x+90$ (맞꼭지각)이므로
$y=3\times 18+90=144$
$\therefore y-x=144-18=126$

9 ④ 점 B와 직선 CD 사이의 거리는 $\overline{BH}$의 길이이다.

10 ㄴ. $l /\!/ m$, $m \perp n$이면 다음 그림과 같이 $l \perp n$이다.


ㄷ. $l \perp m$, $m /\!/ n$이면 다음 그림과 같이 $l \perp n$이다.


11 ① 만나지 않는 두 직선은 서로 평행하거나 꼬인 위치에 있다.
② 한 직선에 수직인 두 직선은 서로 평행하거나 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있다.
④ 꼬인 위치에 있는 두 직선은 한 평면 위에 있지 않다.
⑤ 한 평면 위에서 만나지 않는 두 직선은 서로 평행하다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

12 ① 면 ABHG와 $\overline{DE}$는 서로 평행하다.
② $\overleftrightarrow{AB}$와 $\overleftrightarrow{CD}$는 한 점에서 만난다.
③ 면 CIJD와 수직인 면은 면 ABCDEF, 면 GHIJKL의 2개이다.
⑤ $\overline{BH}$와 평행한 면은 면 AGLF, 면 FLKE, 면 DJKE, 면 CIJD의 4개이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

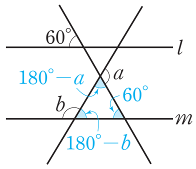
13 모서리 AF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{EH}$, $\overline{CD}$, $\overline{GH}$, $\overline{CG}$, $\overline{DH}$의 5개이다.

14 ② $\angle a$의 엇각은 $\angle i$이다.

15 오른쪽 그림에서 $l /\!/ m$이고 삼각형의 세 각의 크기의 합은 $180°$이므로

$(180°-\angle a)+(180°-\angle b)+60°=180°$

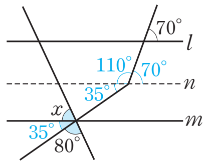
$\therefore\ \angle a+\angle b=240°$



16 오른쪽 그림과 같이 $l /\!/ m /\!/ n$인 직선 n을 그으면

$\angle x+35°+80°=180°$

$\therefore\ \angle x=180°-115°=65°$



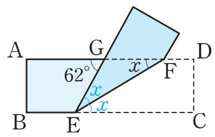
17 오른쪽 그림에서 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle FEC=\angle GFE=\angle x$ (엇각)

$\angle GEF=\angle FEC=\angle x$ (접은 각)

$\angle GEC=\angle AGE$ (엇각)이므로

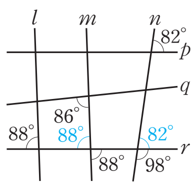
$2\angle x=62°\qquad \therefore\ \angle x=31°$



18 오른쪽 그림에서 두 직선 l, m이 직선 r와 만날 때, 동위각의 크기가 $88°$로 같으므로 $l /\!/ m$

또 두 직선 p, r가 직선 n과 만날 때, 동위각의 크기가 $82°$로 같으므로

$p /\!/ r$



P. 12~15 **내신 5% 따라잡기**

1 18	**2** ③, ④	**3** 36	**4** 12 cm	**5** ③
6 풀이 참조		**7** 50°	**8** 72°	**9** 51°
10 ②	**11** 28	**12** 35	**13** 17개	**14** ④
15 ④	**16** ③	**17** ③	**18** ②, ④	**19** 125°
20 20°	**21** 44°	**22** 180°	**23** 25°	**24** 60°
25 18°	**26** 90°			

1 $a=$(교점의 개수)$=$(꼭짓점의 개수)$=8$

$b=$(교선의 개수)$=$(모서리의 개수)$=13$

$c=$(면의 개수)$=7$

$d=$(한 꼭짓점에서 만나는 교선의 개수의 최댓값)$=4$

$\therefore\ a+b-c+d=8+13-7+4=18$

2 ③ 직선 l의 1개뿐이다.

④ 반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{CB}$의 4개이다.

⑤ 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{AC}$의 3개이다.

따라서 옳지 않은 것은 ③, ④이다.

3 5개의 점 A, B, C, D, E에서 두 점을 이어서 만들 수 있는 선분은 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$, $\overline{BE}$, $\overline{CD}$, $\overline{CE}$, $\overline{DE}$의 10개이므로 $a=10$

직선은 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{AC}$, $\overleftrightarrow{AD}$, $\overleftrightarrow{BC}$, $\overleftrightarrow{BD}$, $\overleftrightarrow{BE}$, $\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{CE}$의 8개이므로 $b=8$

반직선은 $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{BE}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{CE}$, $\overrightarrow{DA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{EA}$, $\overrightarrow{EB}$, $\overrightarrow{EC}$, $\overrightarrow{ED}$의 18개이므로 $c=18$

$\therefore\ a+b+c=10+8+18=36$

4 $\overline{BC}=2\overline{AB}$, $\overline{CD}=2\overline{DE}$이므로

$\overline{AE}=\overline{AB}+\overline{BC}+\overline{CD}+\overline{DE}$

$=\overline{AB}+2\overline{AB}+2\overline{DE}+\overline{DE}$

$=3\overline{AB}+3\overline{DE}$

$=3(\overline{AB}+\overline{DE})=18(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AB}+\overline{DE}=6\,\text{cm}$

이때 $\overline{BD}=\overline{BC}+\overline{CD}=2\overline{AB}+2\overline{DE}=2(\overline{AB}+\overline{DE})$이므로

$\overline{BD}=2\times6=12(\text{cm})$

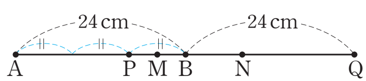
다른 풀이 $\overline{AB}+\overline{DE}=6\,\text{cm}$이므로

$\overline{BD}=\overline{AE}-(\overline{AB}+\overline{DE})=18-6=12(\text{cm})$

5 $\overline{AP}=2\overline{PB}$에서 $\overline{AP}:\overline{PB}=2:1$

$2\overline{BQ}=\overline{AQ}$에서 $\overline{BQ}:\overline{AQ}=1:2$

또 점 P는 $\overline{AB}$ 위의 점이고 점 Q는 $\overline{AB}$의 연장선 위의 점이므로 각 점의 위치를 나타내면 다음 그림과 같다.



$\overline{PB}=\frac{1}{3}\overline{AB}=\frac{1}{3}\times24=8(\text{cm})$

$\overline{BQ}=\overline{AB}=24\,\text{cm}$

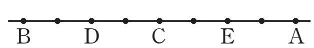
$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{PB}+\overline{BQ}=8+24=32(\text{cm})$

따라서 $\overline{PM}=\frac{1}{2}\overline{PB}=\frac{1}{2}\times8=4(\text{cm})$이고

$\overline{PN}=\frac{1}{2}\overline{PQ}=\frac{1}{2}\times32=16(\text{cm})$이므로

$\overline{MN}=\overline{PN}-\overline{PM}=16-4=12(\text{cm})$

6 (가)에서 점 C와 E의 위치에 따라 다음 그림과 같은 두 가지 경우가 있다.

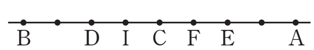


… ㉠

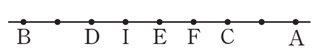
… ㉡

(나)에서 $\overline{AF}:\overline{DF}=1:1$이므로 점 F는 $\overline{AD}$의 중점이다.

즉, 점 I와 F를 ㉠, ㉡에 각각 나타내면 다음 그림과 같다.



… ㉢



… ㉣

(다)에서 점 E는 $\overline{FH}$의 중점이므로 ㉣에는 점 H를 나타낼 수 없다.

따라서 점 H를 ㉢에 나타낸 후 남은 위치에 점 G를 나타내면 다음 그림과 같다.

7 $\angle AOC=\angle AOB+\angle BOC=90°$이므로
$\angle AOB=90°-\angle BOC$ $\cdots$ ㉠
$\angle BOD=\angle BOC+\angle COD=90°$이므로
$\angle COD=90°-\angle BOC$ $\cdots$ ㉡
이때 $\angle AOB+\angle COD=80°$이고
㉠, ㉡에서 $\angle AOB=\angle COD$이므로
$\angle AOB=\angle COD=\frac{1}{2}\times 80°=40°$
$\therefore \angle BOC=\angle AOC-\angle AOB$
$=90°-40°=50°$

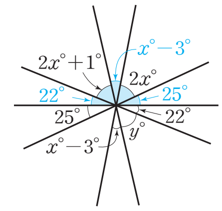
8 $\angle AOC=\frac{5}{3}\angle AOB$에서 $\angle AOB=\frac{3}{5}\angle AOC$
$\angle AOB+\angle DOE=\frac{3}{5}\angle AOC+\frac{3}{5}\angle COE$
$=\frac{3}{5}(\angle AOC+\angle COE)$
$=\frac{3}{5}\times 180°=108°$
$\therefore \angle BOD=180°-(\angle AOB+\angle DOE)$
$=180°-108°=72°$

9 1분에 시침은 $0.5°$씩, 분침은 $6°$씩 움직이므로
시침이 12를 가리킬 때부터 5시간 18분 동안 움직인 각도는
$30°\times 5+0.5°\times 18=159°$
분침이 12를 가리킬 때부터 18분 동안 움직인 각도는
$6°\times 18=108°$
따라서 구하는 각의 크기는
$159°-108°=51°$

참고 시침과 분침이 움직인 각도
① 시침은 1시간, 즉 60분 동안 $\frac{360°}{12}=30°$만큼 움직인다.
⇨ 시침은 1분에 $\frac{30°}{60}=0.5°$만큼 움직인다.
② 분침은 1시간, 즉 60분 동안 $360°$만큼 움직인다.
⇨ 분침은 1분에 $\frac{360°}{60}=6°$만큼 움직인다.

10 1개의 직선과 1개의 반직선이 만날 때는 맞꼭지각이 생기지 않으므로 4개의 직선에 의해 생기는 맞꼭지각의 쌍의 수를 구하면 된다.
즉, 4개의 직선을 각각 a, b, c, d라 하면 2개의 직선이 한 점에서 만나는 경우는
직선 a와 b, 직선 a와 c, 직선 a와 d, 직선 b와 c, 직선 b와 d, 직선 c와 d의 6가지이다.
이때 각 경우마다 2쌍의 맞꼭지각이 생기므로 전체 맞꼭지각의 쌍의 수는 $6\times 2=12$(쌍)
다른 풀이 $4\times(4-1)=12$(쌍)

11 오른쪽 그림에서

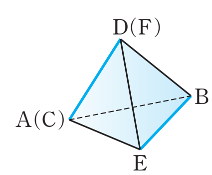


$22+(2x+1)+(x-3)+2x+25$
$=180$
$5x=135$ $\quad\therefore x=27$
$y=2x+1$
$=2\times 27+1=55$ (맞꼭지각)
$\therefore y-x=55-27=28$

12 $\overleftrightarrow{AB}\perp\overleftrightarrow{CD}$이므로 $\angle AOD=90°$
$\therefore \angle AOE=\angle EOD-\angle AOD$
$=(4x°-30°)-90°$
$=4x°-120°$
$\angle BOF=\angle AOE=4x°-120°$ (맞꼭지각)이므로
$\angle GOB+\angle BOF=90°$에서
$2x+(4x-120)=90$, $6x=210$
$\therefore x=35$

13 (i) 네 점 A, B, C, D 중 세 점으로 결정되는 평면:
네 점은 모두 평면 P 위의 점이다. ⇨ 1개
(ii) 네 점 A, B, C, D 중 두 점과 점 E로 결정되는 평면:
평면 ABE, 평면 ACE, 평면 ADE, 평면 BCE, 평면 BDE, 평면 CDE ⇨ 6개
(iii) 네 점 A, B, C, D 중 두 점과 점 F로 결정되는 평면:
평면 ABF, 평면 ACF, 평면 ADF, 평면 BCF, 평면 BDF, 평면 CDF ⇨ 6개
(iv) 네 점 A, B, C, D 중 한 점과 두 점 E, F로 결정되는 평면:
평면 AEF, 평면 BEF, 평면 CEF, 평면 DEF ⇨ 4개
따라서 (i)~(iv)에 의해 구하는 평면의 개수는
$1+6+6+4=17$(개)

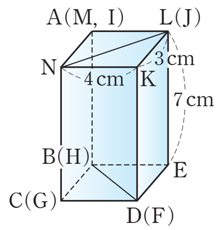
14 주어진 전개도로 입체도형을 만들면 오른쪽 그림과 같은 정삼각뿔이 된다.



따라서 모서리 CF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{BE}$이다.

15 ① 모서리 AB와 평행한 면은 면 DQH, 면 EFPQH의 2개이다.
② 면 EFPQH와 만나는 면은 면 ABFE, 면 AEHD, 면 BFP, 면 BPQD, 면 DQH의 5개이다.
③ 모서리 DH와 수직으로 만나는 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{EH}$, $\overline{QH}$의 4개이다.
④ 모서리 BP와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{AE}$, $\overline{DH}$, $\overline{EH}$, $\overline{EF}$, $\overline{HQ}$의 6개이다.
⑤ 모서리 BF와 한 점에서 만나는 면은 면 ABD, 면 BPQD, 면 EFPQH의 3개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

16 주어진 전개도로 직육면체를 만들면 오른쪽 그림과 같다.

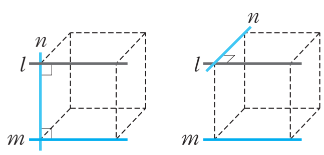


② $\overline{\mathrm{JI}}$와 평행한 면은
면 BCDE(또는 면 HGFE),
면 NCDK(또는 면 NGFK)의
2개이다.
③ $\overline{\mathrm{NL}}$과 $\overline{\mathrm{FH}}$는 꼬인 위치에 있다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

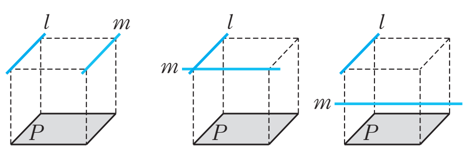
17 $\overline{\mathrm{BE}}$는 평면 P와 점 E에서 만난다. 즉, $\overline{\mathrm{BE}}$와 평면 P가 수직이려면 $\overline{\mathrm{BE}}$가 평면 P 위의 점 E를 지나는 2개 이상의 선분과 수직이어야 하므로 $\overline{\mathrm{BE}}$가 $\overline{\mathrm{DE}}$, $\overline{\mathrm{EF}}$와 각각 서로 수직이면 된다.
따라서 필요한 것은 ㄷ, ㄹ이다.

참고 직선이 평면과 한 점에서 만나고, 그 점을 지나는 평면 위의 모든 직선과 주어진 직선이 수직일 때 주어진 직선과 평면은 서로 수직이라 한다. 그러나 직선과 평면이 수직임을 확인할 때는 직선과 평면이 만나는 점을 지나는 평면 위의 2개의 직선과 수직임을 확인하면 된다.

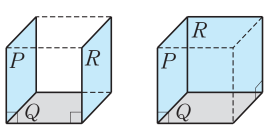
18 ① $l\perp n$, $l /\!/ m$이면 두 직선 m, n은 다음 그림과 같이 수직으로 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있을 수 있다.



③ $l /\!/ P$, $m /\!/ P$이면 두 직선 l, m은 다음 그림과 같이 평행하거나 한 점에서 만나거나 꼬인 위치에 있을 수 있다.



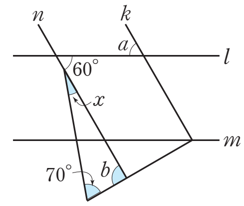
⑤ $P\perp Q$, $Q\perp R$이면 두 평면 P, R는 다음 그림과 같이 평행하거나 한 직선에서 만날 수 있다.



따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

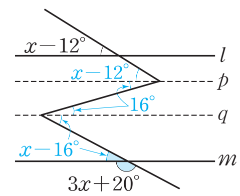
19 $\overline{\mathrm{BC}} /\!/ \overline{\mathrm{DE}}$이므로
$\angle\mathrm{DBC}=\angle\mathrm{ADE}=60^\circ$ (동위각)
$\therefore\ \angle\mathrm{IBC}=\dfrac{1}{2}\times 60^\circ=30^\circ$
$\angle\mathrm{ECB}=\angle\mathrm{AED}=50^\circ$ (동위각)
$\therefore\ \angle\mathrm{ICB}=\dfrac{1}{2}\times 50^\circ=25^\circ$
따라서 삼각형 IBC에서
$\angle x=180^\circ-(30^\circ+25^\circ)=125^\circ$

20 $n /\!/ k$이므로 $\angle a=60^\circ$ (엇각)



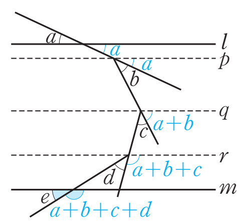
이때 $\angle a : \angle b=2:3$에서
$60^\circ : \angle b=2:3$이므로
$2\angle b=180^\circ \qquad \therefore\ \angle b=90^\circ$
따라서 삼각형의 세 각의 크기의 합은 180°이므로
$\angle x+70^\circ+90^\circ=180^\circ$
$\therefore\ \angle x=180^\circ-160^\circ=20^\circ$

21 오른쪽 그림과 같이 $l /\!/ m /\!/ p /\!/ q$인 두 직선 p, q를 그으면



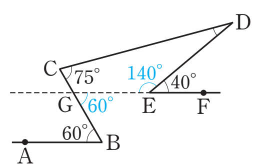
$(\angle x-16^\circ)+(3\angle x+20^\circ)$
$=180^\circ$
$4\angle x=176^\circ \qquad \therefore\ \angle x=44^\circ$

22 오른쪽 그림과 같이 $l /\!/ m /\!/ p /\!/ q /\!/ r$인 세 직선 p, q, r를 그으면



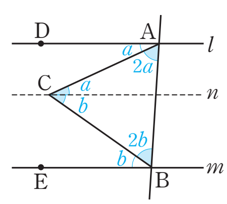
$\angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e$
$=180^\circ$

23 오른쪽 그림과 같이 $\overleftrightarrow{\mathrm{EF}}$와 $\overline{\mathrm{BC}}$의 교점을 G라 하면



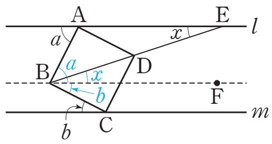
$\overrightarrow{\mathrm{BA}} /\!/ \overleftrightarrow{\mathrm{EF}}$이므로
$\angle\mathrm{EGB}=\angle\mathrm{ABG}=60^\circ$ (엇각)
$\therefore\ \angle\mathrm{CGE}=180^\circ-60^\circ=120^\circ$
따라서 사각형 CGED에서
$75^\circ+120^\circ+140^\circ+\angle\mathrm{CDE}=360^\circ$
$\therefore\ \angle\mathrm{CDE}=360^\circ-335^\circ=25^\circ$

24 오른쪽 그림과 같이 점 C를 지나고 $l /\!/ m /\!/ n$인 직선 n을 긋자.



$\angle\mathrm{CAD}=\angle a$, $\angle\mathrm{CBE}=\angle b$라 하면
$\angle\mathrm{CAD}=\dfrac{1}{2}\angle\mathrm{BAC}$에서
$\angle\mathrm{BAC}=2\angle\mathrm{CAD}=2\angle a$
$\angle\mathrm{CBE}=\dfrac{1}{2}\angle\mathrm{ABC}$에서
$\angle\mathrm{ABC}=2\angle\mathrm{CBE}=2\angle b$
이때 삼각형 ACB에서 $3\angle a+3\angle b=180^\circ$이므로
$\angle a+\angle b=60^\circ$
$\therefore\ \angle\mathrm{ACB}=\angle a+\angle b=60^\circ$

25 다음 그림과 같이 점 B를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 BF를 긋자.



$\angle ABF=\angle a$(엇각), $\angle CBF=\angle b$(엇각)이고

$\angle ABC=90°$이므로 $\angle a+\angle b=90°$

이때 $\angle a : \angle b=7 : 3$이므로

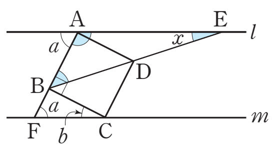
$\angle b=\dfrac{3}{7+3}\times 90°=27°$

또 $\angle DBF=\angle x$(엇각)이므로

$\angle x+\angle b=45°$에서 $\angle x+27°=45°$

$\therefore \angle x=18°$

다른 풀이 다음 그림과 같이 $\overline{AB}$의 연장선과 직선 m이 만나는 점을 F라 하자.



$\angle AFC=\angle a$(엇각)

삼각형 BFC에서

$\angle a+\angle b=180°-90°=90°$이고

$\angle a : \angle b=7 : 3$이므로

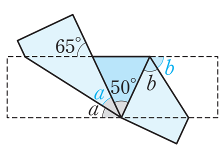
$\angle a=\dfrac{7}{7+3}\times 90°=63°$

이때 $\angle EAB=180°-63°=117°$, $\angle ABE=45°$이므로

삼각형 ABE에서

$\angle x=180°-(117°+45°)=18°$

26 종이를 접을 때 생기는 접은 각의 크기는 같으므로 $\angle a$, $\angle b$와 크기가 같은 각을 표시하면 오른쪽 그림과 같다.



이때 $\angle a+\angle a=65°$(동위각)이므로

$2\angle a=65°$ $\therefore \angle a=32.5°$

또 $\angle b+\angle b=2\angle a+50°$

$=65°+50°=115°$(엇각)

이므로 $2\angle b=115°$ $\therefore \angle b=57.5°$

$\therefore \angle a+\angle b=32.5°+57.5°=90°$

P. 16~17 **내신 1% 뛰어넘기**

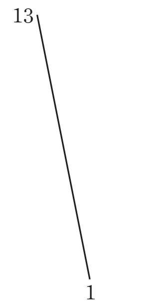
01 78개 **02** $\dfrac{1}{6}a+\dfrac{2}{3}b$ **03** 2시 $43\dfrac{7}{11}$분

04 16° **05** 3 **06** 279° **07** 720°

01 **길잡이** 주어진 규칙에 따라 좌표평면 위에 선분을 1개, 2개, 3개, ⋯ 그려 본다.

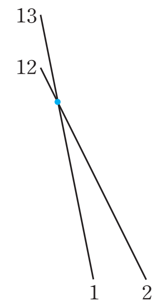
주어진 규칙에 따라 두 점을 각각 연결하여 선분을 그릴 때, 선분의 개수에 따른 교점의 개수는 다음과 같다.

(i) 선분이 1개일 때



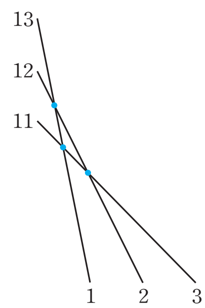
⇨ 교점이 없다.

(ii) 선분 2개가 만날 때



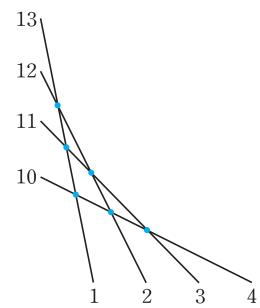
⇨ 1개

(iii) 선분 3개가 만날 때



⇨ $1+2=3$(개)

(iv) 선분 4개가 만날 때



⇨ $1+2+3=6$(개)

⋮

따라서 선분 13개가 만날 때, 교점의 개수는

$1+2+3+\cdots+12=78$(개)

02 **길잡이** 주어진 조건을 이용하여 $\overline{MN}$, $\overline{PN}$의 길이를 각각 a, b를 사용한 식으로 나타낸다.

$\overline{MB}=\dfrac{1}{2}\overline{AB}=\dfrac{1}{2}a$, $\overline{BN}=\dfrac{1}{2}\overline{BC}=\dfrac{1}{2}b$이므로

$\overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BN}=\dfrac{1}{2}a+\dfrac{1}{2}b=\dfrac{1}{2}(a+b)$

이때 $\overline{MP} : \overline{PN}=2 : 1$이므로

$\overline{PN}=\dfrac{1}{3}\overline{MN}=\dfrac{1}{3}\times\dfrac{1}{2}(a+b)=\dfrac{1}{6}(a+b)$

$\therefore \overline{PC}=\overline{PN}+\overline{NC}$

$=\overline{PN}+\dfrac{1}{2}\overline{BC}$

$=\dfrac{1}{6}(a+b)+\dfrac{1}{2}b$

$=\dfrac{1}{6}a+\dfrac{2}{3}b$

03 길잡이 시계의 시침과 분침이 12를 가리킬 때부터 각각 움직인 각도의 차가 180°가 되도록 식을 세운다.

2시 x분에 시침과 분침이 180°를 이룬다고 하면 시침이 12를 가리킬 때부터 2시간 x분 동안 움직인 각도는

$30^\circ\times2+0.5^\circ\times x$

분침이 12를 가리킬 때부터 x분 동안 움직인 각도는 $6^\circ\times x$

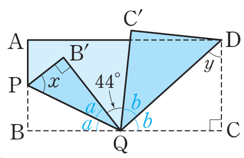
이때 시침과 분침이 이루는 각의 크기가 180°이므로

$6^\circ\times x-(30^\circ\times2+0.5^\circ\times x)=180^\circ$에서

$5.5^\circ\times x=240^\circ \qquad \therefore x=\dfrac{480}{11}=43\dfrac{7}{11}$

따라서 구하는 시각은 2시 $43\dfrac{7}{11}$분이다.

04 길잡이 접은 종이에서 접힌 부분의 각의 크기가 같음을 이용하여 식을 세운다.



오른쪽 그림에서 $\angle PQB'=\angle a$, $\angle C'QD=\angle b$라 하면

$\angle PQB=\angle PQB'=\angle a$ (접은 각),

$\angle DQC=\angle C'QD=\angle b$ (접은 각)

이므로 $2\angle a+44^\circ+2\angle b=180^\circ$

$2\angle a+2\angle b=136^\circ \qquad \therefore \angle a+\angle b=68^\circ$

삼각형 PQB′에서 $\angle x+\angle a+90^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle x+\angle a=90^\circ \quad \cdots$ ㉠

삼각형 DQC에서 $\angle y+\angle b+90^\circ=180^\circ$

$\therefore \angle y+\angle b=90^\circ \quad \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $\angle x+\angle y+\angle a+\angle b=180^\circ$

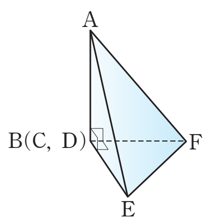
즉, $\angle x+\angle y+68^\circ=180^\circ$이므로 $\angle x+\angle y=112^\circ$

이때 $\angle x:\angle y=4:3$이므로

$\angle x=112^\circ\times\dfrac{4}{3+4}=64^\circ$, $\angle y=112^\circ\times\dfrac{3}{3+4}=48^\circ$

$\therefore \angle x-\angle y=64^\circ-48^\circ=16^\circ$

05 길잡이 주어진 정사각형 모양의 종이를 점선을 따라 접어 입체도형을 만들어 본다.



면 CEF와 수직인 면은

면 ABE(또는 면 ACE, 면 ADE),

면 ABF(또는 면 ACF, 면 ADF)

의 2개이므로 $a=2$

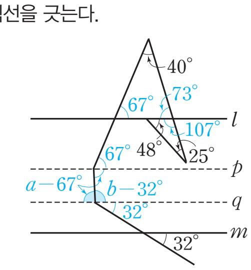
$\overline{AF}$와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{BE}$(또는 $\overline{CE}$, $\overline{DE}$)의 1개이므로

$b=1$

$\therefore a+b=2+1=3$

06 길잡이 두 직선 l, m에 평행한 2개의 직선을 긋는다.

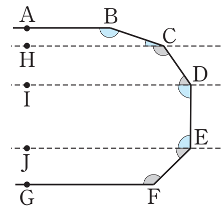


오른쪽 그림과 같이 $l\,/\!/\,m\,/\!/\,p\,/\!/\,q$인 두 직선 p, q를 그으면

$(\angle a-67^\circ)+(\angle b-32^\circ)=180^\circ$

$\therefore \angle a+\angle b=180^\circ+99^\circ=279^\circ$

07 길잡이 점 C, D, E를 각각 지나고 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{FG}$에 평행한 3개의 직선을 긋는다.



위의 그림과 같이 점 C, D, E를 각각 지나고 $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{FG}$에 평행한 세 직선 $\overleftrightarrow{CH}$, $\overleftrightarrow{DI}$, $\overleftrightarrow{EJ}$를 그으면

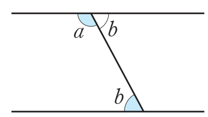
$\angle ABC+\angle BCD+\angle CDE+\angle DEF+\angle EFG$

$=(\angle ABC+\angle BCH)+(\angle HCD+\angle CDI)$
$\quad+(\angle IDE+\angle DEJ)+(\angle JEF+\angle EFG)$

$=180^\circ+180^\circ+180^\circ+180^\circ$

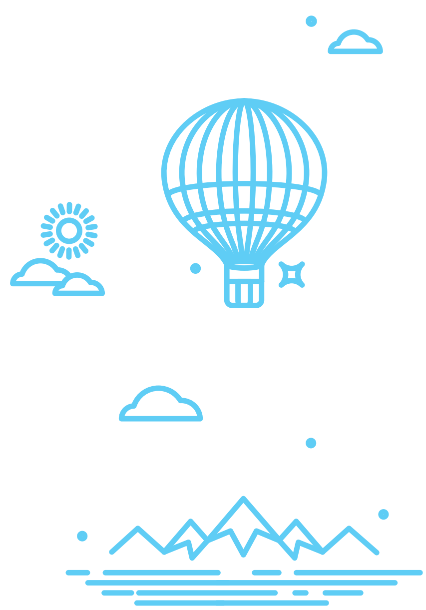
$=720^\circ$

참고 다음 그림과 같이 평행한 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때



같은 쪽에 있는 안쪽의 두 각의 크기의 합은 180°이다.

⇨ $\angle a+\angle b=180^\circ$



2. 작도와 합동

P. 20~22 개념+대표 문제 확인하기

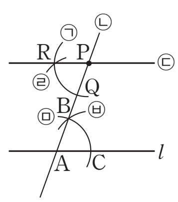
1 ②, ④ **2** ⑤ **3** ㄱ, ㄴ, ㄹ
4 ㉡ → ㉤ → ㉠ → ㉥ → ㉣ → ㉢ **5** ②
6 ㄴ, ㄹ **7** ②, ③ **8** ② **9** ③
10 7 cm, 78° **11** ②
12 (가) $\overline{CD}$, (나) ACD, (다) SAS
13 △PAB≡△PDC, SAS 합동

1 ② 작도할 때는 각도기를 사용하지 않는다.
④ 선분의 길이를 옮길 때는 컴퍼스를 사용한다.

2 직선 l 위에 점 C를 끝 점으로 하여 $\overline{AB}$의 길이를 한 번 옮기고, 이때 생긴 교점을 끝 점으로 하여 $\overline{AB}$의 길이를 한 번 더 옮기면 된다. 따라서 선분의 길이를 옮길 때 사용하는 컴퍼스가 필요하다.

3 ㄱ. 두 점 O, P를 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그렸으므로
$\overline{OA}=\overline{OB}=\overline{PC}=\overline{PD}$
ㄴ. 점 D를 중심으로 $\overline{AB}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그렸으므로
$\overline{AB}=\overline{CD}$
ㄹ. 크기가 같은 각을 작도하였으므로
$\angle AOB=\angle CPD$

4 오른쪽 그림은 '서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 엇각의 크기가 같으면 두 직선은 평행하다.'는 성질을 이용하여 작도한 것이다.



㉡ 점 P를 지나는 직선을 그어 직선 l과의 교점을 A라 한다.
㉤ 점 A를 중심으로 원을 그려 $\overleftrightarrow{PA}$, 직선 l과의 교점을 각각 B, C라 한다.
㉠ 점 P를 중심으로 $\overline{AB}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 $\overleftrightarrow{PA}$와의 교점을 Q라 한다.
㉥ 컴퍼스를 사용하여 $\overline{BC}$의 길이를 잰다.
㉣ 점 Q를 중심으로 $\overline{BC}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ㉠의 원과의 교점을 R라 한다.
㉢ 두 점 P, R를 지나는 직선을 그으면 $\overleftrightarrow{PR}$가 점 P를 지나고 직선 l에 평행한 직선이다.
따라서 작도 순서는 ㉡ → ㉤ → ㉠ → ㉥ → ㉣ → ㉢이다.

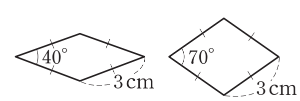
5 ① $5<3+4$이므로 삼각형이 될 수 있다.
② $12>5+6$이므로 삼각형이 될 수 없다.
③ $7<7+7$이므로 삼각형이 될 수 있다.
④ $15<8+10$이므로 삼각형이 될 수 있다.
⑤ $10<3+8$이므로 삼각형이 될 수 있다.
따라서 삼각형의 세 변의 길이가 될 수 없는 것은 ②이다.

6 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어질 때는 선분을 작도한 후 두 각을 작도하거나, 한 각을 작도한 후 선분을 작도하고 나머지 각을 작도하면 된다.
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄹ이다.

7 ① 세 변의 길이가 주어졌지만 $8=3+5$이므로 △ABC를 만들 수 없다.
② $\angle B=180°-(100°+35°)=45°$
즉, $\overline{BC}$의 길이와 그 양 끝 각인 ∠B, ∠C의 크기가 주어진 것과 같으므로 △ABC가 하나로 작도된다.
③ $\overline{AB}$, $\overline{BC}$의 길이와 그 끼인각인 ∠B의 크기가 주어졌으므로 △ABC가 하나로 작도된다.
④ 세 각의 크기가 주어지면 모양은 같고 크기는 다른 삼각형을 무수히 많이 그릴 수 있으므로 △ABC가 하나로 작도되지 않는다.
⑤ $\overline{AB}$와 그 양 끝 각인 ∠A, ∠B의 크기가 주어졌지만 $\angle A+\angle B=85°+95°=180°$이므로 △ABC를 만들 수 없다.
따라서 △ABC가 하나로 작도되는 것은 ②, ③이다.

8 ① 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 △ABC가 하나로 정해진다.
② ∠C는 $\overline{AB}$와 $\overline{AC}$의 끼인각이 아니므로 △ABC가 하나로 정해지지 않는다.
③ 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어졌으므로 △ABC가 하나로 정해진다.
④ ∠A와 ∠C의 크기가 주어졌으므로 ∠B의 크기도 알 수 있다. 즉, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 것과 같으므로 △ABC가 하나로 정해진다.
⑤ ∠B와 ∠C의 크기가 주어졌으므로 ∠A의 크기도 알 수 있다. 즉, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 것과 같으므로 △ABC가 하나로 정해진다.
따라서 필요한 조건이 아닌 것은 ②이다.

9 ③ 다음 그림의 두 마름모는 한 변의 길이는 같지만 합동은 아니다.



10 $\overline{AB}$의 대응변은 $\overline{DE}$이므로
$\overline{AB}=\overline{DE}=7$ cm
∠F의 대응각은 ∠C이므로
$\angle F=\angle C=180°-(57°+45°)=78°$

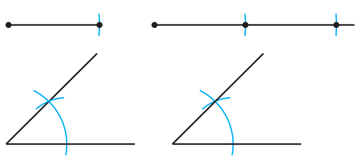
11 △BAC와 △BDE에서
$\overline{AB}=\overline{DB}$, ∠B는 공통, $\overline{BC}=\overline{BE}$
∴ △BAC≡△BDE (SAS 합동)
따라서 필요한 나머지 한 조건은 ②이다.

12 $\triangle$BCD와 $\triangle$ACE에서
$\triangle$ABC가 정삼각형이므로 $\overline{BC}=\overline{AC}$
$\triangle$DCE가 정삼각형이므로 $\boxed{\overline{CD}}=\overline{CE}$
또 $\angle BCD=60^\circ+\angle\boxed{ACD}=\angle ACE$
$\therefore$ $\triangle BCD\equiv\triangle ACE$ ($\boxed{\text{SAS}}$ 합동)

13 $\triangle$PAB와 $\triangle$PDC에서
사각형 ABCD는 정사각형이므로
$\overline{AB}=\overline{DC}$ $\cdots$ ㉠
$\triangle$PBC는 정삼각형이므로
$\overline{PB}=\overline{PC}$ $\cdots$ ㉡
$\angle ABP=90^\circ-\angle PBC=90^\circ-60^\circ=30^\circ$,
$\angle DCP=90^\circ-\angle PCB=90^\circ-60^\circ=30^\circ$
이므로 $\angle ABP=\angle DCP$ $\cdots$ ㉢
따라서 ㉠, ㉡, ㉢에 의해
$\triangle PAB\equiv\triangle PDC$ (SAS 합동)

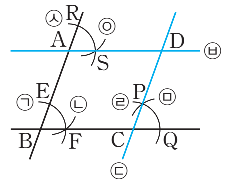
P. 23~25 **내신 5% 따라잡기**

1 11	**2** ⑤	**3** ③	**4** 60°	**5** ①, ⑤
6 8개	**7** ②, ③	**8** ㄱ, ㄷ	**9** 3개	**10** 120°
11 60°	**12** ④	**13** 8 cm		
14 $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$, $\triangle ABD\equiv\triangle CDB$, $\triangle ABO\equiv\triangle CDO$, $\triangle AOD\equiv\triangle COB$				
15 17 cm	**16** 57°	**17** ④	**18** 47°	**19** 25 cm^2

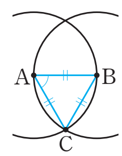
1

⇨ 3회
⇨ 4회
따라서 $a=3$, $b=4$이므로
$a+2b=3+2\times4=11$

2 ① 점 C를 중심으로 $\overline{AB}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그렸으므로
$\overline{AB}=\overline{CD}$
②, ③, ④ 두 점 P, Q를 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그렸으므로
$\overline{QA}=\overline{QB}=\overline{PC}=\overline{PD}$
따라서 옳지 않은 것은 ⑤이다.

3 평행사변형은 두 쌍의 대변이 각각 평행한 사각형이므로 '서로 다른 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기가 같으면 두 직선이 평행하다.'는 성질을 이용하여 작도한 것이다.



㉠ 점 B를 중심으로 원을 그려 $\overleftrightarrow{AB}$, $\overleftrightarrow{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 한다.
㉣ 점 C를 중심으로 $\overline{BE}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 $\overleftrightarrow{BC}$와의 교점을 Q라 한다.
㉦ 점 A를 중심으로 $\overline{BE}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 $\overleftrightarrow{AB}$와의 교점을 R라 한다.
㉡ 컴퍼스를 사용하여 $\overline{EF}$의 길이를 잰다.
㉤ 점 Q를 중심으로 $\overline{EF}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ㉣의 원과의 교점을 P라 한다.
㉧ 점 R를 중심으로 $\overline{EF}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ㉦의 원과의 교점을 S라 한다.
㉢ 두 점 C, P를 지나는 직선을 그린다.
㉥ 두 점 A, S를 지나는 직선을 그려 ㉢의 직선과의 교점을 D라 한다.
$\angle$B와 크기가 같은 각을 동위각의 위치에 작도하였으므로 $\overleftrightarrow{AB}/\!/\overleftrightarrow{CD}$, $\overleftrightarrow{AD}/\!/\overleftrightarrow{BC}$가 되어 사각형 ABCD는 평행사변형이 된다.
위의 작도 순서에서 ㉣ ↔ ㉦, ㉤ ↔ ㉧, ㉢ ↔ ㉥이므로
작도 순서는 ㉠ → (㉣ ↔ ㉦) → ㉡ → (㉤ ↔ ㉧) → (㉢ ↔ ㉥)이다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

4 주어진 순서대로 작도하면 오른쪽 그림과 같다.


이때 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CA}$ (원의 반지름)이므로
삼각형 ABC는 정삼각형이다.
$\therefore$ $\angle BAC=60^\circ$

5 ① $x=1$이면 세 변의 길이는 5, 3, 2이다.
$5=3+2$이므로 삼각형이 될 수 없다.
② $x=3$이면 세 변의 길이는 7, 3, 6이다.
$7<3+6$이므로 삼각형이 될 수 있다.
③ $x=5$이면 세 변의 길이는 9, 3, 10이다.
$10<9+3$이므로 삼각형이 될 수 있다.
④ $x=6$이면 세 변의 길이는 10, 3, 12이다.
$12<10+3$이므로 삼각형이 될 수 있다.
⑤ $x=8$이면 세 변의 길이는 12, 3, 16이다.
$16>12+3$이므로 삼각형이 될 수 없다.
따라서 x의 값이 될 수 없는 것은 ①, ⑤이다.

6 (i) 가장 긴 변의 길이가 14 cm일 때
$\left.\begin{array}{l}5+6<14\\5+9=14\end{array}\right\}$ ⇨ 삼각형을 만들 수 없다.
$\left.\begin{array}{l}5+10>14\\6+9>14\\6+10>14\\9+10>14\end{array}\right\}$ ⇨ 삼각형을 만들 수 있다.

(ii) 가장 긴 변의 길이가 10 cm일 때

$\left.\begin{array}{l}5+6>10\\5+9>10\\6+9>10\end{array}\right\}$ ⇨ 삼각형을 만들 수 있다.

(iii) 가장 긴 변의 길이가 9 cm일 때

$5+6>9$ ⇨ 삼각형을 만들 수 있다.

따라서 (i)~(iii)에 의해 삼각형을 만들 수 있도록 3개의 선분을 고르는 경우는

(5 cm, 10 cm, 14 cm), (6 cm, 9 cm, 14 cm),
(6 cm, 10 cm, 14 cm), (9 cm, 10 cm, 14 cm),
(5 cm, 6 cm, 10 cm), (5 cm, 9 cm, 10 cm),
(6 cm, 9 cm, 10 cm), (5 cm, 6 cm, 9 cm)

의 8가지이므로 구하는 삼각형의 개수는 8개이다.

7 ① 세 변의 길이가 주어졌지만 $8>2+5$이므로 $\triangle ABC$를 만들 수 없다.

② $\angle A=180°-(40°+60°)=80°$
즉, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 것과 같으므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해진다.

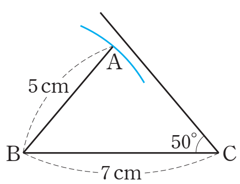
③ 세 변의 길이가 주어졌고 $9<5+5$이므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해진다.

④ $\angle C$는 $\overline{AB}$와 $\overline{BC}$의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해지지 않는다.

⑤ $\angle A+\angle B=180°$이므로 $\triangle ABC$를 만들 수 없다.

따라서 $\triangle ABC$가 하나로 정해지는 조건은 ②, ③이다.

참고 두 변의 길이와 그 끼인각이 아닌 다른 한 각의 크기가 주어진 경우에는 삼각형이 그려지지 않거나 1개 또는 2개로 그려진다. ④의 경우에는 다음 그림과 같이 삼각형이 그려지지 않는다.



8 ㄱ. $\angle C=180°-(\angle A+\angle B)=180°-(30°+75°)=75°$
즉, 한 변의 길이와 그 양 끝 각의 크기가 주어진 것과 같으므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해진다.

ㄴ. $\angle B+\angle C=180°$이므로 $\triangle ABC$를 만들 수 없다.

ㄷ. 두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어졌으므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해진다.

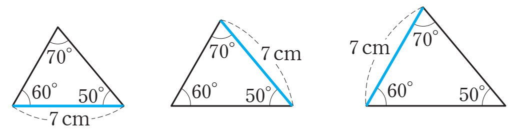
ㄹ. $\angle B$가 $\overline{BC}$와 $\overline{AC}$의 끼인각이 아니므로 $\triangle ABC$가 하나로 정해지지 않는다.

따라서 $\triangle ABC$가 하나로 정해지기 위해 필요한 나머지 한 조건은 ㄱ, ㄷ이다.

9 (나)에서 나머지 한 각의 크기는

$180°-(50°+70°)=60°$

따라서 주어진 조건을 모두 만족시키도록 작도할 수 있는 서로 다른 삼각형은 다음 그림과 같이 3개이다.



10 $\triangle ADC$와 $\triangle CEB$에서

$\overline{AD}=\overline{CE}$이고, $\triangle ABC$가 정삼각형이므로

$\angle DAC=\angle ECB=60°$, $\overline{AC}=\overline{CB}$

$\therefore$ $\triangle ADC\equiv\triangle CEB$ (SAS 합동)

따라서 $\triangle FBC$에서

$\angle BFC=180°-(\angle FBC+\angle FCB)$
$=180°-(\angle DCA+\angle FCB)$
$=180°-60°=120°$

11 $\triangle BCD$와 $\triangle ACE$에서

$\triangle ABC$와 $\triangle DCE$가 정삼각형이므로

$\overline{BC}=\overline{AC}$, $\overline{CD}=\overline{CE}$,

$\angle BCD=60°+\angle ACD=\angle ACE$

$\therefore$ $\triangle BCD\equiv\triangle ACE$ (SAS 합동)

$\triangle ABF$에서

$\angle x=180°-(\angle FAB+\angle ABF)$
$=180°-(60°+\angle EAC+60°-\angle DBC)$

이때 $\angle EAC=\angle DBC$이므로

$\angle x=180°-120°=60°$

12 $\triangle ABD$와 $\triangle ACE$에서

$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AC}$, $\overline{AD}=\overline{AE}$,

$\angle BAD=60°-\angle DAC=\angle CAE$

$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle ACE$ (SAS 합동)

따라서 $\angle AEC=\angle ADB=80°$이므로

$\angle CED=\angle AEC-\angle AED=80°-60°=20°$

13 $\triangle ABF$와 $\triangle AEG$에서

$\triangle ABC$와 $\triangle ADE$는 정삼각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AE}=11\text{ cm}$, $\angle ABF=\angle AEG=60°$,

$\angle BAF=60°-\angle FAG=\angle EAG$

$\therefore$ $\triangle ABF\equiv\triangle AEG$ (ASA 합동)

$\therefore$ $\overline{BF}=\overline{EG}=11-3=8\text{(cm)}$

14 주어진 도형은 평행사변형이므로 $\overline{AB}/\!/\overline{DC}$, $\overline{AD}/\!/\overline{BC}$

(i) $\triangle ABC$와 $\triangle CDA$에서

$\angle BAC=\angle DCA$ (엇각), $\angle BCA=\angle DAC$ (엇각)

$\overline{AC}$는 공통

$\therefore$ $\triangle ABC\equiv\triangle CDA$ (ASA 합동)

(ii) $\triangle ABD$와 $\triangle CDB$에서

$\angle ABD=\angle CDB$ (엇각), $\angle ADB=\angle CBD$ (엇각)

$\overline{BD}$는 공통

$\therefore$ $\triangle ABD\equiv\triangle CDB$ (ASA 합동)

(iii) $\triangle ABO$와 $\triangle CDO$에서
$\overline{AB}=\overline{CD}$, $\angle OAB=\angle OCD$ (엇각)
$\angle OBA=\angle ODC$(엇각)
$\therefore$ $\triangle ABO\equiv\triangle CDO$ (ASA 합동)
(iv) $\triangle AOD$와 $\triangle COB$에서
$\overline{AD}=\overline{CB}$, $\angle OAD=\angle OCB$ (엇각)
$\angle ODA=\angle OBC$ (엇각)
$\therefore$ $\triangle AOD\equiv\triangle COB$ (ASA 합동)

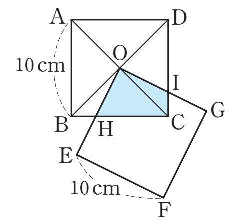
15 $\triangle AEF$와 $\triangle CED$에서
$\overline{AF}=\overline{CD}$, $\angle F=\angle D$
$\angle AEF=\angle CED$ (맞꼭지각)이므로
$\angle FAE=180°-(\angle F+\angle AEF)$
$=180°-(\angle D+\angle CED)$
$=\angle DCE$
$\therefore$ $\triangle AEF\equiv\triangle CED$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{EA}=\overline{EC}$이므로
($\triangle AEF$의 둘레의 길이)
$=\overline{AF}+\overline{FE}+\overline{EA}=\overline{AF}+\overline{FE}+\overline{EC}$
$=\overline{AF}+\overline{FC}=\overline{AB}+\overline{BC}$
$=5+12=17$(cm)

16 $\triangle DAE$와 $\triangle DCE$에서
사각형 ABCD가 정사각형이므로
$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle ADE=\angle CDE=45°$, $\overline{DE}$는 공통
$\therefore$ $\triangle DAE\equiv\triangle DCE$ (SAS 합동)
즉, $\angle CED=\angle AED=102°$이므로
$\angle BEC=180°-102°=78°$
따라서 $\triangle BCE$에서
$\angle x=180°-(45°+78°)=57°$

17 $\triangle BCE$와 $\triangle DCG$에서
두 사각형 ABCD와 ECGF가 정사각형이므로
$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{CE}=\overline{CG}$, $\angle BCE=\angle DCG=90°$
$\therefore$ $\triangle BCE\equiv\triangle DCG$ (SAS 합동)
따라서 $\triangle DCG$의 둘레의 길이는
$\overline{DC}+\overline{CG}+\overline{DG}=\overline{BC}+\overline{CE}+\overline{BE}$
$=5+(5+7)+13$
$=30$(cm)

18 $\triangle GBC$와 $\triangle EDC$에서
두 사각형 ABCD와 EFGC가 정사각형이므로
$\overline{BC}=\overline{DC}$, $\overline{GC}=\overline{EC}$,
$\angle BCG=90°-\angle GCD=\angle DCE$
$\therefore$ $\triangle GBC\equiv\triangle EDC$ (SAS 합동)
$\angle EDC=\angle GBC=90°-72°=18°$
$\angle DHE=180°-65°=115°$
따라서 $\triangle DHE$에서
$\angle DEF=180°-(18°+115°)=47°$

19 오른쪽 그림의 $\triangle OBH$와 $\triangle OCI$에서 두 사각형 ABCD와 OEFG가 정사각형이므로 $\overline{OB}=\overline{OC}$,



$\angle OBH=\angle OCI=\frac{1}{2}\times 90°=45°$,
$\angle BOH=90°-\angle HOC=\angle COI$
$\therefore$ $\triangle OBH\equiv\triangle OCI$ (ASA 합동)
따라서 색칠한 부분의 넓이는
$\triangle OHC+\triangle OCI=\triangle OHC+\triangle OBH$
$=\triangle OBC$
$=\frac{1}{4}\times$(정사각형 ABCD의 넓이)
$=\frac{1}{4}\times(10\times 10)=25(\text{cm}^2)$

P. 26~27 **내신 1% 뛰어넘기**

01 ②, ⑤ **02** 4 **03** ④ **04** 90° **05** 20 cm
06 75°

01 길잡이 크기가 90°인 각의 삼등분선은 정삼각형의 세 각의 크기가 모두 60°임을 이용하여 작도할 수 있다.
① $\overrightarrow{OP}$, $\overrightarrow{OQ}$가 $\angle AOB$의 삼등분선이므로
$\angle AOQ=\angle QOP=\angle POB=\frac{1}{3}\angle AOB$
$\therefore$ $\angle AOP=\angle AOQ+\angle QOP=\frac{2}{3}\angle AOB$
② $\triangle AOQ$와 $\triangle POQ$에서
$\overline{AO}=\overline{PO}$, $\angle AOQ=\angle POQ$, $\overline{OQ}$는 공통이므로
$\triangle AOQ\equiv\triangle POQ$ (SAS 합동)
즉, $\overline{AQ}=\overline{PQ}$이므로 $\triangle APQ$에서
$\overline{AP}<\overline{AQ}+\overline{PQ}=2\overline{PQ}$
③ $\overline{OA}=\overline{OQ}$이므로 $\triangle AOQ$는 이등변삼각형이다.
즉, $\angle OAQ=\frac{1}{2}\times(180°-\angle AOQ)$
$=\frac{1}{2}\times(180°-30°)=75°$
④ 세 점 O, A, B를 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 각각 그렸으므로 $\overline{OA}=\overline{OP}=\overline{AP}$이다.
즉, $\triangle AOP$는 정삼각형이다.
⑤ 주어진 그림은 정삼각형의 세 각의 크기가 모두 60°임을 이용하여 작도한 것이다.
㉡ 점 O를 중심으로 원을 그려 $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$와의 교점을 각각 A, B라 한다.
㉢ 두 점 A, B를 중심으로 $\overline{OA}$의 길이를 반지름으로 하는 원을 그려 ㉡의 원과의 교점을 각각 P, Q라 한다.
㉠ 두 점 O, P를 지나는 $\overrightarrow{OP}$, 두 점 O, Q를 지나는 $\overrightarrow{OQ}$를 그리면 $\angle AOQ=\angle QOP=\angle POB$이다.
즉, 작도 순서는 ㉡ → ㉢ → ㉠이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

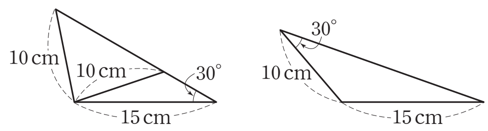
02 길잡이 두 변의 길이와 그 끼인각이 아닌 다른 한 각의 크기가 주어지면 삼각형이 하나로 정해지지 않으므로 주어진 조건을 만족시키는 삼각형의 여러 가지 모양을 모두 생각해 본다.

두 변의 길이와 그 끼인각의 크기가 주어지면 삼각형은 하나로 정해지므로

$x=1$

주어진 각이 두 변의 끼인각이 아닐 때 만들 수 있는 삼각형은 다음 그림과 같이 3개이므로

$y=3$



$\therefore x+y=1+3=4$

03 길잡이 $\triangle$ABC와 합동인 두 삼각형을 찾는다.

$\triangle$DBE와 $\triangle$ABC에서

$\overline{DB}=\overline{AB}$, $\overline{BE}=\overline{BC}$,

$\angle DBE=60^\circ-\angle EBA=\angle ABC$ (①)

$\therefore \triangle DBE\equiv\triangle ABC$ (SAS 합동)

$\triangle$FEC와 $\triangle$ABC에서

$\overline{FC}=\overline{AC}$, $\overline{EC}=\overline{BC}$,

$\angle FCE=60^\circ-\angle ECA=\angle ACB$

$\therefore \triangle FEC\equiv\triangle ABC$ (SAS 합동)

② $\triangle DBE\equiv\triangle ABC\equiv\triangle FEC$

③ $\overline{CF}=\overline{CA}=\overline{ED}=7$ cm

④ $\angle DEC=\angle DEB+60^\circ$

$\angle FEB=\angle FEC+60^\circ$

이때 $\angle DEB\neq\angle FEC$이므로

$\angle DEC\neq\angle FEB$

⑤ (오각형 DBCFE의 둘레의 길이)

$=\overline{BC}+\overline{CF}+\overline{FE}+\overline{ED}+\overline{DB}$

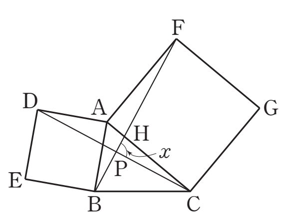
$=\overline{BC}+\overline{CA}+\overline{AB}+\overline{CA}+\overline{AB}$

$=9+7+4+7+4=31$(cm)

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

04 길잡이 합동인 두 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림의 $\triangle$ADC와 $\triangle$ABF에서 두 사각형 DEBA와 ACGF가 정사각형이므로



$\overline{AD}=\overline{AB}$, $\overline{AC}=\overline{AF}$,

$\angle DAC=90^\circ+\angle BAC$

$=\angle BAF$

$\therefore \triangle ADC\equiv\triangle ABF$ (SAS 합동) $\cdots$ ㉠

$\triangle$FAH와 $\triangle$CPH에서

$\angle AFH=\angle PCH$ ($\because$ ㉠)이고

$\angle AHF=\angle PHC$ (맞꼭지각)

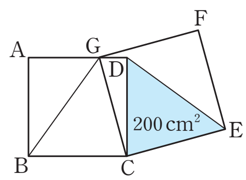
$\therefore \angle x=180^\circ-(\angle PCH+\angle PHC)$

$=180^\circ-(\angle AFH+\angle AHF)$

$=\angle FAH=90^\circ$

05 길잡이 $\triangle$DCE와 합동인 삼각형을 찾는다.

오른쪽 그림의 $\triangle$BCG와 $\triangle$DCE에서 두 사각형 ABCD와 GCEF가 정사각형이므로



$\overline{GC}=\overline{EC}$, $\overline{BC}=\overline{DC}$,

$\angle BCG=90^\circ-\angle GCD$

$=\angle DCE$

$\therefore \triangle BCG\equiv\triangle DCE$ (SAS 합동)

따라서 $\triangle$BCG의 넓이는 $\triangle$DCE의 넓이와 같으므로

$\overline{AB}=x$ cm라 하면

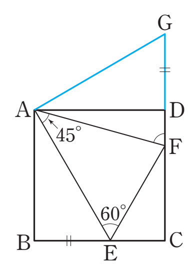
$\frac{1}{2}x^2=200$, $x^2=400=20^2$

$\therefore x=20$(cm)

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 20 cm이다.

06 길잡이 보조선을 그어 $\triangle$ABE와 합동인 삼각형을 만든다.

오른쪽 그림과 같이 $\overline{DG}=\overline{BE}$가 되도록 $\overline{CD}$의 연장선 위에 점 G를 잡으면



$\triangle$ABE와 $\triangle$ADG에서

사각형 ABCD가 정사각형이므로

$\overline{AB}=\overline{AD}$, $\overline{BE}=\overline{DG}$,

$\angle ABE=\angle ADG=90^\circ$이므로

$\triangle ABE\equiv\triangle ADG$ (SAS 합동) $\cdots$ ㉠

$\therefore \angle GAF=\angle GAD+\angle DAF$

$=\angle EAB+\angle DAF$

$=90^\circ-\angle EAF$

$=90^\circ-45^\circ=45^\circ$

또 $\triangle$AEF와 $\triangle$AGF에서

$\overline{AF}$는 공통, $\overline{AE}=\overline{AG}$ ($\because$ ㉠), $\angle EAF=\angle GAF=45^\circ$

$\therefore \triangle AEF\equiv\triangle AGF$ (SAS 합동)

$\therefore \angle AFD=\angle AFE=180^\circ-(45^\circ+60^\circ)=75^\circ$

P. 28~29 **1~2 서술형 완성하기**

[과정은 풀이 참조]

1 (1) 6 cm (2) 18 cm **2** 14

3 (1) 91° (2) 52° **4** 4개

5 (1) ㉠ → ㉤ → ㉡ → ㉥ → ㉢ → ㉣ (2) 풀이 참조

6 $\triangle BPM\equiv\triangle CQM$, ASA 합동

7 $\angle x=84^\circ$, $\angle y=126^\circ$ **8** 66°

1 (1) $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}$이고 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점이 각각 M, N이므로

$\overline{MB}=\overline{CN}=\frac{1}{2}\overline{BC}$

$\therefore\ \overline{MN}=\overline{MB}+\overline{BC}+\overline{CN}$

$=\frac{1}{2}\overline{BC}+\overline{BC}+\frac{1}{2}\overline{BC}=2\overline{BC}$ … (i)

이때 $\overline{MN}=12\,\mathrm{cm}$이므로

$\overline{BC}=\frac{1}{2}\overline{MN}=\frac{1}{2}\times 12=6(\mathrm{cm})$ … (ii)

(2) $\overline{AD}=3\overline{BC}=3\times 6=18(\mathrm{cm})$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\overline{MN}=2\overline{BC}$임을 알기	40 %
(ii) $\overline{BC}$의 길이 구하기	30 %
(iii) $\overline{AD}$의 길이 구하기	30 %

2 모서리 CD와 꼬인 위치에 있는 모서리는

$\overline{EF}$, $\overline{FG}$, $\overline{HI}$, $\overline{HK}$, $\overline{IJ}$, $\overline{JK}$, $\overline{AH}$, $\overline{BI}$, $\overline{FJ}$의 9개이므로

$a=9$ … (i)

면 FJKG와 수직인 면은

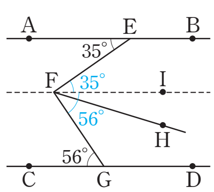
면 EFG, 면 BIJFEC, 면 HIJK, 면 AHKD, 면 ABCD의 5개이므로

$b=5$ … (ii)

$\therefore\ a+b=9+5=14$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) a의 값 구하기	40 %
(ii) b의 값 구하기	40 %
(iii) $a+b$의 값 구하기	20 %

3 (1) 다음 그림과 같이 점 F를 지나고 두 직선 AB, CD에 평행한 직선을 그으면



$\angle EFI=\angle AEF=35^\circ$(엇각)

$\angle IFG=\angle FGC=56^\circ$(엇각)

$\therefore\ \angle EFG=\angle EFI+\angle IFG$

$=35^\circ+56^\circ=91^\circ$ … (i)

(2) $\angle EFH=\frac{4}{3}\angle HFG$이므로

$\angle EFG=\angle EFH+\angle HFG$

$=\frac{4}{3}\angle HFG+\angle HFG$

$=\frac{7}{3}\angle HFG=91^\circ$

$\therefore\ \angle HFG=\frac{3}{7}\times 91^\circ=39^\circ$ … (ii)

$\therefore\ \angle EFH=\frac{4}{3}\angle HFG=\frac{4}{3}\times 39^\circ=52^\circ$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle EFG$의 크기 구하기	30 %
(ii) $\angle HFG$의 크기 구하기	40 %
(iii) $\angle EFH$의 크기 구하기	30 %

4 가장 긴 변의 길이가 $x\,\mathrm{cm}$일 때

$x<4+9$

$\therefore\ x<13$ … ㉠ … (i)

가장 긴 변의 길이가 $9\,\mathrm{cm}$일 때

$9<4+x$

$\therefore\ x>5$ … ㉡ … (ii)

즉, ㉠, ㉡에서 $5<x<13$ … (iii)

따라서 x의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 6, 7, 8, 9의 4개이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) 가장 긴 변의 길이가 $x\,\mathrm{cm}$일 때, x의 값의 범위 구하기	30 %
(ii) 가장 긴 변의 길이가 $9\,\mathrm{cm}$일 때, x의 값의 범위 구하기	30 %
(iii) x의 값의 범위 구하기	20 %
(iv) x의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수의 개수 구하기	20 %

5 (1) 크기가 같은 각의 작도를 이용한 것이므로 작도 순서는

㉠ → ㉤ → ㉡ → ㉥ → ㉢ → ㉣이다. … (i)

(2) $\triangle ABC$와 $\triangle PQR$에서

$\overline{AB}=\overline{PQ}$, $\overline{BC}=\overline{QR}$, $\overline{AC}=\overline{PR}$

이므로 대응하는 세 변의 길이가 각각 같다. … (ii)

$\therefore\ \triangle ABC\equiv\triangle PQR$ (SSS 합동) … (iii)

따라서 합동인 두 삼각형에서 대응각의 크기는 같으므로

$\angle CAB=\angle RPQ$이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) 작도 순서 나열하기	30 %
(ii) $\triangle ABC$와 $\triangle PQR$가 합동인 이유 보이기	30 %
(iii) 두 삼각형이 합동임을 기호 ≡를 사용하여 나타내고 합동 조건 말하기	30 %
(iv) $\angle CAB=\angle RPQ$임을 설명하기	10 %

6 $\triangle BPM$과 $\triangle CQM$에서

$\overline{BM}=\overline{CM}$, $\angle BMP=\angle CMQ$(맞꼭지각)

이때 $\angle BPM=\angle CQM$이므로

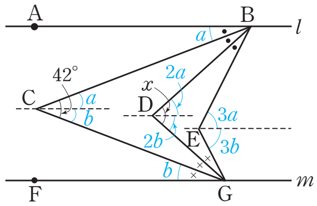
$\angle PBM=\angle QCM$ … (i)

따라서 대응하는 한 변의 길이가 같고, 그 양 끝 각의 크기가 각각 같으므로

$\triangle BPM\equiv\triangle CQM$ (ASA 합동) … (ii)

채점 기준	비율
(i) $\triangle BPM$과 $\triangle CQM$이 합동인 이유 보이기	60 %
(ii) 두 삼각형이 합동임을 기호 ≡를 사용하여 나타내고 합동 조건 말하기	40 %

7 다음 그림과 같이 세 점 C, D, E를 각각 지나고 두 직선 l, m에 평행한 세 직선을 긋자.



$\angle ABC=\angle a$, $\angle FGC=\angle b$라 하면

$\angle BCG=\angle a+\angle b=42°$ ⋯ (ⅰ)

$\angle ABD=2\angle a$, $\angle FGD=2\angle b$이므로

$\angle x=2\angle a+2\angle b=2(\angle a+\angle b)=2\times 42°=84°$ ⋯ (ⅱ)

$\angle ABE=3\angle a$, $\angle FGE=3\angle b$이므로

$\angle y=3\angle a+3\angle b=3(\angle a+\angle b)=3\times 42°=126°$ ⋯ (ⅲ)

채점 기준	비율
(ⅰ) $\angle BCG$의 크기를 문자를 사용한 식으로 나타내기	20 %
(ⅱ) $\angle x$의 크기 구하기	40 %
(ⅲ) $\angle y$의 크기 구하기	40 %

8 $\triangle AED$와 $\triangle CED$에서

$\overline{AD}=\overline{CD}$, $\angle ADE=\angle CDE=45°$, $\overline{DE}$는 공통

$\therefore$ $\triangle AED\equiv\triangle CED$ (SAS 합동) ⋯ (ⅰ)

$\overline{AD}/\!/\overline{BF}$이므로

$\angle DAE=\angle AFC=38°$ (엇각)

즉, $\angle DCE=\angle DAE=38°$이므로

$\angle BCE=90°-\angle DCE$

$=90°-38°=52°$ ⋯ (ⅱ)

$\angle ECF=180°-\angle BCE$

$=180°-52°=128°$

이므로 $\triangle CEF$에서

$\angle CEF=180°-(128°+38°)=14°$ ⋯ (ⅲ)

$\therefore$ $\angle BCE+\angle CEF=52°+14°=66°$ ⋯ (ⅳ)

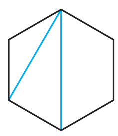
채점 기준	비율
(ⅰ) $\triangle AED$와 $\triangle CED$가 합동임을 보이기	40 %
(ⅱ) $\angle BCE$의 크기 구하기	25 %
(ⅲ) $\angle CEF$의 크기 구하기	25 %
(ⅳ) $\angle BCE+\angle CEF$의 값 구하기	10 %

3. 다각형

P. 32~34 개념+대표 문제 확인하기

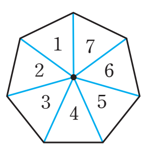
1 ①, ⑤	**2** 25	**3** 7개	**4** 정구각형	
5 ④	**6** 118°	**7** 234°	**8** 76°	**9** 63°
10 35개	**11** 100°	**12** 6개	**13** ①	**14** ⑤
15 ④	**16** 31.5°			

1 ① 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형을 정다각형이라 한다.
⑤ 오른쪽 그림의 정육각형에서 두 대각선의 길이는 같지 않다.



2 십오각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $15-3=12$(개)이므로 $a=12$
이때 만들어지는 삼각형의 개수는 $15-2=13$(개)이므로 $b=13$
$\therefore\ a+b=12+13=25$

3 주어진 다각형을 n각형이라 하면
한 꼭짓점에서 대각선을 모두 그었을 때 만들어지는 삼각형의 개수는 $(n-2)$개이므로
$n-2=5\qquad \therefore\ n=7$, 즉 칠각형
따라서 칠각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 만들어지는 삼각형의 개수는 오른쪽 그림과 같으므로 7개이다.

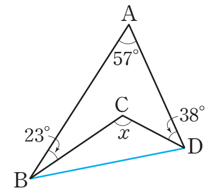


참고 n각형의 내부의 한 점에서 각 꼭짓점에 선분을 그었을 때 만들어지는 삼각형의 개수는 n개이다.

4 ㈎에서 모든 변의 길이가 같고 모든 내각의 크기가 같은 다각형은 정다각형이다.
㈏에서 대각선의 개수가 27개인 다각형을 정n각형이라 하면
$\dfrac{n(n-3)}{2}=27,\ \underline{n}(n-3)=54=\underline{9}\times6$
$\therefore\ n=9$
따라서 구하는 다각형은 정구각형이다.

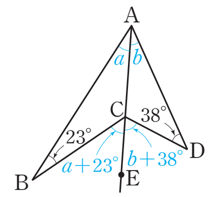
5 주어진 다각형을 n각형이라 하면
한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이므로
$n-3=17\qquad \therefore\ n=20$, 즉 이십각형
따라서 이십각형의 대각선의 개수는
$\dfrac{20\times(20-3)}{2}=\dfrac{20\times17}{2}=170$(개)

6 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BD}$를 그으면



$\triangle$ABD에서
$57°+23°+38°+\angle CBD+\angle CDB=180°$
$\triangle$CBD에서
$\angle x+\angle CBD+\angle CDB=180°$
$\therefore\ \angle x=57°+23°+38°=118°$

다른 풀이 삼각형의 내각과 외각 사이의 관계 이용하기
오른쪽 그림과 같이 $\overline{AC}$의 연장선을 그으면

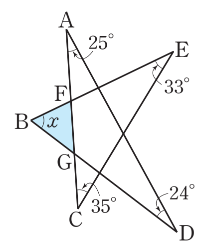


$\triangle$ABC에서 $\angle BCE=\angle a+23°$
$\triangle$ACD에서 $\angle DCE=\angle b+38°$
$\therefore\ \angle x=\angle BCE+\angle DCE$
$=(\angle a+23°)+(\angle b+38°)$
$=(\angle a+\angle b)+23°+38°$
$=57°+23°+38°=118°$

7 $\triangle$ABC에서
$\angle x=42°+60°=102°$
$\triangle$EDB에서
$\angle y=30°+\angle x=30°+102°=132°$
$\therefore\ \angle x+\angle y=102°+132°=234°$

8 $\angle BAD=\angle CAD=\dfrac{1}{2}\times(180°-118°)=31°$
$\angle ACD=180°-135°=45°$
따라서 $\triangle$ADC에서
$\angle x=\angle CAD+\angle ACD$
$=31°+45°=76°$

9 오른쪽 그림의 $\triangle$AGD에서



$\angle BGF=25°+24°=49°$
$\triangle$EFC에서
$\angle BFG=33°+35°=68°$
따라서 $\triangle$BGF에서
$\angle x+\angle BGF+\angle BFG=180°$
$\angle x+49°+68°=180°$
$\therefore\ \angle x=180°-(49°+68°)=63°$

10 주어진 다각형을 n각형이라 하면
$180°\times(n-2)=1440°,\ n-2=8$
$\therefore\ n=10$, 즉 십각형
따라서 십각형의 대각선의 개수는
$\dfrac{10\times(10-3)}{2}=\dfrac{10\times7}{2}=35$(개)

11 육각형의 외각의 크기의 합은 360°이므로
$(180°-\angle x)+50°+(180°-110°)+30°$
$+(180°-90°)+40°=360°$
$460°-\angle x=360°\qquad \therefore\ \angle x=100°$

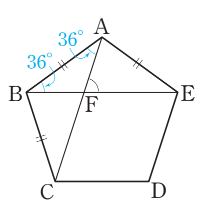
다른 풀이 내각의 크기의 합 이용하기
육각형의 내각의 크기의 합은
$180^\circ\times(6-2)=720^\circ$이므로
$\angle x+(180^\circ-50^\circ)+110^\circ+(180^\circ-30^\circ)$
$+90^\circ+(180^\circ-40^\circ)=720^\circ$
$\angle x+620^\circ=720^\circ$
$\therefore \angle x=100^\circ$

12 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면
$\dfrac{180^\circ\times(n-2)}{n}=140^\circ$
$180^\circ\times n-360^\circ=140^\circ\times n$
$40^\circ\times n=360^\circ$ $\quad\therefore n=9$, 즉 정구각형
따라서 정구각형의 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는
$9-3=6$(개)
다른 풀이 주어진 정다각형 구하기
다각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로
(한 외각의 크기)$=180^\circ-140^\circ=40^\circ$
주어진 정다각형을 정n각형이라 하면
$\dfrac{360^\circ}{n}=40^\circ$ $\quad\therefore n=9$, 즉 정구각형

13 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면
$\dfrac{360^\circ}{n}=30^\circ$ $\quad\therefore n=12$, 즉 정십이각형
따라서 정십이각형의 내각의 크기의 합은
$180^\circ\times(12-2)=1800^\circ$

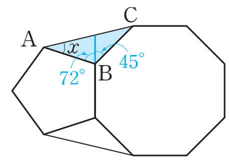
14 한 내각의 크기와 한 외각의 크기의 합은 180°이므로
(한 외각의 크기)$=180^\circ\times\dfrac{1}{9+1}=18^\circ$
구하는 정다각형을 정n각형이라 하면
$\dfrac{360^\circ}{n}=18^\circ$ $\quad\therefore n=20$
따라서 구하는 정다각형은 정이십각형이다.

15 정오각형의 한 내각의 크기는
$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$



오른쪽 그림에서 $\triangle ABC$는
$\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAC=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$
$\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ABE=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-108^\circ)=36^\circ$
따라서 $\triangle ABF$에서
$\angle AFE=\angle BAF+\angle ABF$
$=36^\circ+36^\circ$
$=72^\circ$

16 오른쪽 그림과 같이 정오각형과 정팔각형의 공통된 변을 연장하여 보조선을 그으면



정오각형의 한 외각의 크기는
$\dfrac{360^\circ}{5}=72^\circ$
정팔각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{8}=45^\circ$
$\therefore \angle ABC=72^\circ+45^\circ=117^\circ$
따라서 $\triangle ABC$는 $\overline{BA}=\overline{BC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle x=\dfrac{1}{2}\times(180^\circ-117^\circ)=31.5^\circ$

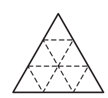
P. 35~39 내신 5% 따라잡기

1 14개	**2** ①	**3** ⑤	**4** 105	**5** ②
6 100°	**7** 92°	**8** ③	**9** 34°	**10** 116°
11 27°	**12** 20°	**13** 54°	**14** ③	**15** 119개
16 ⑤	**17** 104°	**18** 360°	**19** 1080°	**20** 330°
21 540°	**22** 정십오각형		**23** ③, ④	**24** 105°
25 67.5°	**26** ③	**27** 96°	**28** 60°	**29** 144°
30 36°				

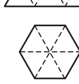
1 (i) 작은 정삼각형 1개로 이루어진 정삼각형: 9개

(ii) 작은 정삼각형 4개로 이루어진 정삼각형: 3개

(iii) 작은 정삼각형 9개로 이루어진 정삼각형: 1개



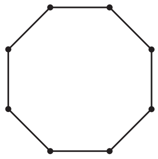
(iv) 작은 정삼각형 6개로 이루어진 정육각형: 1개



따라서 (i)~(iv)에 의해 정다각형은 모두
$9+3+1+1=14$(개)이다.

2 구하는 다각형을 n각형이라 하면
한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이므로
$a=n-3$
이때 만들어지는 삼각형의 개수는 $(n-2)$개이므로
$b=n-2$
즉, $a+b=21$에서 $(n-3)+(n-2)=21$
$2n-5=21$, $2n=26$ $\qquad\therefore n=13$
따라서 구하는 다각형은 십삼각형이다.

3 오른쪽 그림과 같이 8명의 학생을 8개의 점으로 두고 서로 연결하면 팔각형의 각 꼭짓점을 서로 연결하는 것과 같다.



이때 이웃하는 학생끼리 악수를 하는 횟수는 팔각형의 변의 개수와 같으므로 8번이고, 이웃하지 않는 학생끼리 악수를 하는 횟수는 팔각형의 대각선의 개수와 같으므로 $\frac{8\times(8-3)}{2}=20$(번)이다.

따라서 악수를 하는 횟수는 모두 $8+20=28$(번)이다.

4 주어진 다각형을 n각형이라 하면 $a=n$, $b=\frac{n(n-3)}{2}$이고

$a:b=1:6$이므로

$n:\frac{n(n-3)}{2}=1:6$

$\frac{n(n-3)}{2}=6n$, $\frac{n-3}{2}=6$, $n-3=12$

$\therefore n=15$

따라서 주어진 다각형은 십오각형이므로

$a=n=15$

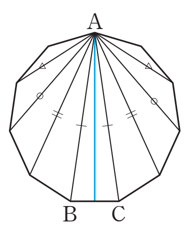
$b=\frac{n(n-3)}{2}=\frac{15(15-3)}{2}=90$

$\therefore a+b=15+90=105$

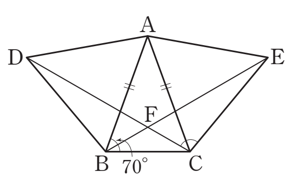
5 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면 한 꼭짓점에서 그을 수 있는 대각선의 개수는 $(n-3)$개이므로

$n-3=8$ $\quad\therefore n=11$, 즉 정십일각형

따라서 오른쪽 그림과 같이 정십일각형은 점 A와 $\overline{BC}$의 중점을 연결한 선분에 대하여 대칭이므로 길이가 서로 다른 대각선의 개수는 4개이다.



6 오른쪽 그림의 이등변삼각형 ABC에서



$\angle ACB=\angle ABC=70°$이므로

$\angle BAC$

$=180°-(70°+70°)=40°$

$\angle DAC=\angle DAB+\angle BAC$

$\quad=60°+40°=100°$

$\triangle ADC$는 $\overline{AD}=\overline{AC}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ACD=\frac{1}{2}\times(180°-100°)$

$\quad=\frac{1}{2}\times 80°=40°$

$\therefore \angle FCE=\angle ACD+\angle ACE$

$\quad=40°+60°=100°$

7 $\triangle ABC$에서 $\angle B+\angle C=180°-48°=132°$

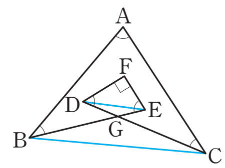
$\triangle DBC$에서

$\angle BDC=180°-(\angle DBC+\angle DCB)$

$\quad=180°-\frac{2}{3}(\angle B+\angle C)$

$\quad=180°-\frac{2}{3}\times 132°=92°$

8 오른쪽 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{DE}$를 그으면



$\angle DGE=\angle BGC$ (맞꼭지각)

이므로

$\angle GBC+\angle GCB$

$=\angle GDE+\angle GED$

$\therefore \angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$

$\quad=\angle A+\angle B+\angle C$

$\quad\quad+(\angle FDE+\angle GDE)+(\angle FED+\angle GED)$

$\quad=(\angle A+\angle B+\angle C+\angle GDE+\angle GED)$

$\quad\quad+(\angle FDE+\angle FED)$

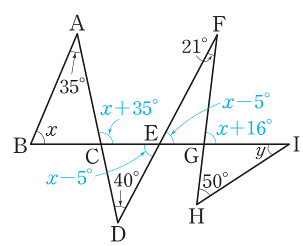
$\quad=(\triangle ABC$의 내각의 크기의 합$)+(\angle FDE+\angle FED)$

이때 $\triangle FDE$에서

$\angle FDE+\angle FED=180°-\angle F=180°-90°=90°$이므로

$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E=180°+90°=270°$

9



위의 그림의 $\triangle ABC$에서

$\angle ACE=\angle x+35°$

$\triangle CDE$에서

$\angle x+35°=\angle CED+40°$이므로

$\angle CED=\angle x-5°$

$\angle FEG=\angle CED=\angle x-5°$ (맞꼭지각)이므로

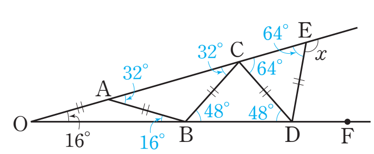
$\triangle FEG$에서

$\angle FGI=21°+(\angle x-5°)=\angle x+16°$

또 $\triangle IGH$에서 $\angle FGI=\angle y+50°$이므로

$\angle x+16°=\angle y+50°$ $\quad\therefore \angle x-\angle y=34°$

10



위의 그림에서 $\triangle AOB$는 $\overline{AO}=\overline{AB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle ABO=\angle AOB=16°$

$\therefore \angle BAC=16°+16°=32°$

$\triangle$CAB는 $\overline{\mathrm{BA}}=\overline{\mathrm{BC}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{BCA}=\angle\mathrm{BAC}=32^\circ$

$\triangle$COB에서

$\angle\mathrm{CBD}=\angle\mathrm{COB}+\angle\mathrm{BCO}=16^\circ+32^\circ=48^\circ$

$\triangle$CBD는 $\overline{\mathrm{CB}}=\overline{\mathrm{CD}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{CDB}=\angle\mathrm{CBD}=48^\circ$

$\triangle$COD에서

$\angle\mathrm{DCE}=\angle\mathrm{COD}+\angle\mathrm{CDO}$

$=16^\circ+48^\circ=64^\circ$

$\triangle$ECD는 $\overline{\mathrm{DC}}=\overline{\mathrm{DE}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{DEC}=\angle\mathrm{DCE}=64^\circ$

$\therefore\ \angle x=180^\circ-\angle\mathrm{DEC}$

$=180^\circ-64^\circ=116^\circ$

11 $\triangle$DBE는 $\triangle$ABC를 점 B를 중심으로 시계 반대 방향으로 30°만큼 회전시킨 것이므로

$\triangle\mathrm{DBE}\equiv\triangle\mathrm{ABC}$이고 $\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{AB}}$, $\angle\mathrm{E}=\angle\mathrm{C}=48^\circ$

$\angle\mathrm{DBE}=\angle\mathrm{ABC}$에서

$\angle\mathrm{DBA}+\angle\mathrm{ABE}=\angle\mathrm{ABE}+30^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{DBA}=30^\circ$

즉, $\triangle$DBA는 $\overline{\mathrm{DB}}=\overline{\mathrm{AB}}$인 이등변삼각형이므로

$\angle\mathrm{BAD}=\angle\mathrm{BDA}=\frac{1}{2}\times(180^\circ-30^\circ)=75^\circ$

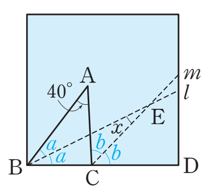
$\triangle$BAE에서

$\angle\mathrm{BAD}=\angle\mathrm{ABE}+\angle\mathrm{AEB}$이므로

$75^\circ=\angle\mathrm{ABE}+48^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{ABE}=27^\circ$

12 오른쪽 그림에서 $\angle\mathrm{ABE}=\angle a$,



$\angle\mathrm{ACE}=\angle b$라 하면

$\angle\mathrm{EBC}=\angle\mathrm{ABE}=\angle a$ (접은 각)

$\angle\mathrm{ECD}=\angle\mathrm{ACE}=\angle b$ (접은 각)

$\triangle$ABC에서

$\angle\mathrm{ACD}=40^\circ+\angle\mathrm{B}$이므로

$2\angle b=40^\circ+2\angle a$

$\therefore\ \angle b=20^\circ+\angle a$ $\cdots$ ㉠

$\triangle$EBC에서 $\angle\mathrm{ECD}=\angle x+\angle\mathrm{EBC}$이므로

$\angle b=\angle x+\angle a$ $\cdots$ ㉡

따라서 ㉠, ㉡에서 $20^\circ+\angle a=\angle x+\angle a$

$\therefore\ \angle x=20^\circ$

13 $\angle\mathrm{DBE}=\angle\mathrm{EBC}=\angle a$, $\angle\mathrm{BCE}=\angle\mathrm{ECF}=\angle b$라 하면

$\triangle$ABC에서

$\angle\mathrm{ABC}=180^\circ-2\angle a$, $\angle\mathrm{ACB}=180^\circ-2\angle b$이므로

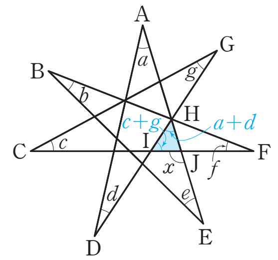
$72^\circ+(180^\circ-2\angle a)+(180^\circ-2\angle b)=180^\circ$

$2\angle a+2\angle b=252^\circ$ $\quad\therefore\ \angle a+\angle b=126^\circ$

따라서 $\triangle$BEC에서

$\angle\mathrm{BEC}=180^\circ-(\angle a+\angle b)=180^\circ-126^\circ=54^\circ$

14 오른쪽 그림의 $\triangle$ADH에서



$\angle\mathrm{DHE}=\angle a+\angle d$

$\triangle$GCI에서

$\angle\mathrm{GIF}=\angle c+\angle g$

따라서 $\triangle$HIJ에서

$\angle x$

$=(\angle a+\angle d)+(\angle c+\angle g)$

$=\angle a+\angle c+\angle d+\angle g$

15 주어진 다각형을 n각형이라 하면 n각형의 한 꼭짓점에서 내각과 외각의 크기의 합은 180°이므로

$n\times180^\circ=3060^\circ$

$\therefore\ n=17$, 즉 십칠각형

따라서 십칠각형의 대각선의 개수는

$\frac{17\times(17-3)}{2}=\frac{17\times14}{2}=119$(개)

16 오각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(5-2)=540^\circ$이므로

$\angle\mathrm{A}+\angle\mathrm{B}+100^\circ+\angle\mathrm{D}+\angle\mathrm{E}=540^\circ$

이때 $\angle\mathrm{FAE}=\angle\mathrm{FAB}$, $\angle\mathrm{FBC}=\angle\mathrm{FBA}$,

$\angle\mathrm{GDC}=\angle\mathrm{GDE}$, $\angle\mathrm{GEA}=\angle\mathrm{GED}$이므로

$2\angle\mathrm{FAB}+2\angle\mathrm{FBA}+100^\circ+2\angle\mathrm{GDE}+2\angle\mathrm{GED}=540^\circ$

$2\angle\mathrm{FAB}+2\angle\mathrm{FBA}+2\angle\mathrm{GDE}+2\angle\mathrm{GED}=440^\circ$

$\therefore\ \angle\mathrm{FAB}+\angle\mathrm{FBA}+\angle\mathrm{GDE}+\angle\mathrm{GED}=220^\circ$

따라서 $\triangle$ABF와 $\triangle$EDG에서

$\angle\mathrm{F}+\angle\mathrm{G}$

$=180^\circ-(\angle\mathrm{FAB}+\angle\mathrm{FBA})$

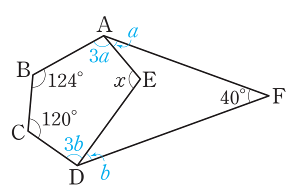
$+180^\circ-(\angle\mathrm{GDE}+\angle\mathrm{GED})$

$=360^\circ-(\angle\mathrm{FAB}+\angle\mathrm{FBA}+\angle\mathrm{GDE}+\angle\mathrm{GED})$

$=360^\circ-220^\circ$

$=140^\circ$

17



위의 그림에서 $\angle\mathrm{EAF}=\angle a$, $\angle\mathrm{EDF}=\angle b$라 하면

$\angle\mathrm{BAE}=3\angle a$, $\angle\mathrm{CDE}=3\angle b$이고

오각형의 내각의 크기의 합은 $180^\circ\times(5-2)=540^\circ$이므로

오각형 ABCDF에서

$4\angle a+124^\circ+120^\circ+4\angle b+40^\circ=540^\circ$

$4(\angle a+\angle b)=256^\circ$

$\therefore\ \angle a+\angle b=64^\circ$

따라서 오각형 ABCDE에서

$3\angle a+124^\circ+120^\circ+3\angle b+\angle x=540^\circ$

$3\angle a+3\angle b+\angle x=296^\circ$

$\therefore\ \angle x=296^\circ-3(\angle a+\angle b)$

$=296^\circ-3\times64^\circ$

$=296^\circ-192^\circ=104^\circ$

18 오른쪽 그림의 $\triangle GCD$에서

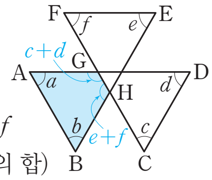
$\angle AGC = \angle c + \angle d$

$\triangle FHE$에서 $\angle FHB = \angle e + \angle f$

$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f$

$=$(사각형 ABHG의 내각의 크기의 합)

$= 360^\circ$



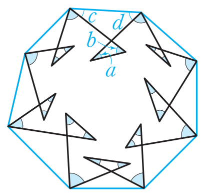
19 오른쪽 그림과 같이 보조선을 그으면

$\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$

이를 팔각형의 모든 변에서 생각하면 색칠한 모든 각의 크기의 합은 팔각형의 내각의 크기의 합과 같다.

따라서 색칠한 모든 각의 크기의 합은

$180^\circ \times (8-2) = 1080^\circ$



20 오른쪽 그림의 $\triangle EGF$에서

$\angle AGE = \angle E + 30^\circ$

$\triangle AGH$에서

$\angle BHD = \angle A + \angle AGH$

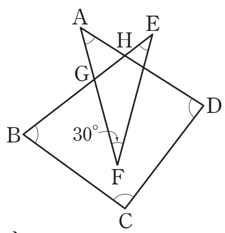
$= \angle A + (\angle E + 30^\circ)$

사각형 HBCD에서

$\angle BHD + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$이므로

$(\angle A + \angle E + 30^\circ) + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$

$\therefore \angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 330^\circ$



다른 풀이 오른쪽 그림과 같이 $\overline{AE}$, $\overline{BD}$를 그으면

$\angle a + \angle b = \angle c + \angle d$이므로

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E + \angle F$

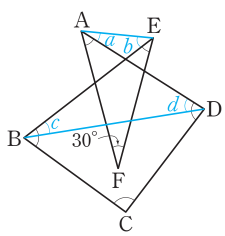
$=$($\triangle AFE$의 내각의 크기의 합)

$+$($\triangle BCD$의 내각의 크기의 합)

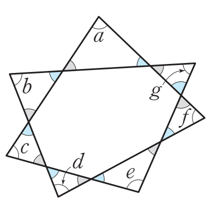
$= 180^\circ + 180^\circ = 360^\circ$

이때 $\angle F = 30^\circ$이므로

$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D + \angle E = 360^\circ - 30^\circ = 330^\circ$



21



$\angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g$

$=$(7개의 삼각형의 내각의 크기의 합)

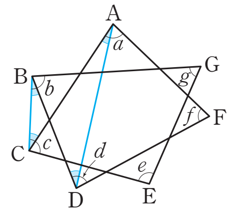
$-$(칠각형의 외각의 크기의 합)$\times 2$

$= 180^\circ \times 7 - 360^\circ \times 2$

$= 1260^\circ - 720^\circ$

$= 540^\circ$

다른 풀이



위의 그림과 같이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$를 그으면

$\angle CAD + \angle BDA = \angle DBC + \angle ACB$

$\therefore \angle a + \angle b + \angle c + \angle d + \angle e + \angle f + \angle g$

$=$(사각형 BCEG의 내각의 크기의 합)

$+$(삼각형 ADF의 내각의 크기의 합)

$= 360^\circ + 180^\circ = 540^\circ$

22 구하는 정다각형을 정n각형이라 하고 이 정n각형의 한 외각의 크기를 $\angle x$라 하면 한 내각의 크기는 $\angle x + 132^\circ$이므로

$(\angle x + 132^\circ) + \angle x = 180^\circ$에서 $2\angle x = 48^\circ$

$\therefore \angle x = 24^\circ$

$\dfrac{360^\circ}{n} = 24^\circ \qquad \therefore n = 15$

따라서 구하는 정다각형은 정십오각형이다.

23 점 P에 모이는 세 정다각형의 한 내각의 크기의 합이 360°가 되어야 한다.

① 점 P에 모이는 정삼각형, 정오각형, 정팔각형의 한 내각의 크기의 합은

$60^\circ + \dfrac{180^\circ \times (5-2)}{5} + \dfrac{180^\circ \times (8-2)}{8}$

$= 60^\circ + 108^\circ + 135^\circ = 303^\circ$

② 점 P에 모이는 정삼각형, 정구각형, 정십이각형의 한 내각의 크기의 합은

$60^\circ + \dfrac{180^\circ \times (9-2)}{9} + \dfrac{180^\circ \times (12-2)}{12}$

$= 60^\circ + 140^\circ + 150^\circ = 350^\circ$

③ 점 P에 모이는 정사각형, 정육각형, 정십이각형의 한 내각의 크기의 합은

$90^\circ + \dfrac{180^\circ \times (6-2)}{6} + \dfrac{180^\circ \times (12-2)}{12}$

$= 90^\circ + 120^\circ + 150^\circ = 360^\circ$

④ 점 P에 모이는 정오각형 2개와 정십각형의 한 내각의 크기의 합은

$\dfrac{180^\circ \times (5-2)}{5} \times 2 + \dfrac{180^\circ \times (10-2)}{10}$

$= 108^\circ \times 2 + 144^\circ = 360^\circ$

⑤ 점 P에 모이는 정육각형과 정팔각형 2개의 한 내각의 크기의 합은

$\dfrac{180^\circ \times (6-2)}{6} + \dfrac{180^\circ \times (8-2)}{8} \times 2$

$= 120^\circ + 135^\circ \times 2 = 390^\circ$

따라서 순서쌍 (a, b, c)가 될 수 있는 것은 ③, ④이다.

24 정삼각형 ABC와 정사각형 ACDE의 한 내각의 크기는 각각 $60°$, $90°$이므로 $\triangle ABE$에서

$\angle BAE=60°+90°=150°$

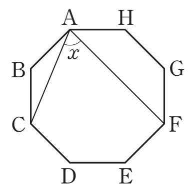
이때 $\triangle ABE$는 $\overline{AB}=\overline{AE}$인 이등변삼각형이므로

$\angle AEB=\angle ABE=\frac{1}{2}\times(180°-150°)=15°$

따라서 직각삼각형 AFE에서

$\angle x=\angle EAF+\angle AEF=90°+15°=105°$

25 정팔각형의 한 내각의 크기는



$\frac{180°\times(8-2)}{8}=135°$

삼각형 ABC에서

$\angle BAC=\angle BCA$

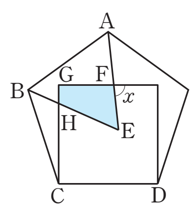
$=\frac{1}{2}\times(180°-135°)=22.5°$

사각형 AFGH에서

$\angle HAF=\angle GFA=\frac{1}{2}\times(360°-135°-135°)=45°$

$\therefore \angle x=135°-(22.5°+45°)=67.5°$

26 오른쪽 그림에서 정삼각형, 정사각형, 정오각형의 한 내각의 크기는 각각



$60°$, $90°$, $\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$이므로

$\triangle BCH$에서

$\angle HBC=108°-\angle ABE$

$=108°-60°=48°$

$\angle BCH=108°-\angle GCD$

$=108°-90°=18°$

$\therefore \angle BHC=180°-(48°+18°)=114°$

이때 사각형 GHEF에서

$\angle GHE=\angle BHC=114°$(맞꼭지각), $\angle FEH=60°$,

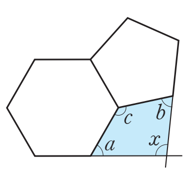
$\angle FGH=90°$이므로

$114°+60°+\angle GFE+90°=360°$

$264°+\angle GFE=360°$ $\quad\therefore \angle GFE=96°$

$\therefore \angle x=180°-96°=84°$

27 오른쪽 그림에서



$\angle a$는 정육각형의 한 외각이므로

$\angle a=\frac{360°}{6}=60°$

$\angle b$는 정오각형의 한 외각이므로

$\angle b=\frac{360°}{5}=72°$

$\angle c$의 크기는 정육각형과 정오각형의 한 외각의 크기의 합이므로

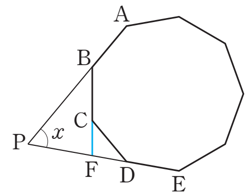
$\angle c=60°+72°=132°$

색칠한 사각형의 내각의 크기의 합은 $360°$이므로

$\angle a+\angle x+\angle b+\angle c=60°+\angle x+72°+132°=360°$

$\angle x+264°=360°$ $\quad\therefore \angle x=96°$

28



위의 그림과 같이 $\overline{BC}$의 연장선과 $\overline{PD}$의 교점을 F라 하면

$\angle PBF$, $\angle PDC$, $\angle FCD$는 정구각형의 외각이므로

$\angle PBF=\angle PDC=\angle FCD=\frac{360°}{9}=40°$

따라서 $\triangle CFD$에서

$\angle BFP=\angle FCD+\angle FDC=40°+40°=80°$이므로

$\triangle BPF$에서

$\angle x=180°-(\angle PBF+\angle BFP)$

$=180°-(40°+80°)=60°$

29 $\triangle BAE$와 $\triangle CBF$에서

$\overline{BE}=\overline{CF}$, $\angle ABE=\angle BCF$, $\overline{AB}=\overline{BC}$이므로

$\triangle BAE\equiv\triangle CBF$(SAS 합동)

$\therefore \angle BAE=\angle CBF$

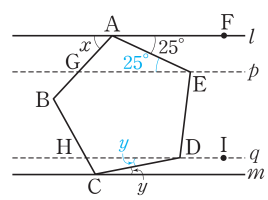
즉, $\triangle BAG$에서

$\angle AGF=\angle BAG+\angle GBA=\angle CBF+\angle GBA=\angle B$

따라서 $\angle AGF$의 크기는 정십각형의 한 내각의 크기와 같으므로

$\angle AGF=\frac{180°\times(10-2)}{10}=144°$

30



위의 그림과 같이 두 점 E, D를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 두 직선을 p, q를 그으면

정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180°\times(5-2)}{5}=108°$이므로

$\angle x+108°+25°=180°$

$\therefore \angle x=47°$

$l /\!/ p$이므로 $\angle AEG=\angle FAE=25°$(엇각)

$\therefore \angle GED=108°-\angle AEG$

$=108°-25°=83°$

$\angle EDH+\angle EDI=180°$에서

$\angle EDI=\angle GED=83°$(엇각)이므로

$83°+\angle EDH=180°$ $\quad\therefore \angle EDH=97°$

이때 $m /\!/ q$이므로 $\angle HDC=\angle y$(엇각)

$\angle HDC+\angle EDH=108°$, $\angle y+97°=108°$

$\therefore \angle y=11°$

$\therefore \angle x-\angle y=47°-11°=36°$

P. 40~41 **내신 1% 뛰어넘기**

01 8개 **02** 30개 **03** 99° **04** 540° **05** 48°
06 150° **07** 22개 **08** 338°

01 길잡이 $\triangle ABF$, $\triangle ACE$와 모양이 같은 이등변삼각형을 찾는다.

$\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}=\overline{DE}=\overline{EF}=\overline{FA}$이므로

$\triangle ABF$, $\triangle BCA$, $\triangle CDB$, $\triangle DEC$, $\triangle EFD$, $\triangle FAE$의 6개

$\overline{AC}=\overline{CE}=\overline{EA}=\overline{BD}=\overline{DF}=\overline{FB}$이므로

$\triangle ACE$, $\triangle BDF$의 2개

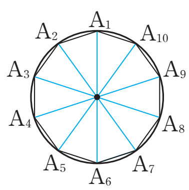
따라서 만들 수 있는 이등변삼각형의 개수는

$6+2=8$(개)

참고 $\triangle ABF\equiv\triangle BCA\equiv\triangle CDB\equiv\triangle DEC\equiv\triangle EFD$
$\equiv\triangle FAE$(SAS 합동)

$\therefore\ \overline{AC}=\overline{CE}=\overline{EA}=\overline{BD}=\overline{DF}=\overline{FB}$

02 길잡이 원의 지름은 그 원 위의 두 점을 잇는 가장 긴 선분임을 이용한다.



오른쪽 그림에서 원 O의 지름이 10 cm이므로 주어진 정십각형의 가장 긴 대각선의 길이는 10 cm이다.

정십각형의 대각선의 개수는

$\dfrac{10\times(10-3)}{2}=\dfrac{10\times7}{2}=35$(개)

정십각형에서 길이가 10 cm인 대각선은

$\overline{A_1A_6}$, $\overline{A_2A_7}$, $\overline{A_3A_8}$, $\overline{A_4A_9}$, $\overline{A_5A_{10}}$의 5개

따라서 길이가 10 cm보다 짧은 대각선의 개수는

$35-5=30$(개)

03 길잡이 삼각형의 세 내각의 크기의 합은 180°이고 사각형의 네 내각의 크기의 합은 360°임을 이용한다.

$\triangle ABC$에서

$3(\angle RBC+\angle RCB)+81^\circ=180^\circ$

$3(\angle RBC+\angle RCB)=99^\circ$

$\therefore\ \angle RBC+\angle RCB=33^\circ$

$\triangle RBC$에서

$\angle RBC+\angle RCB+\angle BRC=180^\circ$

$\therefore\ \angle BRC=180^\circ-(\angle RBC+\angle RCB)$
$=180^\circ-33^\circ=147^\circ$

$\therefore\ \angle QRS=\angle BRC=147^\circ$(맞꼭지각)

$\triangle PBC$에서

$\angle PBC+\angle PCB+\angle BPC=180^\circ$

$\therefore\ \angle BPC=180^\circ-(\angle PBC+\angle PCB)$
$=180^\circ-2(\angle RBC+\angle RCB)$
$=180^\circ-66^\circ=114^\circ$

사각형 PQRS에서

$114^\circ+\angle PQR+147^\circ+\angle PSR=360^\circ$

$261^\circ+\angle PQR+\angle PSR=360^\circ$

$\therefore\ \angle PQR+\angle PSR=99^\circ$

다른 풀이 $\triangle ABC$에서

$3(\angle RBC+\angle RCB)+81^\circ=180^\circ$

$3(\angle RBC+\angle RCB)=99^\circ$

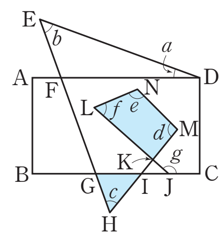
$\therefore\ \angle RBC+\angle RCB=33^\circ$

$\triangle BCQ$에서 $\angle PQR=2\angle RBC+\angle RCB$

$\triangle BCS$에서 $\angle PSR=\angle RBC+2\angle RCB$

$\therefore\ \angle PQR+\angle PSR=3(\angle RBC+\angle RCB)$
$=99^\circ$

04 길잡이 맞꼭지각의 크기는 서로 같고, 두 직선이 평행하면 동위각의 크기가 서로 같음을 이용한다.



오른쪽 그림의 $\triangle EFD$에서

$\angle DFG=\angle a+\angle b$

직사각형 ABCD에서

$\overline{AD}/\!/\overline{BC}$이므로

$\angle CGH=\angle DFG$
$=\angle a+\angle b$(동위각)

$\triangle KIJ$에서

$\angle g=\angle KIJ+\angle IKJ$
$=\angle GIH+\angle LKM$(맞꼭지각)

$\therefore\ \angle a+\angle b+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f+\angle g$
$=\angle CGH+\angle c+\angle d+\angle e+\angle f$
$+(\angle GIH+\angle LKM)$
$=(\angle CGH+\angle c+\angle GIH)$
$+(\angle d+\angle e+\angle f+\angle LKM)$
$=(\triangle GHI$의 내각의 크기의 합$)$
$+($사각형 LKMN의 내각의 크기의 합$)$
$=180^\circ+360^\circ$
$=540^\circ$

05 길잡이 보조선 BE를 그어 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°임을 이용한다.

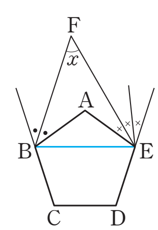
정오각형의 한 외각의 크기는 $\dfrac{360^\circ}{5}=72^\circ$

$\overline{BF}$는 정오각형의 외각의 이등분선이므로

$\angle FBA=\dfrac{1}{2}\times72^\circ=36^\circ$

$\overline{EF}$는 정오각형의 외각의 삼등분선이므로

$\angle FEA=\dfrac{1}{3}\times72^\circ=24^\circ$



오른쪽 그림과 같이 $\overline{BE}$를 그으면

$\triangle ABE$에서

$\angle A=\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$이므로

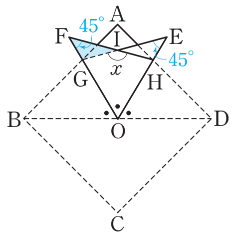
$\angle ABE+\angle AEB=180^\circ-108^\circ$
$=72^\circ$

따라서 $\triangle FBE$에서

$\angle x=180^\circ-(36^\circ+24^\circ+72^\circ)$
$=48^\circ$

06 길잡이 종이를 접었을 때 접은 각의 크기는 서로 같음을 이용한다.

오른쪽 그림에서



$\angle E = \angle ABO = 45^\circ$ (접은 각)

$\angle F = \angle ADO = 45^\circ$ (접은 각)

이때

$\angle BOF = \angle FOE = \angle EOD$

$= \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ$

이므로 $\triangle EGO$에서

$\angle FGE = \angle E + \angle GOE$

$= 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$

따라서 $\triangle FGI$에서

$\angle x = \angle F + \angle FGE$

$= 45^\circ + 105^\circ = 150^\circ$

07 길잡이 한 내각의 크기가 정수이면 한 외각의 크기도 정수임을 이용한다.

정n각형의 한 내각의 크기가 정수이면 한 외각의 크기인 $\frac{360^\circ}{n}$도 정수이므로 n은 360의 약수이어야 한다.

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$이므로 360의 약수의 개수는

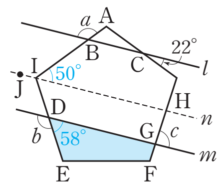
$(3+1) \times (2+1) \times (1+1) = 24$(개)

이때 $n \geq 3$이므로 360의 약수 중에서 1, 2를 제외한 약수의 개수는

$24 - 2 = 22$(개)

따라서 한 내각의 크기가 정수인 정다각형은 모두 22개이다.

08 길잡이 정오각형의 한 꼭짓점을 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선을 그어 동위각과 엇각의 크기가 각각 같음을 이용한다.



정오각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$이므로

위의 그림의 $\triangle ABC$에서

$\angle BAC = 108^\circ$, $\angle ACB = 22^\circ$ (맞꼭지각)

$\therefore \angle a = \angle BAC + \angle ACB = 108^\circ + 22^\circ = 130^\circ$

점 I를 지나고 두 직선 l, m에 평행한 직선 n을 그으면

$\angle AIJ = \angle a = 130^\circ$ (동위각)이므로

$\angle AIH = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

$\angle AIE$는 정오각형의 한 내각이므로

$\angle HID = \angle AIE - \angle AIH = 108^\circ - 50^\circ = 58^\circ$

이때 $n /\!/ m$이므로

$\angle GDE = \angle HID = 58^\circ$ (동위각)

$\therefore \angle b = 180^\circ - \angle GDE = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$

또 $\angle DGF = \angle c$ (맞꼭지각)이고 사각형 DEFG의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$58^\circ + 108^\circ + 108^\circ + \angle c = 360^\circ$

$\therefore \angle c = 360^\circ - 274^\circ = 86^\circ$

$\therefore \angle a + \angle b + \angle c = 130^\circ + 122^\circ + 86^\circ = 338^\circ$

4. 원과 부채꼴

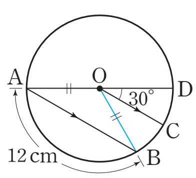
P. 44~45 개념+대표 문제 확인하기

1 ②	**2** 2	**3** 96°	**4** 3 cm	**5** $10\,\text{cm}^2$
6 ④	**7** $40\pi\,\text{cm}$, $60\pi\,\text{cm}^2$		**8** 45°	
9 $(2\pi+4)\,\text{cm}$		**10** $32\,\text{cm}^2$		**11** $96\,\text{cm}^2$
12 $\frac{25}{3}\pi\,\text{cm}^2$				

1 ② $\overline{BC}$는 원 O의 지름이므로 가장 긴 현이다.
⑤ 원 위의 두 점 A, B를 양 끝 점으로 하는 호는 $\overset{\frown}{AB}$, $\overset{\frown}{ACB}$의 2개이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②이다.

2 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$(x+4):(4x+1)=70^\circ:105^\circ$
$(x+4):(4x+1)=2:3$
$3(x+4)=2(4x+1)$
$3x+12=8x+2,\ -5x=-10\qquad \therefore x=2$

3 부채꼴의 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$\angle AOB:\angle BOC:\angle COA=\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CA}=4:5:6$
$\therefore \angle AOB=360^\circ\times\frac{4}{4+5+6}$
$=360^\circ\times\frac{4}{15}=96^\circ$

4 $\overline{AB}/\!/\overline{OC}$이므로


$\angle OAB=\angle DOC=30^\circ$(동위각)
오른쪽 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면
$\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OBA=\angle OAB=30^\circ$
$\therefore \angle AOB=180^\circ-(30^\circ+30^\circ)=120^\circ$
$\overset{\frown}{CD}:\overset{\frown}{AB}=\angle COD:\angle AOB$에서
$\overset{\frown}{CD}:12=30^\circ:120^\circ$, $\overset{\frown}{CD}:12=1:4$
$4\overset{\frown}{CD}=12\qquad \therefore \overset{\frown}{CD}=3(\text{cm})$

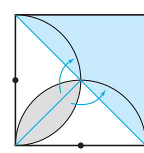
5 부채꼴 BOC의 넓이를 $x\,\text{cm}^2$라 하면
부채꼴의 넓이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$x:15=78^\circ:117^\circ$, $x:15=2:3$
$3x=30\qquad \therefore x=10(\text{cm}^2)$
따라서 부채꼴 BOC의 넓이는 $10\,\text{cm}^2$이다.

6 ④ 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$2\overline{AB}\neq\overline{BD}$
참고 $\triangle BOD$에서 $\overline{OB}+\overline{OD}>\overline{BD}$
이때 $\overline{OB}=\overline{OD}=\overline{AB}$(원의 반지름)이므로
$\overline{OB}+\overline{OD}=2\overline{AB}>\overline{BD}$

7 (색칠한 부분의 둘레의 길이)
=(지름의 길이가 20 cm인 원의 둘레의 길이)
+(지름의 길이가 14 cm인 원의 둘레의 길이)
+(지름의 길이가 6 cm인 원의 둘레의 길이)
$=2\pi\times10+2\pi\times7+2\pi\times3=40\pi(\text{cm})$
(색칠한 부분의 넓이)
=(지름의 길이가 20 cm인 원의 넓이)
−(지름의 길이가 14 cm인 원의 넓이)
+(지름의 길이가 6 cm인 원의 넓이)
$=\pi\times10^2-\pi\times7^2+\pi\times3^2=60\pi(\text{cm}^2)$

8 부채꼴의 반지름의 길이를 r cm, 중심각의 크기를 x°라 하면
(부채꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times r\times2\pi=8\pi$
$\therefore r=8(\text{cm})$
(부채꼴의 호의 길이)$=2\pi\times8\times\frac{x}{360}=2\pi$
$\therefore x=45(^\circ)$
따라서 중심각의 크기는 45°이다.

9 (색칠한 부분의 둘레의 길이)
$=2\pi\times5\times\frac{45}{360}+2\pi\times(5-2)\times\frac{45}{360}+2\times2$
$=\frac{5}{4}\pi+\frac{3}{4}\pi+4$
$=2\pi+4(\text{cm})$

10 오른쪽 그림과 같이 도형을 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 직각을 낀 두 변의 길이가 8 cm인 직각이등변삼각형의 넓이와 같으므로


(색칠한 부분의 넓이)$=\frac{1}{2}\times8\times8$
$=32(\text{cm}^2)$

11 (색칠한 부분의 넓이)
=($\overline{AB}$가 지름인 반원의 넓이)+($\overline{AC}$가 지름인 반원의 넓이)
+($\triangle ABC$의 넓이)−($\overline{BC}$가 지름인 반원의 넓이)
$=\pi\times8^2\times\frac{1}{2}+\pi\times6^2\times\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\times16\times12-\pi\times10^2\times\frac{1}{2}$
$=32\pi+18\pi+96-50\pi$
$=96(\text{cm}^2)$

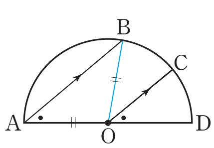
12 (색칠한 부분의 넓이)
=($\overline{AB'}$이 지름인 반원의 넓이)
+(부채꼴 B′AB의 넓이)−($\overline{AB}$가 지름인 반원의 넓이)
=(부채꼴 B′AB의 넓이)
$=\pi\times10^2\times\frac{30}{360}$
$=\frac{25}{3}\pi(\text{cm}^2)$

P. 46~48 내신 5% 따라잡기

1 ③, ④ **2** 40° **3** 45° **4** $9\pi\,\mathrm{cm}$ **5** $4\,\mathrm{cm}$
6 ②, ③ **7** $(9\pi+24)\,\mathrm{cm}$ **8** $12\pi\,\mathrm{cm}$
9 $(4\pi+6)\,\mathrm{cm}^2$ **10** $\left(49-\dfrac{49}{6}\pi\right)\mathrm{cm}^2$
11 $27\pi\,\mathrm{cm}^2$ **12** $(9\pi+24)\,\mathrm{cm}$, $54\pi\,\mathrm{cm}^2$
13 $(392-98\pi)\,\mathrm{cm}^2$ **14** $(144+9\pi)\,\mathrm{cm}^2$ **15** $\dfrac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}$
16 $6\pi\,\mathrm{cm}$ **17** 용훈, $12\,\mathrm{cm}$ **18** $\dfrac{105}{2}\pi\,\mathrm{m}^2$

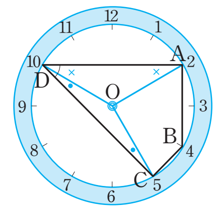
1 ① 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD} = \angle AOB : \angle COD$에서
$\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD} = 60^\circ : 20^\circ$, $\overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{CD} = 3 : 1$
$\therefore\ \overset{\frown}{AB} = 3\overset{\frown}{CD}$
② 현의 길이는 중심각의 크기에 정비례하지 않으므로
$\overline{AB} \neq 3\overline{CD}$
③ $\angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} = \angle BOC : \angle COD$에서
$\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} = 120^\circ : 20^\circ$, $\overset{\frown}{BC} : \overset{\frown}{CD} = 6 : 1$
$\therefore\ \overset{\frown}{BC} = 6\overset{\frown}{CD}$
④ $\overline{AO} = \overline{BO}$, $\angle AOB = 60^\circ$이므로 $\triangle AOB$에서
$\angle OAB = \angle OBA = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$
즉, $\triangle AOB$는 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{OA}$
$\therefore\ \overline{AB} = \overline{OC}$
⑤ $\angle AOB + \angle COD = 60^\circ + 20^\circ = 80^\circ$
호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}) : \overset{\frown}{AC} = 80^\circ : 180^\circ$
$(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}) : \overset{\frown}{AC} = 4 : 9$
$9(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}) = 4\overset{\frown}{AC}$
$\therefore\ \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} = \dfrac{4}{9}\overset{\frown}{AC}$
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

2



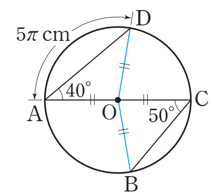
위의 그림과 같이 $\overline{OB}$를 그으면
$\angle AOB : \angle BOD = \overset{\frown}{AB} : \overset{\frown}{BD} = 5 : 4$
$\therefore\ \angle AOB = 180^\circ \times \dfrac{5}{5+4} = 180^\circ \times \dfrac{5}{9} = 100^\circ$
이때 $\triangle OBA$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle BAO = \angle ABO = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 100^\circ) = 40^\circ$
따라서 $\overline{AB} /\!/ \overline{OC}$이므로
$\angle COD = \angle BAO = 40^\circ$ (동위각)

3 오른쪽 그림과 같이 시계의 중심인 점을 O라 하고 $\overline{OA}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면



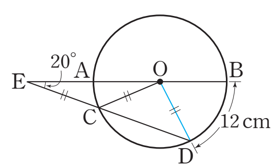
$\overline{OA} = \overline{OC} = \overline{OD}$ (원의 반지름)
이때 1시간에 대한 중심각의 크기는
$\dfrac{360^\circ}{12} = 30^\circ$이므로
$\angle AOD = 30^\circ \times 4 = 120^\circ$
$\triangle OAD$는 $\overline{OA} = \overline{OD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ODA = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$
또 $\angle COD = 30^\circ \times 5 = 150^\circ$
$\triangle ODC$는 $\overline{OC} = \overline{OD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ODC = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 150^\circ) = 15^\circ$
$\therefore\ \angle ADC = \angle ODA + \angle ODC$
$= 30^\circ + 15^\circ = 45^\circ$

4 오른쪽 그림과 같이 $\overline{OD}$, $\overline{OB}$를 그으면 $\triangle ODA$는 $\overline{OA} = \overline{OD}$인 이등변삼각형이므로



$\angle ODA = \angle OAD = 40^\circ$
$\therefore\ \angle AOD = 180^\circ - (40^\circ + 40^\circ)$
$= 100^\circ$
또 $\triangle OBC$는 $\overline{OB} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OBC = \angle OCB = 50^\circ$
$\therefore\ \angle BOC = 180^\circ - (50^\circ + 50^\circ) = 80^\circ$
$\therefore\ \angle AOB + \angle COD = 360^\circ - (\angle AOD + \angle BOC)$
$= 360^\circ - (100^\circ + 80^\circ) = 180^\circ$
$\overset{\frown}{AD} : (\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}) = \angle AOD : (\angle AOB + \angle COD)$에서
$5\pi : (\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}) = 100^\circ : 180^\circ$
$5\pi : (\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}) = 5 : 9$, $5(\overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD}) = 45\pi$
$\therefore\ \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{CD} = 9\pi\,(\mathrm{cm})$

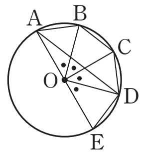
5



위의 그림에서 $\triangle COE$는 $\overline{CE} = \overline{CO}$인 이등변삼각형이므로
$\angle EOC = \angle OEC = 20^\circ$
$\therefore\ \angle OCD = \angle OEC + \angle EOC = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$
$\overline{OD}$를 그으면 $\triangle OCD$는 $\overline{OC} = \overline{OD}$인 이등변삼각형이므로
$\angle ODC = \angle OCD = 40^\circ$
$\triangle OED$에서
$\angle BOD = \angle OED + \angle ODE = 20^\circ + 40^\circ = 60^\circ$
따라서 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BD} = \angle AOC : \angle BOD$에서
$\overset{\frown}{AC} : 12 = 20^\circ : 60^\circ$, $\overset{\frown}{AC} : 12 = 1 : 3$
$3\overset{\frown}{AC} = 12$ $\quad\therefore\ \overset{\frown}{AC} = 4\,(\mathrm{cm})$

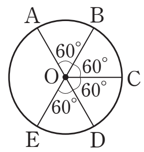
6 ① 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로
$\angle COE = 2\angle BOC$에서
$\widehat{CE} = 2\widehat{BC}$

② 오른쪽 그림에서



$3\triangle ODE$
$= \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD$
$\therefore\ \triangle OAD \neq 3\triangle ODE$

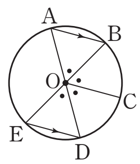
③ 오른쪽 그림과 같이



$\angle AOB = \angle BOC$
$= \angle COD$
$= \angle DOE$
$= 60^\circ$
일 때만 세 점 A, O, D가 일직선 위에 있다.

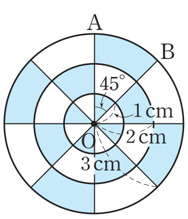
④ $\angle AOC = \angle BOD$이고 한 원에서 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴의 넓이는 같으므로
(부채꼴 AOC의 넓이)=(부채꼴 BOD의 넓이)

⑤ 오른쪽 그림과 같이 $\angle AOB$와 $\angle DOE$가 맞꼭지각이면 세 점 A, O, D와 세 점 B, O, E는 각각 일직선 위에 있다.



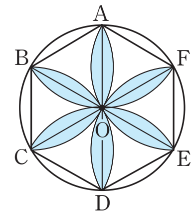
이때 $\triangle OAB$와 $\triangle ODE$에서
$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OD} = \overline{OE}$,
$\angle AOB = \angle DOE$이므로
$\triangle OAB \equiv \triangle ODE$ (SAS 합동)
$\therefore\ \angle OAB = \angle ODE,\ \angle OBA = \angle OED$
즉, 엇각의 크기가 같으므로
$\overline{AB} /\!/ \overline{ED}$
따라서 옳지 않은 것은 ②, ③이다.

7



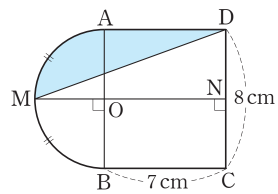
위의 그림에서 반지름의 길이가 3 cm인 원의 둘레의 길이가 8등분되었으므로
$\angle AOB = 360^\circ \times \dfrac{1}{8}$
$= 45^\circ$
$\therefore$ (색칠한 부분의 둘레의 길이)
$=(\widehat{AB}$의 길이$)\times 4$
$+$(반지름의 길이가 2 cm인 원의 둘레의 길이)
$+$(반지름의 길이가 1 cm인 원의 둘레의 길이)
$+(\overline{OA}$의 길이$)\times 8$
$= \left(2\pi \times 3 \times \dfrac{45}{360}\right) \times 4 + 2\pi \times 2 + 2\pi \times 1 + 3 \times 8$
$= 3\pi + 4\pi + 2\pi + 24$
$= 9\pi + 24\,(\mathrm{cm})$

8 오른쪽 그림에서



$\overline{BA} = \overline{BO} = \overline{AO}$ (원의 반지름)
이므로 $\triangle ABO$는 정삼각형이다.
$\therefore\ \angle OAB = \angle OBA = 60^\circ$
마찬가지로 $\triangle BCO$, $\triangle CDO$, $\triangle DEO$, $\triangle EFO$, $\triangle FAO$는 모두 정삼각형이므로 색칠한 부분의 둘레의 길이는 $\widehat{AO}$의 길이의 12배이다.
$\therefore\ 12\widehat{AO} = 12 \times \left(2\pi \times 3 \times \dfrac{60}{360}\right)$
$= 12\pi\,(\mathrm{cm})$

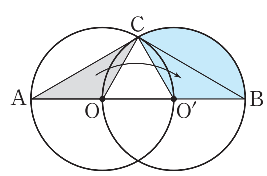
9



위의 그림과 같이 점 M에서 $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 N, $\overline{AB}$와 $\overline{MN}$의 교점을 O라 하면
$\overline{AO} = \dfrac{1}{2}\overline{AB} = \dfrac{1}{2}\overline{CD} = \dfrac{1}{2} \times 8 = 4\,(\mathrm{cm})$
$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)
=(부채꼴 AOM의 넓이)+(사각형 AOND의 넓이)
−($\triangle DMN$의 넓이)
$= \pi \times 4^2 \times \dfrac{1}{4} + 7 \times 4 - \dfrac{1}{2} \times 11 \times 4$
$= 4\pi + 6\,(\mathrm{cm}^2)$

10 $\overline{AD} = \overline{AE} = \overline{DE}$ (원의 반지름)이므로 $\triangle AED$는 정삼각형이다.
즉, $\angle DAE = \angle ADE = 60^\circ$이므로
$\angle BAE = \angle EDC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$
따라서 부채꼴 BAE의 넓이와 부채꼴 EDC의 넓이가 같으므로
(색칠한 부분의 넓이)
=(정사각형 ABCD의 넓이)−(부채꼴 BAE의 넓이)×2
$= 7 \times 7 - \left(\pi \times 7^2 \times \dfrac{30}{360}\right) \times 2$
$= 49 - \dfrac{49}{6}\pi\,(\mathrm{cm}^2)$

11 $\overline{OO'} = 9\,\mathrm{cm}$이므로 두 원 O, O′의 반지름의 길이는 9 cm이다.



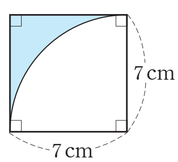
위의 그림과 같이 $\overline{CO'}$을 그으면
$\overline{OA} = \overline{OO'} = \overline{O'B} = \overline{OC} = \overline{O'C}$ (원의 반지름)이므로
$\triangle COO'$은 정삼각형이다.

즉, $\angle COO'=\angle CO'O=60°$이므로
$\angle AOC=\angle BO'C=180°-60°=120°$
$\therefore\ \triangle AOC\equiv\triangle BO'C$ (SAS 합동)
따라서 $\triangle AOC=\triangle BO'C$이므로 위의 그림과 같이 이동하면
(색칠한 부분의 넓이)=(부채꼴 CO'B의 넓이)

$$=\pi\times9^2\times\frac{120}{360}$$
$$=27\pi(\text{cm}^2)$$

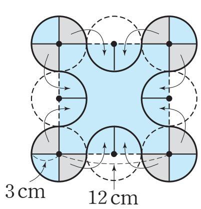
12 정팔각형의 한 내각의 크기는 $\frac{180°\times(8-2)}{8}=135°$
(색칠한 부분의 둘레의 길이)
=(부채꼴의 호의 길이)+(정팔각형의 한 변의 길이)×2
$=2\pi\times12\times\frac{135}{360}+12\times2$
$=9\pi+24(\text{cm})$
(색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times12^2\times\frac{135}{360}=54\pi(\text{cm}^2)$

13 구하는 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이의 8배와 같으므로



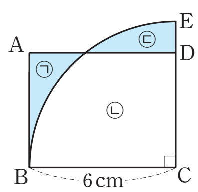
(색칠한 부분의 넓이)
={(한 변의 길이가 7 cm인 정사각형의 넓이)
−(반지름의 길이가 7 cm인 사분원의 넓이)}×8
$=\left(7\times7-\pi\times7^2\times\frac{1}{4}\right)\times8$
$=\left(49-\frac{49}{4}\pi\right)\times8=392-98\pi(\text{cm}^2)$

14



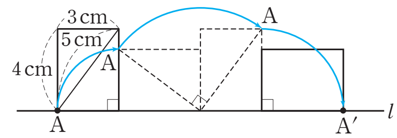
위의 그림과 같이 도형을 이동하면 색칠한 부분의 넓이는 한 변의 길이가 12 cm인 정사각형의 넓이와 반지름의 길이가 3 cm인 원의 넓이의 합과 같으므로
(색칠한 부분의 넓이)$=12\times12+\pi\times3^2$
$=144+9\pi(\text{cm}^2)$

15 오른쪽 그림에서



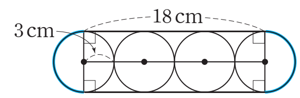
(직사각형 ABCD의 넓이)=㉠+㉡
(부채꼴 BCE의 넓이)=㉡+㉢
이때 ㉠=㉢이므로
(직사각형 ABCD의 넓이)
=(부채꼴 BCE의 넓이)
$\overline{AB}\times6=\pi\times6^2\times\frac{1}{4}$, $\overline{AB}\times6=9\pi$
$\therefore\ \overline{AB}=\frac{3}{2}\pi(\text{cm})$

16 점 A가 지나간 자리는 다음 그림에서 색선으로 표시된 부분과 같다.

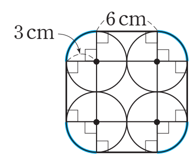


따라서 점 A가 움직인 거리는
$2\pi\times3\times\frac{1}{4}+2\pi\times5\times\frac{1}{4}+2\pi\times4\times\frac{1}{4}$
$=\frac{3}{2}\pi+\frac{5}{2}\pi+2\pi$
$=6\pi(\text{cm})$

17 신근이와 용훈이가 사용한 끈의 길이를 각각 구하면
(i) 신근이가 사용한 끈의 길이

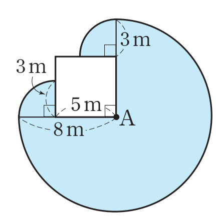


위의 그림에서 직선 부분의 길이는
$18\times2=36(\text{cm})$ ⋯ ㉠
곡선 부분의 길이는 반지름의 길이가 3 cm인 원의 둘레의 길이와 같으므로
$2\pi\times3=6\pi(\text{cm})$ ⋯ ㉡
㉠, ㉡에서 $36+6\pi(\text{cm})$
(ii) 용훈이가 사용한 끈의 길이



위의 그림에서 직선 부분의 길이는
$6\times4=24(\text{cm})$ ⋯ ㉢
곡선 부분의 길이는 반지름의 길이가 3 cm인 원의 둘레의 길이와 같으므로
$2\pi\times3=6\pi(\text{cm})$ ⋯ ㉣
㉢, ㉣에서 $24+6\pi(\text{cm})$
따라서 (i), (ii)에 의해 용훈이의 방법이 끈을
$(36+6\pi)-(24+6\pi)=12(\text{cm})$ 더 적게 사용한다.

18 염소가 채소밭 밖에서 최대한 움직일 수 있는 영역은 오른쪽 그림의 색칠한 부분과 같으므로 구하는 넓이는



$\pi\times3^2\times\frac{1}{4}+\pi\times8^2\times\frac{3}{4}$
$+\pi\times3^2\times\frac{1}{4}$
$=\frac{9}{4}\pi+48\pi+\frac{9}{4}\pi$
$=\frac{105}{2}\pi(\text{m}^2)$

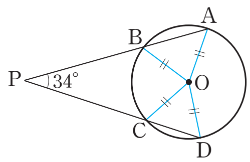
P. 49 내신 1% 뛰어넘기

01 $9:2$ **02** $(5\pi+10)\,\mathrm{cm}$ **03** $\frac{\pi}{2}\,\mathrm{cm}^2$

04 $(160+16\pi)\,\mathrm{cm}^2$

01 길잡이 보조선을 그어 $\overset{\frown}{BC}$에 대한 중심각의 크기를 구한다.

원 O의 둘레의 길이를 x라 하면 $\overset{\frown}{AB}$의 길이는 $\frac{1}{5}x$, $\overset{\frown}{DC}$의 길이는 $\frac{1}{6}x$이다.



위의 그림과 같이 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$, $\overline{OD}$를 그으면 호의 길이는 중심각의 크기에 정비례하므로

$x:\overset{\frown}{AB}=360°:\angle AOB$에서

$x:\frac{1}{5}x=360°:\angle AOB$

$5:1=360°:\angle AOB$, $5\angle AOB=360°$

$\therefore \angle AOB=72°$

$x:\overset{\frown}{DC}=360°:\angle DOC$에서

$x:\frac{1}{6}x=360°:\angle DOC$

$6:1=360°:\angle DOC$, $6\angle DOC=360°$

$\therefore \angle DOC=60°$

이때 $\triangle OAB$는 $\overline{OA}=\overline{OB}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OBA=\angle OAB=\frac{1}{2}\times(180°-72°)=54°$

$\therefore \angle OBP=180°-54°=126°$

$\triangle OCD$는 $\overline{OC}=\overline{OD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCD=\angle ODC=\frac{1}{2}\times(180°-60°)=60°$

$\therefore \angle OCP=180°-60°=120°$

사각형 PCOB의 내각의 크기의 합은 360°이므로

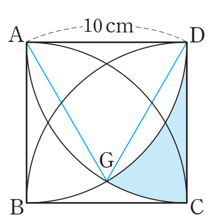
$\angle BOC=360°-(34°+120°+126°)$

$=80°$

따라서 $x:\overset{\frown}{BC}=360°:\angle BOC$에서

$x:\overset{\frown}{BC}=360°:80°=9:2$

02 길잡이 $\triangle AGD$가 정삼각형임을 이용하여 $\overset{\frown}{DG}$와 $\overset{\frown}{GC}$에 대한 중심각의 크기를 구한다.



$\overline{AG}=\overline{GD}=\overline{DA}$(원의 반지름)이므로 $\triangle AGD$는 정삼각형이다.

즉, $\angle DAG=\angle GDA=60°$,

$\angle CDG=90°-60°=30°$이므로

$\overset{\frown}{DG}=2\pi\times10\times\frac{60}{360}=\frac{10}{3}\pi(\mathrm{cm})$

$\overset{\frown}{GC}=2\pi\times10\times\frac{30}{360}=\frac{5}{3}\pi(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 둘레의 길이)$=\overset{\frown}{DG}+\overset{\frown}{GC}+\overline{CD}$

$=\frac{10}{3}\pi+\frac{5}{3}\pi+10$

$=5\pi+10(\mathrm{cm})$

참고 $\overset{\frown}{CG}=\overset{\frown}{BG}$임을 이용하여

$\overset{\frown}{DG}+\overset{\frown}{GC}+\overline{CD}=\overset{\frown}{DG}+\overset{\frown}{GB}+\overline{CD}=\overset{\frown}{DB}+\overline{CD}$와 같이 구할 수도 있다.

03 길잡이 $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle ADE$의 넓이가 같음을 이용하여 색칠한 부분의 넓이를 구하는 식을 세운다.

(색칠한 부분의 넓이)

=(부채꼴 EAC의 넓이)+($\triangle ABC$의 넓이)

−($\triangle ADE$의 넓이)−(부채꼴 DAB의 넓이)

=(부채꼴 EAC의 넓이)−(부채꼴 DAB의 넓이)

이때 $\angle DAB=\angle DAC+\angle CAB$

$=\angle DAC+\angle EAD$

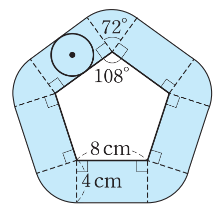
$=\angle EAC=60°$

이므로

(색칠한 부분의 넓이)$=\pi\times2^2\times\frac{60}{360}-\pi\times1^2\times\frac{60}{360}$

$=\frac{2}{3}\pi-\frac{1}{6}\pi=\frac{\pi}{2}(\mathrm{cm}^2)$

04 길잡이 부채꼴과 직사각형으로 나누어 원이 지나간 자리의 넓이를 구한다.



원이 지나간 자리는 오른쪽 그림과 같이 5개의 직사각형과 5개의 부채꼴로 이루어진다.

이때 5개의 부채꼴의 넓이의 합은 반지름의 길이가 4 cm인 원의 넓이와 같으므로 원이 지나간 자리의 넓이는

$(8\times4)\times5+\pi\times4^2=160+16\pi(\mathrm{cm}^2)$

P. 50~51 3~4 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

1 10° **2** 108° **3** 66° **4** $3:1$

5 (1) 45° (2) $\left(\frac{15}{2}\pi+10\right)\mathrm{cm}$ **6** $(\pi-2)\,\mathrm{cm}^2$

7 105° **8** $\left(\frac{164}{5}\pi+30\right)\mathrm{m}^2$

1 오각형 ABCDE의 내각의 크기의 합은

$180°\times(5-2)=540°$이므로

$\angle x+60°+\angle BCD+130°+120°=540°$

$\therefore \angle BCD=230°-\angle x$ … (i)

사각형 CFGH의 내각의 크기의 합은 360°이므로

$\angle FCH+65°+\angle y+55°=360°$

$\therefore \angle FCH=240°-\angle y$ … (ii)

$\angle BCD=\angle FCH$(맞꼭지각)이므로

$230^\circ - \angle x = 240^\circ - \angle y$

$\therefore \angle y - \angle x = 10^\circ$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle$BCD의 크기를 $\angle x$를 사용한 식으로 나타내기	40 %
(ii) $\angle$FCH의 크기를 $\angle y$를 사용한 식으로 나타내기	30 %
(iii) $\angle y - \angle x$의 값 구하기	30 %

2 주어진 정다각형을 정n각형이라 하면 대각선의 개수가 35개이므로

$\dfrac{n(n-3)}{2} = 35$, $\underline{n}(n-3) = 70 = \underline{10} \times 7$

$\therefore n = 10$

따라서 주어진 다각형은 정십각형이다. … (i)

정십각형의 한 내각의 크기는

$\angle a = \dfrac{180^\circ \times (10-2)}{10} = \dfrac{180^\circ \times 8}{10} = 144^\circ$ … (ii)

정십각형의 한 외각의 크기는

$\angle b = \dfrac{360^\circ}{10} = 36^\circ$ … (iii)

$\therefore \angle a - \angle b = 144^\circ - 36^\circ = 108^\circ$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) 주어진 다각형 구하기	30 %
(ii) $\angle a$의 크기 구하기	30 %
(iii) $\angle b$의 크기 구하기	30 %
(iv) $\angle a - \angle b$의 값 구하기	10 %

3 정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ \times (5-2)}{5} = 108^\circ$이므로

$\angle ABC = \angle BCD = 108^\circ$ … (i)

정육각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ \times (6-2)}{6} = 120^\circ$이므로

$\angle CDF = \angle DFG = \angle FGH = 120^\circ$ … (ii)

이때 $\triangle$GHF는 $\overline{GH} = \overline{GF}$인 이등변삼각형이므로

$\angle GFH = \dfrac{1}{2} \times (180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ$

$\therefore \angle JFD = \angle DFG - \angle GFH = 120^\circ - 30^\circ = 90^\circ$ … (iii)

오각형 JBCDF의 내각의 크기의 합은

$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$이므로

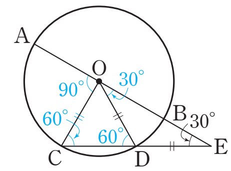
$\angle BJF + 108^\circ + 108^\circ + 120^\circ + 90^\circ = 540^\circ$

$\therefore \angle BJF = 540^\circ - 426^\circ = 114^\circ$ … (iv)

$\therefore \angle HJB = 180^\circ - \angle BJF = 180^\circ - 114^\circ = 66^\circ$ … (v)

채점 기준	비율
(i) 정오각형의 한 내각의 크기 구하기	20 %
(ii) 정육각형의 한 내각의 크기 구하기	20 %
(iii) $\angle$JFD의 크기 구하기	20 %
(iv) 오각형의 내각의 크기의 합을 이용하여 $\angle$BJF의 크기 구하기	20 %
(v) $\angle$HJB의 크기 구하기	20 %

4 $\triangle$DOE는 $\overline{DO} = \overline{DE}$인 이등변삼각형이므로



$\angle DOE = \angle DEO = 30^\circ$ … (i)

$\therefore \angle ODC = 30^\circ + 30^\circ$

$= 60^\circ$ … (ii)

$\triangle$OCD는 $\overline{OC} = \overline{OD}$인 이등변삼각형이므로

$\angle OCD = \angle ODC = 60^\circ$

$\triangle$OCE에서 $\angle AOC = 60^\circ + 30^\circ = 90^\circ$ … (iii)

$\therefore \overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BD} = \angle AOC : \angle BOD$

$= 90^\circ : 30^\circ = 3 : 1$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\angle$DOE의 크기 구하기	25 %
(ii) $\angle$ODC의 크기 구하기	25 %
(iii) $\angle$AOC의 크기 구하기	25 %
(iv) $\overset{\frown}{AC} : \overset{\frown}{BD}$를 가장 간단한 자연수의 비로 나타내기	25 %

5 (1) 반원 O의 넓이와 부채꼴 CAB의 넓이가 같으므로

$\angle CAB = x^\circ$라 하면

$\pi \times 5^2 \times \dfrac{1}{2} = \pi \times 10^2 \times \dfrac{x}{360}$ … (i)

$\dfrac{25}{2}\pi = 100\pi \times \dfrac{x}{360}$ $\quad\therefore x = 45(^\circ)$

$\therefore \angle CAB = 45^\circ$ … (ii)

(2) (색칠한 부분의 둘레의 길이)

$=$(반원 O의 호의 길이)$+$(부채꼴 CAB의 호의 길이)

$+$($\overline{AC}$의 길이)

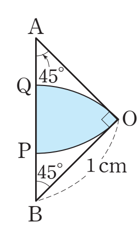
$= 2\pi \times 5 \times \dfrac{1}{2} + 2\pi \times 10 \times \dfrac{45}{360} + 10$ … (iii)

$= 5\pi + \dfrac{5}{2}\pi + 10$

$= \dfrac{15}{2}\pi + 10(\text{cm})$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) $\angle$CAB의 크기를 구하는 식 세우기	20 %
(ii) $\angle$CAB의 크기 구하기	30 %
(iii) 색칠한 부분의 둘레의 길이를 구하는 식 세우기	20 %
(iv) 색칠한 부분의 둘레의 길이 구하기	30 %

6 구하는 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이의 4배이므로



{(부채꼴 OAP의 넓이)

$+$(부채꼴 QBO의 넓이)

$-$($\triangle$ABO의 넓이)}$\times 4$

$= \left\{\left(\pi \times 1^2 \times \dfrac{45}{360}\right) \times 2 - \dfrac{1}{2} \times 1 \times 1\right\} \times 4$ … (i)

$= \left(\dfrac{1}{4}\pi - \dfrac{1}{2}\right) \times 4$

$= \pi - 2(\text{cm}^2)$ … (ii)

채점 기준	비율
(i) 색칠한 부분의 넓이를 구하는 식 세우기	60 %
(ii) 색칠한 부분의 넓이 구하기	40 %

7 $\angle AEG=\angle GED=\angle a$, $\angle GFC=\angle DFG=\angle b$라 하면

$\triangle EAD$에서 $\angle ADE=70^\circ-2\angle a$

$\triangle DCF$에서 $\angle CDF=80^\circ-2\angle b$

$\angle ADE=\angle CDF$ (맞꼭지각)이므로

$70^\circ-2\angle a=80^\circ-2\angle b$, $2(\angle b-\angle a)=10^\circ$

$\therefore \angle b-\angle a=5^\circ$ … (i)

$\triangle EGH$와 $\triangle CFH$에서

$\angle GEH+\angle EGH=\angle CFH+\angle HCF$이므로

$\angle a+\angle EGF=\angle b+100^\circ$ … (ii)

$\therefore \angle EGF=(\angle b-\angle a)+100^\circ$

$=5^\circ+100^\circ$

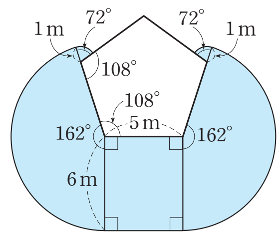
$=105^\circ$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) $\angle GFC-\angle GED$의 크기 구하기	30 %
(ii) $\angle GEH+\angle EGH=\angle CFH+\angle HCF$임을 이용하여 식 세우기	40 %
(iii) $\angle EGF$의 크기 구하기	30 %

8 정오각형의 한 내각의 크기는

$\dfrac{180^\circ\times(5-2)}{5}=108^\circ$ … (i)

토끼가 울타리 밖에서 최대한 움직일 수 있는 영역은 다음 그림의 색칠한 부분과 같다.



따라서 구하는 넓이는

$\left(\pi\times1^2\times\dfrac{72}{360}\right)\times2+\left(\pi\times6^2\times\dfrac{162}{360}\right)\times2+5\times6$ … (ii)

$=\dfrac{2}{5}\pi+\dfrac{162}{5}\pi+30$

$=\dfrac{164}{5}\pi+30(\mathrm{m}^2)$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 정오각형의 한 내각의 크기 구하기	30 %
(ii) 토끼가 최대한 움직일 수 있는 영역의 넓이를 구하는 식 세우기	40 %
(iii) 토끼가 최대한 움직일 수 있는 영역의 넓이 구하기	30 %

5. 다면체와 회전체

P. 54~56 개념+대표 문제 확인하기

1 ③, ⑤ **2** 5 **3** 구각뿔 **4** ④ **5** 5개
6 ③ **7** ② **8** ⑤ **9** ④
10 ㄱ, ㄷ, ㄹ **11** ②, ⑤ **12** $18\,\text{cm}^2$ **13** ④

1 ③ 정육각형은 평면도형이므로 다면체가 아니다.
⑤ 원뿔은 곡면을 포함한 입체도형이므로 다면체가 아니다.

2 삼각뿔의 모서리의 개수는 $2\times3=6$(개)이므로 $a=6$
오각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2\times5=10$(개)이므로 $b=10$
칠각기둥의 면의 개수는 $7+2=9$(개)이므로 $c=9$
$\therefore a-b+c=6-10+9=5$

3 ㈎, ㈏에서 이 입체도형은 각뿔이다.
이 입체도형을 n각뿔이라 하면
㈐에서 십면체이므로 $n+1=10$
$\therefore n=9$
따라서 조건을 모두 만족시키는 입체도형은 구각뿔이다.

4 ④ 두 밑면은 서로 평행하고 모양이 같지만 크기는 다르므로 합동이 아니다.

5 면의 개수를 f개라 하면
오일러 공식에 의해 $6-9+f=2$ $\therefore f=5$
따라서 이 다면체의 면의 개수는 5개이다.

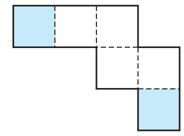
개념 더하기 다시 보기

오일러 공식
바람을 넣어 구와 같은 모양으로 부풀릴 수 있는 다면체에 대하여 꼭짓점의 개수를 v개, 모서리의 개수를 e개, 면의 개수를 f개라 하면 다음이 성립한다.
⇨ $v-e+f=2$

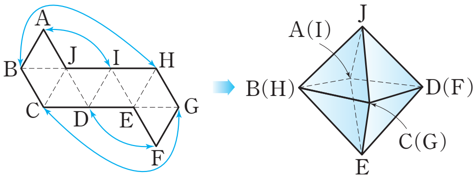
6 ① 정다면체의 종류는 다섯 가지뿐이다.
② 정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12개이다.
④ 정다면체의 면의 모양은 정삼각형, 정사각형, 정오각형의 세 가지뿐이다.
⑤ 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 가장 많은 정다면체는 정이십면체이다.
따라서 옳은 것은 ③이다.

7 ㈎에서 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 3개인 정다면체는
정사면체, 정육면체, 정십이면체
㈏에서 모서리의 개수가 12개인 정다면체는
정육면체, 정팔면체
따라서 조건을 모두 만족시키는 정다면체는 정육면체이다.

8 ⑤ 오른쪽 그림의 색칠한 두 면이 겹치므로 정육면체가 만들어지지 않는다.

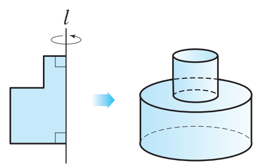


9 주어진 전개도로 만들어지는 정팔면체는 다음 그림과 같다.

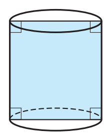


따라서 $\overline{AB}$와 겹치는 모서리는 ④ $\overline{IH}$이다.

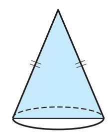
10 ㄴ.



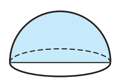
11 ① 원기둥 – 직사각형



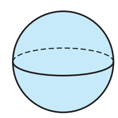
② 원뿔 – 이등변삼각형



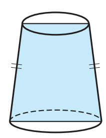
③ 반구 – 반원



④ 구 – 원

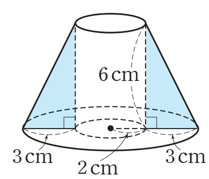


⑤ 원뿔대 – 사다리꼴



따라서 바르게 짝 지어지지 않은 것은 ②, ⑤이다.

12 주어진 회전체를 회전축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 오른쪽 그림과 같이 합동인 2개의 직각삼각형이다.



$\therefore$ (단면의 넓이)$=\left(\dfrac{1}{2}\times3\times6\right)\times2$
$=18(\text{cm}^2)$

13 ① 구의 전개도는 그릴 수 없다.
② 구의 회전축은 무수히 많다.
③ 직사각형의 한 변을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 원기둥이다.
⑤ 원뿔대를 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 모두 원이지만 크기는 다르므로 합동이 아니다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

P. 57~60 내신 5% 따라잡기

1 ④	**2** ⑤	**3** 1	**4** 21개	**5** 16개
6 ④	**7** 풀이 참조		**8** 정팔면체, 12개	
9 ②, ④	**10** 13	**11** $60°$	**12** 11	**13** ④
14 ③	**15** 30	**16** ①, ④	**17** ④	**18** ㄴ, ㄹ
19 ②, ④	**20** ⑤	**21** $55\,\mathrm{cm}^2$		
22 $40\pi\,\mathrm{cm}^2$		**23** ①	**24** 4	

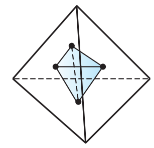
1 ① 다면체는 삼각기둥, 사각뿔대, 오각뿔의 3개이다.
② 꼭짓점의 개수와 면의 개수가 같은 다면체는 오각뿔의 1개이다.
③ 옆면의 모양이 모두 사각형인 다면체는 삼각기둥, 사각뿔대의 2개이다.
④ 육면체는 사각뿔대, 오각뿔의 2개이다.
⑤ 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 모두 같은 다면체는 삼각기둥, 사각뿔대의 2개이다.
따라서 옳은 것은 ④이다.

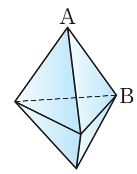
2 주어진 각기둥을 n각기둥이라 하면 꼭짓점의 개수는 $2n$개이므로
$2n=24$ $\quad\therefore n=12$, 즉 십이각기둥
따라서 십이각기둥의 모서리의 개수는 $3\times12=36$(개)이므로 $a=36$
십이각기둥의 면의 개수는 $12+2=14$(개)이므로 $b=14$
$\therefore a-b=36-14=22$
다른 풀이 오일러 공식을 이용하면
$24-a+b=2$ $\quad\therefore a-b=22$

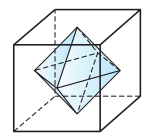
3 꼭짓점의 개수는 12개이므로 $v=12$
모서리의 개수는 20개이므로 $e=20$
면의 개수는 9개이므로 $f=9$
$\therefore v-e+f=12-20+9=1$
참고 주어진 입체도형은 가운데가 뚫려서 바람을 넣어 부풀려도 구와 같은 모양이 되지 않으므로 $v-e+f=2$가 성립하지 않는다.

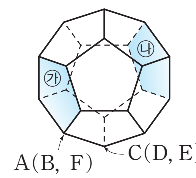
4 n각뿔의 밑면은 n각형이므로 대각선의 개수는 $\dfrac{n(n-3)}{2}$개이다.
이때 $\dfrac{n(n-3)}{2}=14$이므로 $\underline{n}(\underline{n-3})=28=\underline{7}\times4$
$\therefore n=7$, 즉 칠각뿔대
따라서 칠각뿔대의 모서리의 개수는 $3\times7=21$(개)이다.

5 ㈎, ㈏에서 이 입체도형은 각뿔대이다.
이 입체도형을 n각뿔대라 하면 ㈐에서 모서리의 개수는 $3n$개이고 면의 개수는 $(n+2)$개이므로
$3n=(n+2)+14$, $2n=16$ $\quad\therefore n=8$, 즉 팔각뿔대
따라서 팔각뿔대의 꼭짓점의 개수는 $2\times8=16$(개)이다.

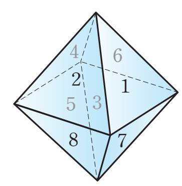
6 ④ 정다면체를 둘러싸고 있는 정다각형의 면의 개수에 따라 정다면체의 이름이 결정된다.
⑤ 정사면체의 각 면의 한가운데에 있는 점을 연결하면 오른쪽 그림과 같은 정사면체가 만들어진다.

따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

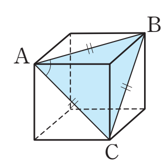
7 크기가 같은 두 개의 정사면체를 이어 붙여 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같은 육면체이다. 이 육면체에서 꼭짓점 A에 모인 면의 개수는 3개, 꼭짓점 B에 모인 면의 개수는 4개이다. 따라서 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 다르므로 정다면체가 아니다.


8 정육면체의 각 면의 대각선의 교점을 연결하면 오른쪽 그림과 같이 정팔면체가 생긴다. 따라서 정팔면체의 모서리의 개수는 12개이다.


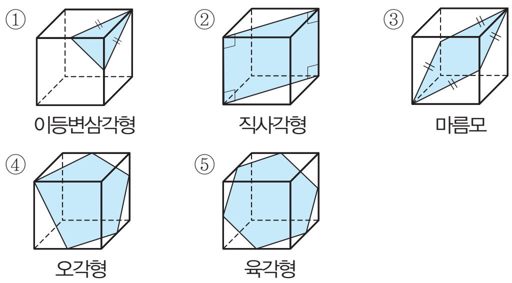
9 주어진 전개도로 만들어지는 정다면체는 오른쪽 그림과 같은 정십이면체이다.


① 한 꼭짓점에 모인 면의 개수는 3개이다.
③ 꼭짓점 A와 만나는 꼭짓점은 점 B와 점 F이다.
⑤ 꼭짓점의 개수는 20개이다.
따라서 옳은 것은 ②, ④이다.

10 주어진 전개도로 만들어지는 정팔면체는 오른쪽 그림과 같다.
따라서 2가 적힌 면과 서로 이웃한 세 면에 적힌 숫자는 1, 4, 8이므로 그 합은 $1+4+8=13$이다.


11 주어진 전개도로 만들어지는 정육면체를 세 점 A, B, C를 지나는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 오른쪽 그림과 같은 정삼각형이다.
$\therefore \angle\mathrm{BAC}=60°$


12 주어진 입체도형은 각 면이 모두 합동이고 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같으므로 정다면체이다.
㈎에서 각 면이 모두 합동인 정삼각형인 정다면체는 정사면체, 정팔면체, 정이십면체이다.
㈏에서 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 5개인 정다면체는 정이십면체이다.
따라서 조건을 모두 만족시키는 입체도형은 정이십면체이다.
정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12개이고 n각뿔의 꼭짓점의 개수는 $(n+1)$개이므로
$n+1=12$ $\quad\therefore n=11$

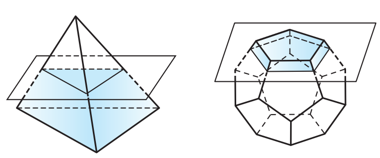
13 

따라서 단면의 모양이 될 수 없는 것은 ④이다.

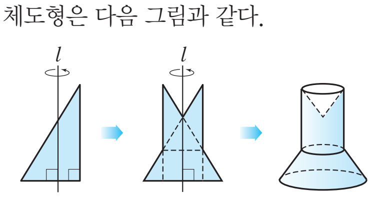
14 정십이면체의 면의 개수는 12개이고 각 면의 한가운데에 있는 점을 꼭짓점으로 하므로 구하는 다면체의 꼭짓점의 개수는 12개이다.
즉, 꼭짓점의 개수가 12개인 정다면체는 정이십면체이다.
② 십각뿔대의 모서리의 개수는 $3\times10=30$(개)이므로 정이십면체와 모서리의 개수가 같다.
③ 십이각뿔의 꼭짓점의 개수는 $12+1=13$(개)이고 정이십면체의 꼭짓점의 개수는 12개이므로 같지 않다.
따라서 옳지 않은 것은 ③이다.

15 정이십면체를 각 꼭짓점에 모인 모서리의 삼등분점을 지나도록 모두 잘라서 생긴 입체도형에서 정오각형의 개수는 정이십면체의 꼭짓점의 개수인 12개, 정육각형의 개수는 정이십면체의 면의 개수인 20개이다.
따라서 축구공 모양의 입체도형은 12개의 정오각형과 20개의 정육각형으로 이루어진 삼십이면체이다.
이때 한 꼭짓점에 3개의 면이 모이므로 꼭짓점의 개수는
$\frac{5\times12+6\times20}{3}=60$(개) $\quad\therefore a=60$
한 모서리에 2개의 면이 모이므로 모서리의 개수는
$\frac{5\times12+6\times20}{2}=90$(개) $\quad\therefore b=90$
$\therefore b-a=90-60=30$

16 다음 그림과 같이 한 평면으로 자르면 정사면체에서는 삼각뿔대, 정십이면체에서는 오각뿔대가 만들어진다.

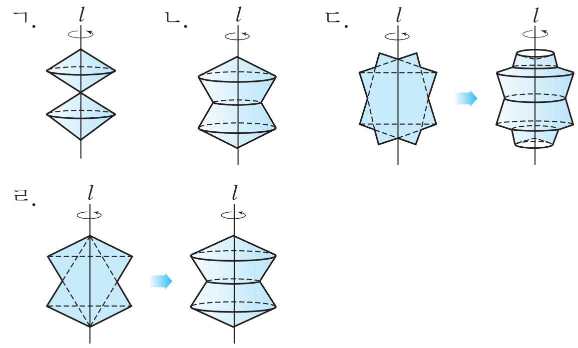


17 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음 그림과 같다.

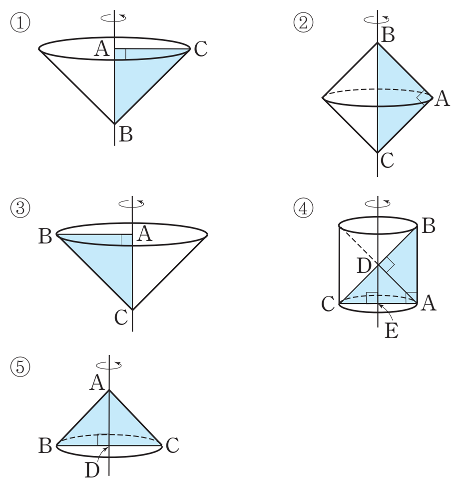


따라서 주어진 평면도형을 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 ④이다.

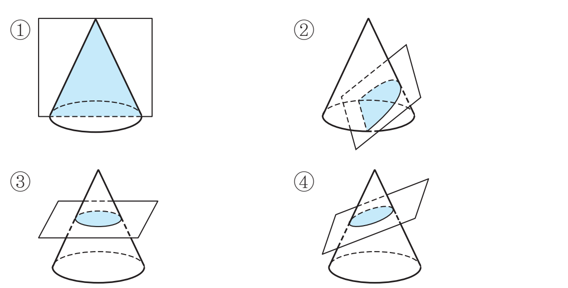
18 보기의 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 다음 그림과 같다.



따라서 주어진 회전체는 ㄴ, ㄹ을 1회전 시킨 것이다.

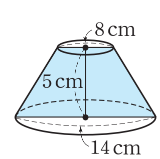
19 

따라서 회전축이 될 수 없는 것은 ②, ④이다.

20 

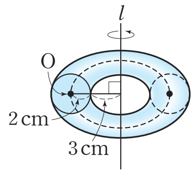
따라서 원뿔을 자를 때 생기는 단면이 될 수 없는 것은 ⑤이다.

21 주어진 원뿔대는 오른쪽 그림과 같으므로 원뿔대를 밑면에 수직인 평면으로 잘랐을 때 그 넓이가 가장 큰 단면은 윗변의 길이가 8 cm, 아랫변의 길이가 14 cm, 높이가 5 cm인 사다리꼴이다.

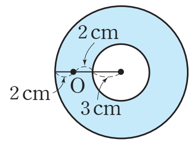


따라서 가장 큰 단면의 넓이는
$\frac{1}{2}\times(8+14)\times5=55(\text{cm}^2)$

22 주어진 원을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같은 도넛 모양이다.



이때 원의 중심 O를 지나면서 회전축에 수직인 평면으로 자른 단면은 오른쪽 그림과 같으므로

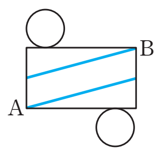


(단면의 넓이)

=(큰 원의 넓이)−(작은 원의 넓이)

$=\pi\times7^2-\pi\times3^2=49\pi-9\pi=40\pi(\text{cm}^2)$

23 실로 원기둥을 팽팽하게 감을 때의 경로는 전개도 위에 직선으로 나타나므로 점 A에서 점 B까지 실이 지나가는 경로는 오른쪽 그림과 같다.



따라서 바르게 나타낸 것은 ①이다.

24 $\overline{OA}=x$ cm라 하면 부채꼴 AOA′에서

$2\pi\times x\times\frac{120}{360}=2\pi\times r \qquad \therefore r=\frac{1}{3}x$

부채꼴 BOB′에서

$2\pi\times(x+12)\times\frac{120}{360}=2\pi\times R \qquad \therefore R=\frac{1}{3}x+4$

$\therefore R-r=\left(\frac{1}{3}x+4\right)-\frac{1}{3}x=4$

P. 61 내신 1% 뛰어넘기

01 최댓값: 13, 최솟값: 11 **02** ㄱ, ㄷ
03 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ **04** 59

01 길잡이 $m\geq3$, $n\geq3$인 자연수 m, n의 쌍을 모두 구해 본다.

m각뿔대의 모서리의 개수는 $3m$개, n각기둥의 꼭짓점의 개수는 $2n$개이므로 $3m+2n=30$

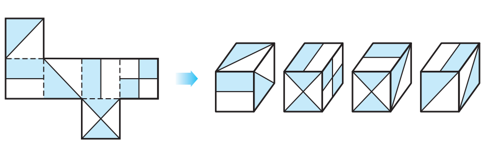
이때 $m\geq3$, $n\geq3$이므로 이를 만족시키는 자연수 m, n의 값은

$m=4$, $n=9$ 또는 $m=6$, $n=6$ 또는 $m=8$, $n=3$

따라서 $m+n$의 최댓값은 $4+9=13$이고, 최솟값은 $8+3=11$이다.

02 길잡이 주어진 전개도로 정육면체를 만들고, 여러 방향에서 본 모습을 생각해 본다.

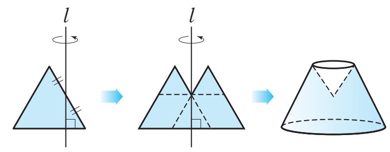
주어진 전개도로 만들 수 있는 정육면체는 다음 그림과 같다.



따라서 만들 수 있는 정육면체는 ㄱ, ㄷ이다.

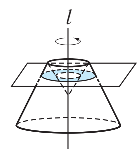
03 길잡이 회전체를 그린 후 여러 방향의 평면으로 자른 단면을 생각해 본다.

주어진 정삼각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 다음 그림과 같다.

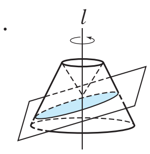


이 입체도형을 자른 단면은 다음 그림과 같다.

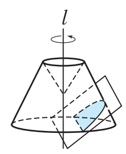
ㄱ.



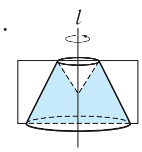
ㄷ.



ㅁ.



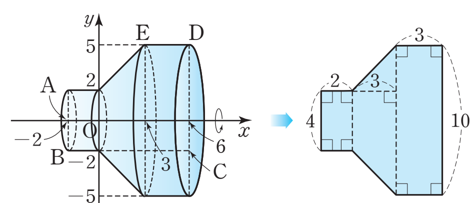
ㅂ.



따라서 단면의 모양이 될 수 있는 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ, ㅂ이다.

04 길잡이 회전체를 그린 후 회전축을 포함하는 평면으로 자른 단면을 그려 본다.

오각형 ABCDE를 x축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체와 그 회전체를 x축을 포함하는 평면으로 자를 때 생기는 단면은 다음 그림과 같다.



$\therefore$ (단면의 넓이)

$=4\times2+\frac{1}{2}\times(4+10)\times3+10\times3$

$=8+21+30=59$

6. 입체도형의 겉넓이와 부피

P. 64~66 개념+대표 문제 확인하기

1 8	**2** $108\pi\,\text{cm}^2$	**3** $96\,\text{cm}^2$
4 $105\,\text{cm}^3$	**5** $83\pi\,\text{cm}^3$	**6** $154\,\text{cm}^3$
7 9	**8** $240°$	**9** $117\,\text{cm}^2$
10 4	**11** $9\,\text{cm}$	**12** $33\pi\,\text{cm}^2$
13 $64\pi\,\text{cm}^2$	**14** $313\pi\,\text{cm}^2$	**15** $\frac{56}{3}\pi\,\text{cm}^3$
16 27개	**17** $\frac{16}{3}\pi\,\text{cm}^3$, $16\pi\,\text{cm}^3$	

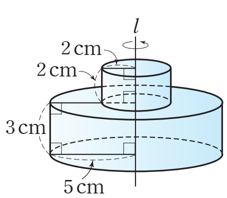
1 (겉넓이)$=\left(\frac{1}{2}\times12\times5\right)\times2+(5+12+13)\times h$
$=300(\text{cm}^2)$
이므로 $60+30h=300$, $30h=240$
$\therefore h=8$

2 (밑넓이)$=\pi\times\left(\frac{8}{2}\right)^2-\pi\times\left(\frac{4}{2}\right)^2$
$=16\pi-4\pi=12\pi(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (겉넓이)$=12\pi\times2+\left(2\pi\times\frac{8}{2}\right)\times7+\left(2\pi\times\frac{4}{2}\right)\times7$
$=24\pi+56\pi+28\pi$
$=108\pi(\text{cm}^2)$

3 한 모서리의 길이가 $2\,\text{cm}$인 정육면체 1개의 겉넓이는
$(2\times2)\times6=24(\text{cm}^2)$
맞닿아 있는 한 면의 넓이는 $2\times2=4(\text{cm}^2)$
옆면이 맞닿아 있는 경우는 3가지, 밑면이 맞닿아 있는 경우는 3가지이고, 각 경우마다 2개의 면이 맞닿아 있으므로 맞닿아 있는 면의 개수는
$(3+3)\times2=12$(개)
즉, 맞닿아 있는 면의 넓이의 합은
$4\times12=48(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (겉넓이)$=24\times6-48$
$=144-48=96(\text{cm}^2)$

4 (밑넓이)$=\left(\frac{1}{2}\times7\times4\right)+\left(\frac{1}{2}\times7\times2\right)$
$=14+7=21(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (부피)$=$(밑넓이)$\times$(높이)
$=21\times5=105(\text{cm}^3)$

5 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

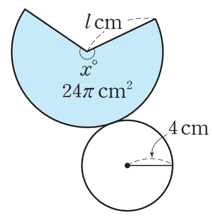


$\therefore$ (부피)$=$(작은 원기둥의 부피)
$+$(큰 원기둥의 부피)
$=(\pi\times2^2)\times2+(\pi\times5^2)\times3$
$=8\pi+75\pi=83\pi(\text{cm}^3)$

6 처음 직육면체의 높이를 $h\,\text{cm}$라 하면 주어진 입체도형의 겉넓이는 처음 직육면체의 겉넓이와 같으므로
$(8\times6)\times2+(8+6+8+6)\times h=236$에서
$96+28h=236$, $28h=140$ $\quad\therefore h=5(\text{cm})$
$\therefore$ (남은 입체도형의 부피)
$=$(처음 직육면체의 부피)$-$(작은 직육면체의 부피)
$=8\times6\times5-86$
$=240-86=154(\text{cm}^3)$

7 (겉넓이)$=$(밑넓이)$+$(옆넓이)
$=8\times8+\left(\frac{1}{2}\times8\times x\right)\times4$
$=16x+64(\text{cm}^2)$
이므로 $16x+64=208$, $16x=144$ $\quad\therefore x=9$

8 주어진 원뿔의 전개도는 오른쪽 그림과 같다. 이때 원뿔의 모선의 길이를 $l\,\text{cm}$라 하면



(부채꼴의 넓이)$=\frac{1}{2}\times l\times(2\pi\times4)$
$=24\pi(\text{cm}^2)$
$\therefore l=6(\text{cm})$
부채꼴의 중심각의 크기를 $x°$라 하면
$2\pi\times6\times\frac{x}{360}=2\pi\times4$ $\quad\therefore x=240(°)$
따라서 중심각의 크기는 $240°$이다.

9 (두 밑면의 넓이의 합)$=(6\times6)+(3\times3)=45(\text{cm}^2)$
(옆넓이)$=\left\{\frac{1}{2}\times(3+6)\times4\right\}\times4=72(\text{cm}^2)$
$\therefore$ (겉넓이)$=45+72=117(\text{cm}^2)$

10 (남아 있는 물의 부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times12\times8\right)\times x=64(\text{cm}^3)$
에서 $16x=64$ $\quad\therefore x=4$

11 삼각뿔 P$-$BCD의 부피는 처음 직육면체의 부피의 $\frac{3}{20}$이므로
$\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times6\right)\times\overline{\text{CP}}=\frac{3}{20}\times(4\times6\times10)$에서
$4\overline{\text{CP}}=36$ $\quad\therefore \overline{\text{CP}}=9(\text{cm})$

12 (겉넓이)$=$(반구 부분의 겉넓이)$+$(원뿔의 옆넓이)
$=\frac{1}{2}\times(4\pi\times3^2)+\pi\times3\times5$
$=18\pi+15\pi=33\pi(\text{cm}^2)$

13 (겉넓이)$=\frac{3}{4}\times$(반지름의 길이가 $4\,\text{cm}$인 구의 겉넓이)
$+$(반지름의 길이가 $4\,\text{cm}$인 원의 넓이)
$=\frac{3}{4}\times(4\pi\times4^2)+\pi\times4^2$
$=48\pi+16\pi=64\pi(\text{cm}^2)$

14 $(\text{겉넓이})=\{(\pi\times8^2)\times2-\pi\times5^2\}+2\pi\times8\times10$
$\quad+\frac{1}{2}\times(4\pi\times5^2)$
$=103\pi+160\pi+50\pi$
$=313\pi(\text{cm}^2)$

15 $(\text{부피})=\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{3}\pi\times1^3\right)+\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{3}\pi\times3^3\right)$
$=\frac{2}{3}\pi+18\pi=\frac{56}{3}\pi(\text{cm}^3)$

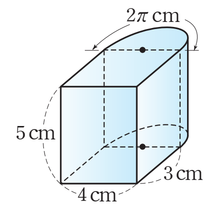
16 (반지름의 길이가 9 cm인 구 모양의 쇠구슬의 부피)
$=\frac{4}{3}\pi\times9^3=972\pi(\text{cm}^3)$
(반지름의 길이가 3 cm인 구 모양의 쇠구슬의 부피)
$=\frac{4}{3}\pi\times3^3=36\pi(\text{cm}^3)$
$\therefore 972\pi\div36\pi=27$(개)

17 (원뿔의 부피) : (구의 부피)$=1:2$이므로
(원뿔의 부피) : $\frac{32}{3}\pi=1:2$
$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{32}{3}\pi\times\frac{1}{2}=\frac{16}{3}\pi(\text{cm}^3)$
(구의 부피) : (원기둥의 부피)$=2:3$이므로
$\frac{32}{3}\pi$: (원기둥의 부피)$=2:3$
$\therefore$ (원기둥의 부피)$=\frac{32}{3}\pi\times\frac{3}{2}=16\pi(\text{cm}^3)$
다른 풀이 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{32}{3}\pi$, $r^3=8=2^3$
$\therefore r=2(\text{cm})$
$\therefore$ (원뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times4=\frac{16}{3}\pi(\text{cm}^3)$,
(원기둥의 부피)$=(\pi\times2^2)\times4=16\pi(\text{cm}^3)$

P. 67~69 내신 5% 따라잡기

1 $(74+14\pi)\,\text{cm}^2$	**2** 168000원	**3** $275\,\text{cm}^3$
4 $450\,\text{cm}^3$	**5** $(40\pi+80)\,\text{cm}^3$	**6** ④
7 $45\pi\,\text{cm}^2$	**8** $(36\pi-72)\,\text{cm}^2$	**9** ①
10 $(36\pi+24)\,\text{cm}^3$	**11** $\frac{500}{3}\,\text{cm}^3$	**12** 21초
13 6 **14** 4	**15** $144\pi\,\text{cm}^2$	
16 $\frac{112}{9}\pi\,\text{cm}^3$	**17** $54\pi\,\text{cm}^3$	
18 $\frac{104}{25}\,\text{cm}$	**19** ③	

1 주어진 전개도로 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.



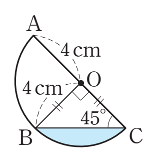
$\therefore$ (겉넓이)
$=\left(3\times4+\frac{1}{2}\times\pi\times2^2\right)\times2$
$\quad+(4+3+2\pi+3)\times5$
$=(24+4\pi)+(50+10\pi)$
$=74+14\pi(\text{cm}^2)$

2 바닥을 제외한 모든 겉면의 넓이는
$\left\{\frac{1}{2}\times(3+6)\times4\times2\right\}\times2+(15\times3)\times2+(15\times5)\times2$
$=72+90+150=312(\text{m}^2)$
이때 비닐 한 롤당 $13\,\text{m}^2$를 덮을 수 있으므로 필요한 롤 수는
$312\div13=24$(롤)
따라서 필요한 비닐의 최소 비용은
$7000\times24=168000$(원)

3 관통하는 구멍은 밑면이 한 변의 길이가 2 cm인 정사각형이고 높이가 7 cm인 3개의 사각기둥 모양이다. 이때 구멍이 교차하는 부분은 한 모서리의 길이가 2 cm인 정육면체이므로
(부피)=(정육면체의 부피)−(사각기둥의 부피)×3
$\quad$+(교차하는 부분의 부피)×2
$=7\times7\times7-(2\times2\times7)\times3+(2\times2\times2)\times2$
$=343-84+16=275(\text{cm}^3)$

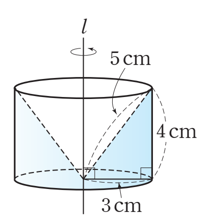
4 주어진 두 그림에서 우유의 부피는 같으므로
(우유갑 전체의 부피)
=(우유가 있는 부분의 부피)+(우유가 없는 부분의 부피)
$=6\times5\times11+6\times5\times4$
$=330+120=450(\text{cm}^3)$

5 45°만큼 기울인 그릇의 밑면은 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (버려진 물의 부피)
$=\{$(부채꼴 AOB의 넓이)
$\quad+(\triangle\text{OBC}$의 넓이$)\}\times$(기둥의 높이)
$=\left\{(\pi\times4^2)\times\frac{1}{4}+\frac{1}{2}\times4\times4\right\}\times10$
$=(4\pi+8)\times10$
$=40\pi+80(\text{cm}^3)$

6 주어진 직각삼각형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같으므로



(회전체의 겉넓이)
=(밑넓이)+(원기둥의 옆넓이)
$\quad$+(원뿔의 옆넓이)
$=\pi\times3^2+2\pi\times3\times4+\pi\times3\times5$
$=9\pi+24\pi+15\pi=48\pi(\text{cm}^2)$

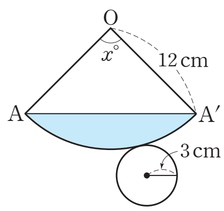
7 주어진 원뿔의 모선의 길이를 l cm라 하면 원 O의 둘레의 길이는 원뿔의 밑면인 원의 둘레의 길이의 4배이므로

$2\pi l=(2\pi\times3)\times4 \quad \therefore l=12(\text{cm})$

$\therefore$ (겉넓이)$=\pi\times3^2+\pi\times3\times12$

$=9\pi+36\pi=45\pi(\text{cm}^2)$

8 주어진 원뿔을 전개도로 나타내면 구하는 부분의 넓이는 오른쪽 그림의 색칠한 부분의 넓이이다.



부채꼴의 중심각의 크기를 x°라 하면

$2\pi\times12\times\frac{x}{360}=2\pi\times3$

$\therefore x=90(°)$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$=$(부채꼴 AOA′의 넓이)$-$(△OAA′의 넓이)

$=\pi\times12^2\times\frac{90}{360}-\frac{1}{2}\times12\times12$

$=36\pi-72(\text{cm}^2)$

9 의태, 승현이가 마시는 부분은 원뿔대 모양이고, 은수가 마시는 부분은 원뿔 모양이므로

(의태가 마시는 음료수의 부피)

$=\frac{1}{3}\times(\pi\times3^2)\times15-\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times10$

$=45\pi-\frac{40}{3}\pi=\frac{95}{3}\pi(\text{cm}^3)$

(승현이가 마시는 음료수의 부피)

$=\frac{1}{3}\times(\pi\times2^2)\times10-\frac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times5$

$=\frac{40}{3}\pi-\frac{5}{3}\pi=\frac{35}{3}\pi(\text{cm}^3)$

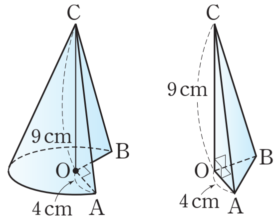
(은수가 마시는 음료수의 부피)$=\frac{1}{3}\times(\pi\times1^2)\times5$

$=\frac{5}{3}\pi(\text{cm}^3)$

따라서 의태, 승현, 은수가 마시는 음료수의 부피의 비는

$\frac{95}{3}\pi:\frac{35}{3}\pi:\frac{5}{3}\pi=19:7:1$

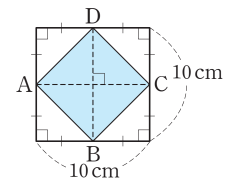
10 주어진 입체도형은 다음 그림과 같이 2개의 입체도형으로 나누어진다.



$\therefore$ (부피)$=\frac{1}{3}\times\left(\pi\times4^2\times\frac{270}{360}\right)\times9+\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times9$

$=36\pi+24(\text{cm}^3)$

11 오른쪽 그림과 같이 사각뿔 O$-$ABCD의 밑면인 사각형 ABCD의 넓이는 정육면체의 한 면의 넓이의 $\frac{1}{2}$이므로



(사각형 ABCD의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times(10\times10)=50(\text{cm}^2)$

이때 사각뿔의 높이는 정육면체의 높이와 같으므로

(부피)$=\frac{1}{3}\times50\times10$

$=\frac{500}{3}(\text{cm}^3)$

12 (3초 동안 채운 물의 부피)$=\frac{1}{3}\times(3\times3)\times6$

$=18(\text{cm}^3)$

즉, 1초에 $18\div3=6(\text{cm}^3)$씩 물을 넣은 것이다.

(그릇의 부피)$=\frac{1}{3}\times(6\times6)\times12$

$=144(\text{cm}^3)$

이므로 그릇에 물을 가득 채우는 데 $144\div6=24$(초)가 걸린다.

따라서 이 그릇에 물을 가득 채우려면 앞으로 $24-3=21$(초) 동안 물을 더 넣어야 한다.

13 정육면체의 한 모서리의 길이를 a라 하면

$V_1=$(정육면체의 부피)$=a\times a\times a=a^3$

정팔면체는 정사각뿔 2개를 붙여 놓은 것과 같고, 정사각뿔의 밑면은 대각선의 길이가 a인 정사각형이므로

(정사각뿔의 밑면의 넓이)$=\frac{1}{2}\times a\times a$

$=\frac{a^2}{2}$

또 정사각뿔의 높이는 $\frac{a}{2}$이므로

$V_2=$(정팔면체의 부피)

$=$(정사각뿔의 부피)$\times2$

$=\left(\frac{1}{3}\times\frac{a^2}{2}\times\frac{a}{2}\right)\times2$

$=\frac{a^3}{6}$

$\therefore \frac{V_1}{V_2}=a^3\div\frac{a^3}{6}$

$=a^3\times\frac{6}{a^3}=6$

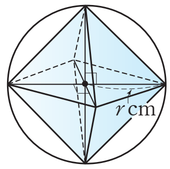
14 (조각품 A의 옆넓이)$=$(조각품 B의 겉넓이)이므로

$\pi\times6\times(3+6)-\pi\times2\times3=\frac{1}{2}\times4\pi x^2+\pi x^2$에서

$48\pi=3\pi x^2$, $x^2=16=4^2$

$\therefore x=4$

15 오른쪽 그림과 같이 정팔면체는 정사각뿔 2개를 붙여 놓은 것과 같으므로 구의 반지름의 길이를 r cm라 하면



(정사각뿔의 밑면의 넓이)

$=\frac{1}{2}\times 2r\times 2r=2r^2(\text{cm}^2)$

정사각뿔의 높이는 r cm이므로

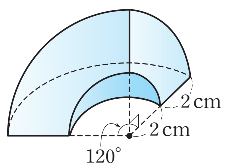
(정팔면체의 부피)=(정사각뿔의 부피)$\times 2$

$=\left(\frac{1}{3}\times 2r^2\times r\right)\times 2=288(\text{cm}^3)$

$\frac{4}{3}r^3=288,\ r^3=216=6^3 \quad \therefore r=6(\text{cm})$

$\therefore$ (구의 겉넓이)$=4\pi\times 6^2=144\pi(\text{cm}^2)$

16 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 $120°$만큼 회전시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore$ (부피)

$=\left\{\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{3}\pi\times 4^3\right)\right\}\times\frac{120}{360}$

$-\left\{\frac{1}{2}\times\left(\frac{4}{3}\pi\times 2^3\right)\right\}\times\frac{120}{360}$

$=\frac{128}{9}\pi-\frac{16}{9}\pi=\frac{112}{9}\pi(\text{cm}^3)$

17 공의 반지름의 길이를 r cm라 하면 통의 높이는 $6r$ cm이고, 통의 부피가 $162\pi\ \text{cm}^3$이므로

$\pi r^2\times 6r=162\pi,\ r^3=27=3^3 \quad \therefore r=3(\text{cm})$

$\therefore$ (공 1개의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times 3^3=36\pi(\text{cm}^3)$

$\therefore$ (남아 있는 물의 부피)=(통의 부피)$-$(공 3개의 부피)

$=162\pi-36\pi\times 3$

$=162\pi-108\pi=54\pi(\text{cm}^3)$

18 (처음 물병에 담겨 있던 물의 부피)$=(\pi\times 6^2)\times 10$

$=360\pi(\text{cm}^3)$

(구슬 1개의 부피)$=\frac{4}{3}\pi\times 2^3=\frac{32}{3}\pi(\text{cm}^3)$

이때 컵에 채워진 물의 높이를 h cm라 하면

(컵에 채워진 물과 구슬의 부피)

=(처음 물병에 담겨 있던 물의 부피)$\times\frac{1}{5}$

+(구슬 3개의 부피)

이므로

$(\pi\times 5^2)\times h=360\pi\times\frac{1}{5}+\frac{32}{3}\pi\times 3$

$25\pi h=72\pi+32\pi,\ 25\pi h=104\pi$

$\therefore h=\frac{104}{25}(\text{cm})$

따라서 컵에 채워진 물의 높이는 $\frac{104}{25}$ cm이다.

19 구의 반지름의 길이를 r라 하면 정육면체의 한 모서리의 길이와 사각뿔의 높이가 각각 $2r$이므로

(정육면체의 부피)$=2r\times 2r\times 2r$

$=8r^3$

(구의 부피)$=\frac{4}{3}\pi r^3$

(사각뿔의 부피)$=\frac{1}{3}\times(2r\times 2r)\times 2r$

$=\frac{8}{3}r^3$

따라서 구하는 부피의 비는

$8r^3 : \frac{4}{3}\pi r^3 : \frac{8}{3}r^3=6:\pi:2$

P. 70~71 내신 1% 뛰어넘기

01 $(138+18n)\,\text{cm}^2$		**02** $352\,\text{cm}^3$	**03** $80\pi\,\text{cm}^3$
04 14 cm	**05** $3:2$	**06** $\frac{1701}{2}\pi\,\text{cm}^3$	

01 길잡이 먼저 한 번 자를 때 늘어나는 겉넓이를 구한다.

자르기 전의 사각기둥의 겉넓이는

$(3\times 3)\times 2+(3\times 10)\times 4$

$=18+120=138(\text{cm}^2)$

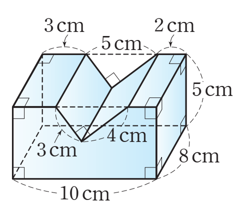
1번 자를 때마다 넓이가 $3\times 3=9(\text{cm}^2)$인 면이 2개씩 생기므로 겉넓이는 $9\times 2=18(\text{cm}^2)$씩 늘어난다.

따라서 n번 자른 경우는 겉넓이가 $(18\times n)\,\text{cm}^2$만큼 늘어나므로 n번 자른 경우의 겉넓이의 총합은

$(138+18n)\,\text{cm}^2$

02 길잡이 위, 앞, 옆에서 본 모양을 이용하여 입체도형을 그린다.

주어진 입체도형의 모양은 다음 그림과 같다.



$\therefore$ (부피)=(직육면체의 부피)$-$(삼각기둥의 부피)

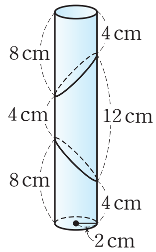
$=10\times 8\times 5-\left(\frac{1}{2}\times 3\times 4\right)\times 8$

$=400-48$

$=352(\text{cm}^3)$

03 **길잡이** 주어진 입체도형을 적당히 이동하여 하나의 원기둥 모양으로 만들어 본다.

주어진 입체도형을 오른쪽 그림과 같이 이동하면 구하는 부피는 밑면의 반지름의 길이가 2 cm, 높이가 20 cm인 원기둥의 부피와 같다.

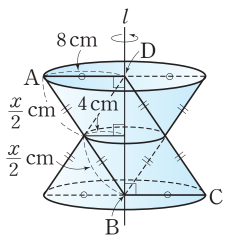


$\therefore$ (부피)$=(\pi\times2^2)\times20$

$=80\pi(\text{cm}^3)$

04 **길잡이** 주어진 평행사변형으로 만든 회전체는 밑면의 반지름의 길이가 8 cm, 모선의 길이가 $\dfrac{\overline{AB}}{2}$ cm인 원뿔대 2개가 붙어 있는 모양이다.

주어진 평행사변형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



이때 $\overline{AB}=x$ cm라 하면

(겉넓이)

$=$(밑넓이)$\times2$

$+$(원뿔대의 옆넓이)$\times2$

$=(\pi\times8^2)\times2+\left(\pi\times8\times x-\pi\times4\times\dfrac{x}{2}\right)\times2$

$=128\pi+12\pi x(\text{cm}^2)$

이때 회전체의 겉넓이는 296π cm²이므로

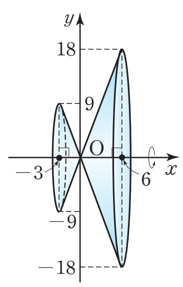
$128\pi+12\pi x=296\pi$, $12\pi x=168\pi$

$\therefore x=14(\text{cm})$

따라서 $\overline{AB}$의 길이는 14 cm이다.

05 **길잡이** 주어진 도형을 x축, y축을 회전축으로 하여 각각 1회전 시킬 때 생기는 회전체를 그린다.

주어진 도형을 x축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



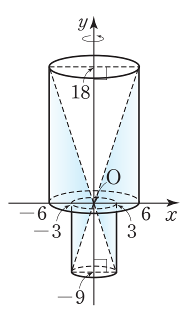
$\therefore V_1=\dfrac{1}{3}\times(\pi\times9^2)\times3$

$+\dfrac{1}{3}\times(\pi\times18^2)\times6$

$=81\pi+648\pi$

$=729\pi$

주어진 도형을 y축을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다.



$\therefore V_2$

$=\left(\pi\times6^2\times18-\dfrac{1}{3}\times\pi\times6^2\times18\right)$

$+\left(\pi\times3^2\times9-\dfrac{1}{3}\times\pi\times3^2\times9\right)$

$=432\pi+54\pi$

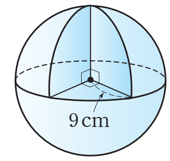
$=486\pi$

$\therefore V_1 : V_2=729\pi : 486\pi$

$=3:2$

06 **길잡이** 벌이 최대한 움직일 수 있는 공간은 구에서 상자가 차지하는 공간을 뺀 공간과 같다.

벌은 정육면체 모양의 상자 안쪽 공간으로는 움직일 수 없으므로 벌이 최대한 움직일 수 있는 공간을 나타내는 입체도형은 오른쪽 그림과 같이 반지름의 길이가 9 cm인 구의 $\dfrac{7}{8}$이다.



$\therefore$ (벌이 최대한 움직일 수 있는 공간의 부피)

$=\left(\dfrac{4}{3}\pi\times9^3\right)\times\dfrac{7}{8}=\dfrac{1701}{2}\pi(\text{cm}^3)$

P. 72~73 5~6 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

1 육각형 **2** (1) 풀이 참조 (2) ㄴ, ㄹ, 이유는 풀이 참조
3 $\dfrac{144}{25}\pi$ cm² **4** (1) 풀이 참조 (2) 63π cm²
5 965 cm³ **6** 14 cm **7** 60 cm **8** $\dfrac{8}{3}$ cm

1 주어진 각뿔대를 n각뿔대라 하면

모서리의 개수는 $3n$개이고 ··· (i)

면의 개수는 $(n+2)$개이므로 ··· (ii)

$3n+(n+2)=26$, $4n=24$ $\therefore n=6$ ··· (iii)

따라서 주어진 각뿔대는 육각뿔대이므로 밑면의 모양은 육각형이다. ··· (iv)

채점 기준	비율
(i) n각뿔대의 모서리의 개수 구하기	30 %
(ii) n각뿔대의 면의 개수 구하기	30 %
(iii) n의 값 구하기	20 %
(iv) 밑면의 모양 구하기	20 %

2 (1) ① 각 면이 모두 합동인 정다각형이다.

② 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 같다. ··· (i)

(2) 정다면체가 아닌 것은 ㄴ, ㄹ이다. ··· (ii)

ㄴ에서 한 꼭짓점에 모인 면의 개수가 4개 또는 5개이다.

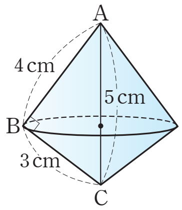
따라서 각 꼭짓점에 모인 면의 개수가 다르므로 정다면체가 아니다. ··· (iii)

ㄹ에서 면의 모양이 정오각형 또는 정육각형이다.

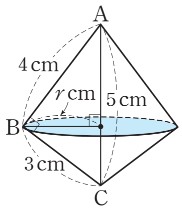
따라서 각 면이 모두 합동이 아니므로 정다면체가 아니다. ··· (iv)

채점 기준	비율
(i) 정다면체가 되기 위한 두 가지 조건 말하기	각 20 %
(ii) 정다면체가 아닌 것 찾기	20 %
(iii) ㄴ이 정다면체가 아닌 이유 설명하기	20 %
(iv) ㄹ이 정다면체가 아닌 이유 설명하기	20 %

3 주어진 직각삼각형 ABC를 $\overline{AC}$를 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 회전체는 오른쪽 그림과 같다. $\cdots$ (i)



이 회전체를 $\overline{AC}$에 수직인 평면으로 자를 때 생기는 단면은 모두 원이고, 그중 가장 큰 원의 반지름의 길이를 r cm라 하면 △ABC의 넓이에서



$\frac{1}{2}\times3\times4=\frac{1}{2}\times5\times r$

$\therefore r=\frac{12}{5}$(cm) $\cdots$ (ii)

따라서 가장 큰 단면의 넓이는

$\pi\times\left(\frac{12}{5}\right)^2=\frac{144}{25}\pi(\mathrm{cm}^2)$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 겨냥도 그리기	30 %
(ii) 가장 큰 단면의 반지름의 길이 구하기	40 %
(iii) 가장 큰 단면의 넓이 구하기	30 %

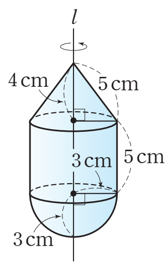
4 (1) 주어진 평면도형을 직선 l을 회전축으로 하여 1회전 시킬 때 생기는 입체도형은 오른쪽 그림과 같다. $\cdots$ (i)

(2) (겉넓이)$=\pi\times3\times5+(2\pi\times3)\times5$

$+\frac{1}{2}\times(4\pi\times3^2)$

$=15\pi+30\pi+18\pi$

$=63\pi(\mathrm{cm}^2)$ $\cdots$ (ii)



채점 기준	비율
(i) 겨냥도 그리기	40 %
(ii) 겉넓이 구하기	60 %

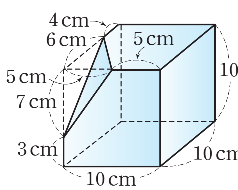
5 오른쪽 그림에서

(정육면체의 부피)

$=10\times10\times10$

$=1000(\mathrm{cm}^3)$ $\cdots$ (i)

(잘라 낸 부분의 부피)



$=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times5\times6\right)\times7=35(\mathrm{cm}^3)$ $\cdots$ (ii)

$\therefore$ (입체도형의 부피)$=1000-35$

$=965(\mathrm{cm}^3)$ $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 정육면체의 부피 구하기	30 %
(ii) 잘라 낸 부분의 부피 구하기	40 %
(iii) 입체도형의 부피 구하기	30 %

6 원뿔대 모양의 그릇에 담겨 있는 물의 부피는

$\frac{1}{3}\times(\pi\times12^2)\times(8+8)-\frac{1}{3}\times(\pi\times6^2)\times8$

$=768\pi-96\pi$

$=672\pi(\mathrm{cm}^3)$ $\cdots$ (i)

컵 1개에 들어가는 물의 부피는

$672\pi\div3=224\pi(\mathrm{cm}^3)$ $\cdots$ (ii)

이때 컵 1개에 들어가는 물의 높이를 h cm라 하면

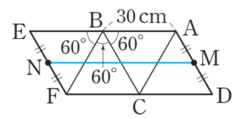
$\pi\times4^2\times h=224\pi$, $16\pi h=224\pi$

$\therefore h=14$(cm)

따라서 컵 1개에 들어가는 물의 높이는 14 cm이다. $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 원뿔대 모양의 그릇에 담겨 있는 물의 부피 구하기	40 %
(ii) 컵 1개에 들어가는 물의 부피 구하기	30 %
(iii) 컵 1개에 들어가는 물의 높이 구하기	30 %

7 주어진 정팔면체의 전개도의 일부에 두 점 M, N을 잇는 선의 길이가 최소가 되도록 선을 그으면 오른쪽 그림과 같다. $\cdots$ (i)



이때 사각형 EFDA는 정삼각형 4개로 이루어진 평행사변형이고 두 점 M, N은 각각 $\overline{AD}$, $\overline{EF}$의 중점이므로 사각형 ENMA는 평행사변형이다.

$\therefore$ (선의 최소 길이)$=\overline{MN}=\overline{AE}=2\overline{AB}$

$=2\times30=60$(cm) $\cdots$ (ii)

채점 기준	비율
(i) 정팔면체의 전개도의 일부에 두 점 M, N을 잇는 길이가 최소인 선 긋기	60 %
(ii) 선의 최소 길이 구하기	40 %

8 (△DEF의 넓이)

$=$(사각형 ABCD의 넓이)

$-\{$(△AED의 넓이)$+$(△EBF의 넓이)$+$(△DFC의 넓이)$\}$

$=8\times8-\left(\frac{1}{2}\times8\times4+\frac{1}{2}\times4\times4+\frac{1}{2}\times4\times8\right)$

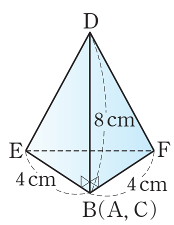
$=64-40=24(\mathrm{cm}^2)$ $\cdots$ (i)

이때 주어진 정사각형을 접어서 만든 입체도형은 오른쪽 그림과 같다.

(삼각뿔 A$-$DEF의 부피)

$=$(삼각뿔 D$-$EBF의 부피)

이므로 △DEF를 밑면으로 하는 삼각뿔의 높이를 h cm라 하면

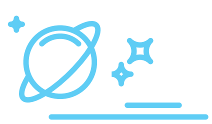


$\frac{1}{3}\times24\times h=\frac{1}{3}\times\left(\frac{1}{2}\times4\times4\right)\times8$ $\cdots$ (ii)

$8h=\frac{64}{3}$ $\quad\therefore h=\frac{8}{3}$(cm)

따라서 △DEF를 밑면으로 하는 삼각뿔의 높이는 $\frac{8}{3}$ cm이다. $\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) △DEF의 넓이 구하기	30 %
(ii) (삼각뿔 A−DEF의 부피)=(삼각뿔 D−EBF의 부피)임을 이용하여 식 세우기	40 %
(iii) 삼각뿔의 높이 구하기	30 %



7. 자료의 정리와 해석

개념+대표 문제 확인하기

P. 76~78

1 ④ **2** 37.5 % **3** 15 **4** 15명
5 40개 이상 50개 미만 **6** ①, ④ **7** 5 : 3
8 4배 **9** ㄱ, ㄷ
10 (1) $A=8$, $B=4$, $C=0.16$, $D=25$ (2) 20 %
11 40세 이상 50세 미만 **12** ㄱ, ㄷ, ㅁ

1 ① 전체 관람객은 $4+4+6+2=16$(명)이다.
③ 잎이 가장 많은 줄기는 잎이 6개인 3이다.
④ 38세 이상인 관람객은 38세, 38세, 39세, 43세, 47세의 5명이다.
따라서 옳지 않은 것은 ④이다.

2 나이가 30대인 관람객은 6명이므로 전체의
$\frac{6}{16}\times100=37.5(\%)$

3 계급의 크기는 $20-10=10$(개)이므로 $x=10$
계급의 개수는 $10^{\text{이상}}\sim20^{\text{미만}}$, $20\sim30$, $30\sim40$, $40\sim50$, $50\sim60$의 5개이므로 $y=5$
$\therefore x+y=10+5=15$

4 문자 메시지 수가 10개 이상 20개 미만인 학생 수를 A명, 40개 이상 50개 미만인 학생 수를 B명이라 하면
30개 미만인 학생 수는 $(A+4)$명이므로
$\frac{A+4}{30}\times100=20$, $A+4=6$
$\therefore A=2$
$\therefore B=30-(2+4+9+4)=11$
따라서 문자 메시지 수가 40개 이상인 학생 수는
$11+4=15$(명)

5 문자 메시지를 많이 보낸 학생이 속하는 계급부터 학생 수를 나열하면
50개 이상 60개 미만: 4명
40개 이상 50개 미만: 11명
따라서 문자 메시지 수가 7번째로 많은 학생이 속하는 계급은 40개 이상 50개 미만이다.

6 ① 전체 학생 수는 $10+8+12+6+4=40$(명)이다.
② 도수가 가장 작은 계급은 도수가 4명인 10회 이상 12회 미만이다.
③ 도수가 6명 이하인 계급은 $8^{\text{이상}}\sim10^{\text{미만}}$, $10\sim12$의 2개이다.
④ 관람 횟수가 6회 미만인 학생은 $10+8=18$(명)이다.

⑤ 관람 횟수가 많은 학생이 속하는 계급부터 학생 수를 나열하면 10회 이상 12회 미만인 학생: 4명
8회 이상 10회 미만인 학생: 6명
이므로 관람 횟수가 6번째로 많은 학생이 속하는 계급은 8회 이상 10회 미만이다.
따라서 옳은 것은 ①, ④이다.

7 관람 횟수가 2번째로 적은 학생이 속하는 계급은 2회 이상 4회 미만이므로 이 계급의 직사각형의 넓이는
$2\times10=20$
관람 횟수가 10번째로 많은 학생이 속하는 계급은 8회 이상 10회 미만이므로 이 계급의 직사각형의 넓이는
$2\times6=12$
따라서 두 직사각형의 넓이의 비는
$20:12=5:3$

8 8시 이상 9시 미만인 계급의 손님 수: 24명
5시 이상 6시 미만인 계급의 손님 수: 6명
$\therefore 24\div6=4$(배)

9 ㄱ. 남학생 수와 여학생 수는 30명으로 같다.
ㄴ. 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생은 남학생이 2명, 여학생이 5명이지만 이 중 누구의 음악 성적이 가장 좋은지는 알 수 없다.
ㄷ. 계급의 크기가 10점, 전체 학생 수는 30명으로 같으므로 각각의 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $10\times30=300$으로 서로 같다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ이다.

10 (1) $D=\frac{3}{0.12}=25$
$A=0.32\times25=8$
$B=25-(3+8+9+1)=4$
$C=\frac{4}{25}=0.16$
(2) 성적이 80점 이상인 계급의 상대도수의 합이
$0.16+0.04=0.2$이므로 80점 이상인 학생은 전체의
$0.2\times100=20(\%)$이다.

11 나이가 많은 사람이 속하는 계급부터 사람 수를 구하면
50세 이상 60세 미만: $0.15\times40=6$(명)
40세 이상 50세 미만: $0.3\times40=12$(명)
따라서 나이가 8번째로 많은 사람이 속하는 계급은 40세 이상 50세 미만이다.

12 ㄱ. A반에서 성적이 80점 이상인 계급의 상대도수의 합은
$0.22+0.14=0.36$이므로 A반 학생 전체의
$0.36\times100=36(\%)$이다.
ㄴ. A반과 B반 각각의 전체 학생 수는 알 수 없으므로 상대도수가 크다고 해서 학생 수가 더 많다고 할 수 없다.
ㄷ. B반에서 성적이 95점이면 90점 이상 100점 미만인 계급에 속하므로 이 계급에 속하는 학생은 B반 학생 전체의
$0.2\times100=20(\%)$이다.
즉, 성적이 95점인 학생은 B반에서 상위 20%에 속한다.
ㄹ. 계급의 크기는 10점, 상대도수의 총합은 1로 같으므로 각각의 그래프와 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 $10\times1=10$으로 서로 같다.
ㅁ. B반에 대한 그래프가 A반에 대한 그래프보다 전체적으로 오른쪽으로 더 치우쳐 있으므로 성적은 B반이 대체적으로 더 좋다고 할 수 있다.
따라서 옳은 것은 ㄱ, ㄷ, ㅁ이다.

P. 79~83 내신 5% 따라잡기

1 3장	**2** 3	**3** 5명	**4** ②, ⑤	
5 $A=3$, $B=2$		**6** 45 kg 이상 50 kg 미만		
7 ③, ④	**8** 31명	**9** ㄴ, ㄷ	**10** 40%	**11** 30명
12 ④	**13** 40배	**14** 20명	**15** 12명	**16** 1회
17 ③, ④	**18** 7명	**19** 30명	**20** 13명	**21** 50명
22 80등	**23** 4권 이상 6권 미만		**24** 2 : 3	
25 A동아리: 18명, B동아리: 3명				

1 전체 사진 15장의 40%는 $15\times\frac{40}{100}=6$(장)이므로 출품하려고 하는 사진은 용량이 9.9 MB, 9.8 MB, 9.5 MB, 9.1 MB, 9.1 MB, 8.6 MB인 사진이다.
이때 출품할 수 있는 사진 파일의 용량이 9.5 MB 미만이므로 출품할 수 있는 사진은 8.6 MB, 9.1 MB, 9.1 MB의 3장이다.

2 조립 시간이 40분 이하인 학생들의 조립 시간의 합이
$26+28+29+31+(30+x)=145$(분)이므로
$144+x=145 \qquad \therefore x=1$
조립을 가장 빨리 한 학생의 조립 시간은 26분이므로 조립을 가장 오래 한 학생의 조립 시간은
$26\times2=52$(분) $\qquad \therefore y=2$
$\therefore x+y=1+2=3$

3 잎의 총개수를 x개라 하면
줄기가 1인 잎의 개수가 잎의 총개수의 $\frac{3}{7}$이므로
$x\times\frac{3}{7}=6 \qquad \therefore x=14$(개)
따라서 기록이 20초 이상인 학생 수는
$14-(3+6)=5$(명)

4 ② 여의도역에서 급행열차 2대가 동시에 출발하는 것은 오전 7시 11분, 23분, 35분, 47분, 59분의 5번이다.
③ 오전 8시대에는 당산역 방면 급행열차가 4대, 노량진역 방면 급행열차가 5대이므로 노량진역 방면으로 급행열차가 더 많이 출발한다.
④ 오전 6시 58분 이후 가장 빠른 노량진역 방면 급행열차의 출발 시각은 오전 7시 11분이므로 최소 13분을 기다려야 한다.
⑤ 오전 8시 51분 이후부터 오전 9시 전까지 당산역 방면으로 출발하는 급행열차는 없으므로 오전 9시 전에 당산역 방면 급행열차를 탈 수 없다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

5 x, y를 제외한 변량을 도수분포표에 나타내면 다음 표와 같다.

횟수(회)	변량	도수(명)
10이상 ~ 20미만	12	1
20 ~ 30	20, 27	A
30 ~ 40	31, 33, 35, 36	4
40 ~ 50	40, 42	B
50 ~ 60	54	2
합계		12

이때 횟수가 50회 이상 60회 미만인 학생 수가 2명이므로 x, y 중 변량 1개는 50회 이상 60회 미만인 계급에 속하고, $A>B$이므로 나머지 변량 1개는 20회 이상 30회 미만인 계급에 속한다.
$\therefore A=3,\ B=2$

6 $A:B=1:5$에서 $B=5A$이므로
$A+7+8+5A+3=30,\ 6A=12$
$\therefore A=2,\ B=5A=10$
따라서 도수가 두 번째로 큰 계급은 45 kg 이상 50 kg 미만이다.

7 ①, ② 전체 학생 수는
$x+(2x+4)+34+30+(3x-8)+50=6x+110$(명)
이때 용돈을 8000원 이상 받은 학생 수는
$30+(3x-8)+50=3x+72$(명)이므로
$(6x+110)\times\frac{60}{100}=3x+72$
$360x+6600=300x+7200,\ 60x=600$
$\therefore x=10$
즉, 전체 학생 수는 $6\times10+110=170$(명)이다.
③ 5000원 이상 6000원 미만인 계급의 도수는 10명, 6000원 이상 7000원 미만인 계급의 도수는
$2\times10+4=24$(명),
9000원 이상 10000원 미만인 계급의 도수는
$3\times10-8=22$(명)
이므로 용돈이 10000원 이상 11000원 미만인 학생이 50명으로 가장 많다.
④ 용돈이 7000원 미만인 학생은 전체의
$\frac{10+24}{170}\times100=20(\%)$이다.
⑤ 9000원 이상의 용돈을 받은 학생은
$22+50=72$(명)이므로 전체의
$\frac{72}{170}\times100=42.35\cdots(\%)$
즉, 9000원 이상의 용돈을 받은 학생은 절반이 되지 않는다.
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

8 TV 시청 시간이 30분 이상 60분 미만인 학생 수를 A명, 120분 이상 150분 미만인 학생 수를 B명이라 하자.
TV 시청 시간이 60분 미만인 학생 수는 $(1+A)$명이므로
$\frac{1+A}{40}\times100=10,\ 1+A=4$
$\therefore A=3$
$\therefore B=40-(1+3+5+6+10)=15$
따라서 100분 이상 TV를 시청한 학생 수가 최대일 때는 90분 이상 120분 미만인 계급에 속하는 학생 6명이 모두 100분 이상 TV를 시청했을 때이므로 최대 학생 수는
$6+15+10=31$(명)이다.

9 ㄱ. 승연이의 표에서 계급의 크기는 $7-5=2$(분),
은지의 표에서 계급의 크기는 $8-5=3$(분)
따라서 두 개의 도수분포표의 계급의 크기는 다르다.
ㄴ. $A=40-(2+6+7+9+5)=11$
두 개의 표에서 점심 식사 시간이 11분 미만인 학생 수는 같으므로
$2+6+7=3+B \qquad \therefore B=12$
$C=40-(3+12+8)=17$
ㄷ. 승연이의 표에서 11분 이상 15분 미만인 계급의 학생 수:
$9+11=20$(명)
은지의 표에서 11분 이상 14분 미만인 계급의 학생 수:
17명
즉, 점심 식사 시간이 14분 이상 15분 미만인 학생 수는
$20-17=3$(명)
따라서 옳은 것은 ㄴ, ㄷ이다.

10 의섭이가 입단하기 전 배드민턴팀 선수의 수는
$2+7+12+8+4+1=34$(명)
즉, 의섭이가 입단했을 때의 전체 선수의 수는
$34+1=35$(명)
이때 의섭이의 키는 180 cm이므로 의섭이가 속하는 계급은 180 cm 이상 185 cm 미만이다.
키가 큰 선수들이 속하는 계급부터 선수의 수를 나열하면
190 cm 이상 195 cm 미만: 1명
185 cm 이상 190 cm 미만: 4명
180 cm 이상 185 cm 미만: 8명
따라서 의섭이의 키는 큰 쪽에서 14번째이므로
상위 $\frac{14}{35}\times100=40(\%)$에 속한다.

11 히스토그램에서 각 직사각형의 넓이는 각 계급의 도수에 정비례하므로 9개 이상 11개 미만인 계급의 도수를 x명이라 하면
$4:3=x:6$, $3x=24$ $\therefore x=8$(명)
따라서 전체 학생 수는
$4+5+8+6+7=30$(명)

12 ① $A=B=\frac{1}{2}\times4\times3=6$이므로
$A+B=6+6=12$
② $A=6$, $C=\frac{1}{2}\times4\times1=2$이므로
$A=3C$
③ $B=6$, $D=\frac{1}{2}\times4\times2=4$이므로
$B=\frac{3}{2}D$
④ $C=2$, $D=4$이므로
$D-C=4-2=2$
⑤ $C=2$, $E=D=4$이므로
$C=\frac{1}{2}E$
따라서 옳은 것은 ④이다.

13 두 삼각형 S와 T는 ASA 합동이므로 넓이가 2로 서로 같다.
이때 세로축의 눈금 한 칸이 나타내는 학생 수를 a명이라 하면
(삼각형 T의 넓이)$=\frac{1}{2}\times1\times2a=2$ $\therefore a=2$(명)
도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는
$2\times(6+14+12+4+2+2)=2\times40=80$
따라서 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 삼각형 T의 넓이의 $80\div2=40$(배)이다.

14 점수가 16점 이상 20점 미만인 학생 수를 x명이라 하면 8점 이상 12점 미만인 학생 수는 $2x$명이다.
이때 점수가 16점 이상인 학생이 전체의 20 %이므로
$(2+2x+8+x+1)\times\frac{20}{100}=x+1$
$2+2x+8+x+1=5x+5$, $-2x=-6$
$\therefore x=3$(명)
따라서 전체 학생 수는 $2+6+8+3+1=20$(명)

15 아침 식사를 한 날수가 20일 이상 25일 미만인 학생 수를 x명이라 하면
계급의 크기가 5일이고 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이가 180이므로
$5\times(2+5+7+x+9+1)=180$
$5x+120=180$, $5x=60$ $\therefore x=12$(명)
따라서 아침 식사를 한 날수가 20일 이상 25일 미만인 학생 수는 12명이다.

16 어려운 문제가 많이 출제되면 수행평가 점수가 낮은 학생이 많아지므로 그래프가 왼쪽으로 치우친 1회의 수행평가에서 어려운 문제가 가장 많이 출제되었다고 할 수 있다.

17 ① 여학생 수와 남학생 수는 24명으로 같다.
② 여학생 중 줄넘기 횟수가 가장 적은 학생은 20회 이상 40회 미만인 계급에 속하고, 남학생 중 줄넘기 횟수가 가장 적은 학생은 40회 이상 60회 미만인 계급에 속하므로 줄넘기 횟수가 가장 적은 학생은 여학생이다.
③ 전체 학생 수는 48명이고 줄넘기 횟수가 100회 이상 120회 미만인 여학생은 1명, 남학생은 5명이므로 전체의
$\frac{1+5}{48}\times100=12.5(\%)$이다.
④ 남학생 중 줄넘기 횟수가 8번째로 많은 학생이 속하는 계급은 80회 이상 100회 미만이므로 도수는 9명이다.
⑤ 계급값이 70회인 계급은 60회 이상 80회 미만이고 이 계급에 속하는 여학생은 8명, 남학생은 6명이므로 여학생이 남학생보다 2명 더 많다.
따라서 옳은 것은 ③, ④이다.

18 상대도수의 총합은 항상 1이므로 10회 이상 20회 미만인 계급의 상대도수의 합은
$1-(0.075+0.3+0.1)=0.525$
방문 횟수가 10회 이상 15회 미만인 학생 수와 15회 이상 20회 미만인 학생 수의 비가 2 : 1이고, 각 계급의 상대도수는 그 계급의 도수에 정비례하므로 상대도수의 비도 2 : 1이다.
이때 방문 횟수가 17회인 학생이 속하는 계급은 15회 이상 20회 미만이므로 이 계급의 상대도수는
$0.525\times\frac{1}{2+1}=0.175$
따라서 방문 횟수가 17회인 학생이 속하는 계급의 도수는
$0.175\times40=7$(명)

19 전체 학생 수는 $\frac{40}{0.16}=250$(명)
몸무게가 50 kg 이상인 학생이 전체의 72 %이므로 이 계급의 상대도수의 합은 0.72이다.
또 45 kg 이상 50 kg 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.16+0.72)=0.12$
따라서 몸무게가 45 kg 이상 50 kg 미만인 학생 수는
$0.12\times250=30$(명)

20 상대도수의 총합은 항상 1이므로 60점 이상 70점 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.12+0.14+0.2+0.18+0.1)=0.26$
사회 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생 수가 5명이므로 전체 학생 수는
$\frac{5}{0.1}=50$(명)
따라서 사회 성적이 60점 이상 70점 미만인 학생 수는
$0.26\times50=13$(명)

21 상대도수의 총합은 항상 1이므로 14점 이상 16점 미만인 계급의 상대도수는
$1-(0.12+0.18+0.26+0.12)=0.32$
이때 전체 학생 수를 x명이라 하면
점수가 12점인 학생이 속하는 계급은 12점 이상 14점 미만이므로 도수는 $0.18x$명
점수가 15점인 학생이 속하는 계급은 14점 이상 16점 미만이므로 도수는 $0.32x$명
이때 점수가 12점인 학생이 속하는 계급의 도수가 15점인 학생이 속하는 계급의 도수보다 7명이 적으므로
$0.18x=0.32x-7$, $0.14x=7$
$\therefore x=50$(명)
따라서 전체 학생 수는 50명이다.

22 1반의 학생 수는 40명이므로 10등까지의 학생이 1학년 1반에서 차지하는 비율은
$\frac{10}{40}=0.25$
이때 80점 이상인 계급의 상대도수의 합이
$0.2+0.05=0.25$이므로 1학년 1반에서 10등인 학생의 성적은 80점 이상이다.
또 1학년 전체 학생 수는 400명이므로 성적이 80점 이상인 학생 수는
$(0.16+0.04)\times400=80$(명)
따라서 1반에서 10등인 학생은 1학년 전체에서 적어도 80등 안에 든다고 할 수 있다.

23 A, B 두 학교에서 각 계급의 상대도수를 각각 구하면 다음 표와 같다.

책의 수(권)	상대도수	
	A학교	B학교
$0^{이상}\sim2^{미만}$	$\frac{15}{60}=0.25$	$\frac{10}{40}=0.25$
$2\sim4$	$\frac{12}{60}=0.2$	$\frac{8}{40}=0.2$
$4\sim6$	$\frac{15}{60}=0.25$	$\frac{13}{40}=0.325$
$6\sim8$	$\frac{18}{60}=0.3$	$\frac{9}{40}=0.225$
합계	1	1

따라서 A학교보다 B학교의 상대도수가 더 큰 계급은 4권 이상 6권 미만이다.

24 남학생과 여학생의 전체 학생 수를 각각 $4a$명, $3a$명(a는 자연수)이라 하고, 시력이 0.7 이상 0.9 미만인 계급의 상대도수를 각각 b, $2b$라 하면 이 계급의 남학생 수와 여학생 수의 비는
$b\times4a : 2b\times3a=4ab : 6ab=2 : 3$

25 A동아리의 10시간 이상 12시간 미만인 계급의 도수는 4명, 상대도수는 0.1이므로 전체 학생 수는 $\frac{4}{0.1}=40$(명)
B동아리에서 10시간 이상 12시간 미만인 계급의 도수는 4명, 상대도수는 0.2이므로 전체 학생 수는 $\frac{4}{0.2}=20$(명)
A동아리와 B동아리에서 취미 활동 시간이 6시간 미만인 계급의 상대도수의 합은 각각
$0.15+0.3=0.45$, $0.05+0.1=0.15$이므로
두 동아리의 취미 활동 시간이 6시간 미만인 학생은 각각
A동아리: $40\times0.45=18$(명), B동아리: $20\times0.15=3$(명)

P. 84~85 **내신 1% 뛰어넘기**

01 51분 **02** 9 **03** 180 **04** 8.7 % **05** 48명
06 2학년, 22명

01 길잡이 전체 학생 수를 구한 후 은수가 오후에 게임을 한 시간을 구한다.
전체 학생 수를 x명이라 하면
오후에 게임을 한 시간이 30분 미만인 학생 수가 전체의 $\frac{2}{5}$이므로
$x\times\frac{2}{5}=10$ $\quad\therefore x=25$(명)
즉, 오후에 게임을 한 시간이 40분 이상 50분 미만인 학생 수는
$25-(3+7+5+4)=6$(명)
따라서 은수가 오후에 게임을 한 시간은 많은 쪽에서 11번째인 35분이므로 은수가 하루 동안 게임을 한 시간은
$16+35=51$(분)이다.

02 길잡이 컴퓨터 사용 시간이 90분 이상인 학생이 전체의 20 %임을 이용하여 x, y의 값의 범위를 각각 구한다.
컴퓨터 사용 시간이 90분 이상인 학생 수는 $40\times\frac{20}{100}=8$(명),
80분 이상인 학생 수는 $(y+4)$명이므로
$y\geq4$ $\quad\cdots$ ㉠
전체 학생 수가 40명이므로
$4+6+x+9+y+4=40$ $\quad\therefore x+y=17$ $\quad\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $x\leq13$ $\quad\cdots$ ㉢
컴퓨터 사용 시간이 70분 미만인 학생 수가 최대일 때는 60분 이상 80분 미만인 계급에 속하는 학생 9명의 사용 시간이 모두 70분 미만일 때이다.
즉, 컴퓨터 사용 시간이 70분 미만인 학생 수가 최대일 때는 $4+6+x+9=19+x$의 값이 최대일 때이다.
따라서 x의 값이 최대일 때 $x+19$의 값이 최대이므로
㉢에서 $x=13$
㉡에서 $13+y=17$ $\quad\therefore y=4$
$\therefore x-y=13-4=9$

03 길잡이 도수분포다각형과 가로축으로 둘러싸인 부분의 넓이는 히스토그램의 각 직사각형의 넓이의 합과 같다.

등교 시각이 7시 50분 이상 8시 미만인 학생 수를 a명, 8시 10분 이상 8시 20분 미만인 학생 수를 b명이라 하면

8시 미만인 학생 수는 $(1+a)$명이므로

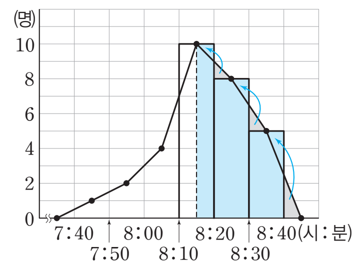
$30\times\frac{10}{100}=1+a$, $3=1+a$ $\quad\therefore a=2$(명)

전체 학생 수는 30명이므로

$1+2+4+b+8+5=30$

$b+20=30$ $\quad\therefore b=10$(명)

이때 도수분포다각형의 가장 높은 점의 가로축의 시각은 8시 15분이므로 이 점에서 가로축에 수선을 내리면 다음 그림과 같다.



따라서 나누어진 오른쪽 부분의 넓이는 히스토그램에서의 오른쪽 부분의 넓이와 같으므로

$\frac{10}{2}\times10+10\times8+10\times5=180$

04 길잡이 A동아리 학생이 B동아리로 옮기면 B동아리의 전체 학생 수는 1명 늘어난다.

A동아리의 학생 수는 $6+10+16+13+5=50$(명)이므로

A동아리에서 상위 10 %에 속하는 학생 수는

$50\times\frac{10}{100}=5$(명)

이때 A동아리에서 성적이 90점 이상 100점 미만인 학생 수가 5명이므로 상위 10 %에 속하는 학생들의 성적은 90점 이상이다.

또 B동아리의 학생 수는 $7+11+14+10+3=45$(명)이고, B동아리에서 성적이 90점 이상인 학생 수는 3명이므로 A동아리에서 90점 이상인 학생 1명이 B동아리로 옮기면 이 계급의 학생은 전체의

$\frac{3+1}{45+1}\times100=8.695\cdots\fallingdotseq8.7(\%)$이다.

따라서 A동아리에서 상위 10 %에 속하는 학생 1명이 B동아리로 옮기면 그 학생은 B동아리에서 적어도 상위 8.7 %에 속한다.

05 길잡이 학생 수는 자연수이므로 각 계급에서 도수가 모두 자연수가 되도록 하는 전체 학생 수를 찾는다.

상대도수의 총합은 항상 1이므로 70점 이상 80점 미만인 계급의 상대도수는

$1-\left(\frac{1}{16}+\frac{1}{8}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}\right)=1-\frac{15}{16}=\frac{1}{16}$

전체 학생 수를 x명이라 하면 각 계급의 도수는 차례로

$\frac{1}{16}x$명, $\frac{1}{8}x$명, $\frac{1}{16}x$명, $\frac{1}{2}x$명, $\frac{1}{4}x$명이다.

이때 학생 수는 자연수이므로 x는 2, 4, 8, 16의 공배수이어야 한다.

따라서 2, 4, 8, 16의 최소공배수는 16이고 16의 배수 중 40 이상 50 이하인 수는 48이므로 1학년 전체 학생 수는 48명이다.

06 길잡이 1학년과 2학년의 전체 학생 수를 각각 구한 후 20초 이상인 학생 수를 구한다.

1학년과 2학년의 16초 미만인 계급의 상대도수의 합은 각각

1학년: $0.12+0.2=0.32$

2학년: $0.04+0.1=0.14$

이므로 1학년과 2학년의 전체 학생 수는 각각

1학년: $\frac{80}{0.32}=250$(명)

2학년: $\frac{28}{0.14}=200$(명)

이때 상대도수의 총합은 항상 1이므로 1학년과 2학년의 20초 이상인 계급의 상대도수는 각각

1학년: $1-(0.12+0.2+0.4+0.24)=0.04$

2학년: $1-(0.04+0.1+0.34+0.36)=0.16$

따라서 1학년과 2학년에서 기록이 20초 이상인 학생 수는

1학년: $0.04\times250=10$(명)

2학년: $0.16\times200=32$(명)

이므로 2학년이 $32-10=22$(명) 더 많다.

P. 86~87

7 서술형 완성하기

[과정은 풀이 참조]

1 10개 **2** 12.5 % **3** 12명 **4** 0.22 **5** 9명
6 A학교, 91명 **7** 60점 **8** $A=0.52$, $B=0.16$

1 10월과 11월에 받은 칭찬 도장의 수의 합을 x개라 하면 네 달 동안 받은 칭찬 도장의 수는

$3+x+4=x+7$(개)이므로

$(x+7)\times\frac{30}{100}=x$ $\quad\cdots$ (i)

$30x+210=100x$, $-70x=-210$

$\therefore x=3$ $\quad\cdots$ (ii)

따라서 네 달 동안 받은 칭찬 도장의 수는

$3+7=10$(개) $\quad\cdots$ (iii)

채점 기준	비율
(i) 10월과 11월에 받은 칭찬 도장의 수의 합을 구하는 식 세우기	50 %
(ii) 10월과 11월에 받은 칭찬 도장의 수의 합 구하기	30 %
(iii) 네 달 동안 받은 칭찬 도장의 수 구하기	20 %

2 몸무게가 45 kg 미만인 학생 수는

$40\times\frac{25}{100}=10$(명)이므로 … (i)

40 kg 이상 45 kg 미만인 학생 수는

$10-2=8$(명) … (ii)

따라서 55 kg 이상 60 kg 미만인 학생은

$40-(2+8+10+13+2)=5$(명)이므로 … (iii)

전체의 $\frac{5}{40}\times100=12.5(\%)$이다. … (iv)

채점 기준	비율
(i) 몸무게가 45 kg 미만인 학생 수 구하기	30 %
(ii) 몸무게가 40 kg 이상 45 kg 미만인 학생 수 구하기	20 %
(iii) 몸무게가 55 kg 이상 60 kg 미만인 학생 수 구하기	20 %
(iv) 백분율(%) 구하기	30 %

3 수면 시간이 6시간 미만인 학생 수가 $3+6=9$(명)이고 이 학생은 전체의 25 %이므로

(전체 학생 수)$\times\frac{25}{100}=9$

∴ (전체 학생 수)$=36$(명) … (i)

수면 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수는

$36-(3+6+7)=20$(명) … (ii)

따라서 수면 시간이 6시간 이상 7시간 미만인 학생 수와 7시간 이상 8시간 미만인 학생 수의 비가 2 : 3이므로 7시간 이상 8시간 미만인 학생 수는

$20\times\frac{3}{2+3}=12$(명) … (iii)

채점 기준	비율
(i) 전체 학생 수 구하기	40 %
(ii) 수면 시간이 6시간 이상 8시간 미만인 학생 수 구하기	20 %
(iii) 수면 시간이 7시간 이상 8시간 미만인 학생 수 구하기	40 %

4 전체 학생 수는 $\frac{7}{0.14}=50$(명) … (i)

기록이 20 m 이상 25 m 미만인 학생 수는

$0.18\times50=9$(명) … (ii)

기록이 30 m 이상 35 m 미만인 학생 수는

$50-(7+9+18+5)=11$(명) … (iii)

기록이 좋은 학생이 속하는 계급부터 학생 수를 나열하면

35 m 이상 40 m 미만: 5명

30 m 이상 35 m 미만: 11명

따라서 기록이 13번째로 좋은 학생이 속하는 계급은 30 m 이상 35 m 미만이므로 상대도수는

$\frac{11}{50}=0.22$ … (iv)

채점 기준	비율
(i) 전체 학생 수 구하기	20 %
(ii) 기록이 20 m 이상 25 m 미만인 학생 수 구하기	30 %
(iii) 기록이 30 m 이상 35 m 미만인 학생 수 구하기	20 %
(iv) 구하는 계급의 상대도수 구하기	30 %

5 마신 물의 양이 1.6 L 이상 2.0 L 미만인 학생 수가 10명이므로 전체 학생 수는 $\frac{10}{0.2}=50$(명) … (i)

0.8 L 이상 1.6 L 미만인 학생 수는

$50\times\{1-(0.14+0.2+0.12)\}=50\times0.54$

$=27$(명) … (ii)

따라서 0.8 L 이상 1.2 L 미만인 학생 수와 1.2 L 이상 1.6 L 미만인 학생 수의 비가 1 : 2이므로

0.8 L 이상 1.2 L 미만인 학생 수는

$27\times\frac{1}{1+2}=9$(명) … (iii)

채점 기준	비율
(i) 전체 학생 수 구하기	30 %
(ii) 마신 물의 양이 0.8 L 이상 1.6 L 미만인 학생 수 구하기	30 %
(iii) 마신 물의 양이 0.8 L 이상 1.2 L 미만인 학생 수 구하기	40 %

6 A학교에서 7시간 이상인 계급의 상대도수의 합은

$0.16+0.1+0.06+0.02=0.34$

이므로 A학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 학생 수는

$400\times0.34=136$(명) … (i)

B학교에서 7시간 이상인 계급의 상대도수의 합은

$0.12+0.08+0.06+0.04=0.3$

이므로 B학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 학생 수는

$150\times0.3=45$(명) … (ii)

따라서 일주일 동안의 운동 시간이 7시간 이상인 학생은 A학교가 $136-45=91$(명) 더 많다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) A학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 학생 수 구하기	40 %
(ii) B학교에서 운동 시간이 7시간 이상인 학생 수 구하기	40 %
(iii) 운동 시간이 7시간 이상인 학생은 어느 학교가 몇 명 더 많은지 구하기	20 %

7 전체 학생 수는 $4+6+11+10+7+2=40$(명) … (i)

상위 75 %에 속하는 학생 수는

$40\times\frac{75}{100}=30$(명) … (ii)

점수가 높은 학생이 속하는 계급부터 학생 수를 나열하면

90점 이상 100점 미만: 2명,

80점 이상 90점 미만: 7명,

70점 이상 80점 미만: 10명,

60점 이상 70점 미만: 11명

이므로 점수가 30번째로 높은 학생이 속하는 계급은 60점 이상 70점 미만이다.

따라서 혜진이는 국어 점수가 적어도 60점 이상이다. … (iii)

채점 기준	비율
(i) 전체 학생 수 구하기	20 %
(ii) 상위 75 %에 속하는 학생 수 구하기	30 %
(iii) 혜진이는 국어 점수가 적어도 몇 점 이상인지 구하기	50 %

8 이번 학기 도수를 도수분포표에 나타내면 다음 표와 같다.

과학 성적(점)	지난 학기 도수(명)	이번 학기 상대도수	이번 학기 도수(명)
40이상 ~ 50미만	3	0.04	1
50 ~ 60	4	0.2	5
60 ~ 70	12	A	
70 ~ 80	1	0	0
80 ~ 90	3	B	
90 ~ 100	2	0.08	2
합계	25	1	25

… (i)

이때 성적이 40점 이상 50점 미만인 학생들 중 2명이 한 계급 올라갔고, 50점 이상 60점 미만인 학생들 중 1명이 한 계급 올라갔으므로 이번 학기에 60점 이상 70점 미만인 학생 수는 $12+1=13$(명)이다.

$\therefore A=\dfrac{13}{25}=0.52$ … (ii)

또 성적이 70점 이상 80점 미만인 학생들 중 1명이 한 계급 올라갔으므로 이번 학기에 80점 이상 90점 미만인 학생 수는 $3+1=4$(명)이다.

$\therefore B=\dfrac{4}{25}=0.16$ … (iii)

채점 기준	비율
(i) 이번 학기 도수를 도수분포표에 나타내기	20 %
(ii) A의 값 구하기	40 %
(iii) B의 값 구하기	40 %

MEMO

MEMO